VIBRATIONS-CHAPITRE II:

VIBRATIONS DES SYSTEMES A 1 D.D.L

Soit un système (Σ) à 1 ddl q par rapport à R et soit q^e une position d'équilibre stable de (Σ)

donc : $\left.\frac{dU_P(\Sigma/R)}{dq}\right|_{q=q^e} = 0$ et $\left.\frac{d^2U_P(\Sigma/R)}{dq^2}\right|_{q=q^e} > 0$

Au voisinage de q^e, on introduit $\varepsilon = q - q^e$, $\dot{\varepsilon} = \dot{q}$ et $\ddot{\varepsilon} = \ddot{q}$ infiniment petits du premier ordre.

I-Systèmes conservatifs: l'oscillateur harmonique.

* / Equation des vibrations :

$T(\sum/R) = T(q,\dot{q})$ quadratique % $\dot{q}$ donc de la forme $T(\sum/R) = \frac{1}{2}\ a(q)\,\dot{q}^{2}$ où $a(q) \geq 0 \quad \forall q$

donc $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = a(q)\,\dot{q}$; $\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right] = a(q)\,\ddot{q} + a'(q)\,\dot{q}^{2}$ et $\frac{\partial T}{\partial q} = \frac{1}{2}\ a'(q)\,\dot{q}^{2}$

et $U_P(\sum/R) = U_P(q)$ donc

$$\frac{dU_P}{dq}(\varepsilon + q^e) = \frac{dU_P}{dq}(q^e) + \varepsilon\ \frac{d^2U_P}{dq^2}(q^e) + ... \approx \varepsilon\ \frac{d^2U_P}{dq^2}(q^e)$$

à l'ordre 1, l'équation de Lagrange s'écrit :

$$a(q^e)\ \ddot{\varepsilon} + \varepsilon \frac{d^2U_P}{dq^2}(q^e) = 0$$

c'est l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation propre ω_0 (de période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$)

$$\ddot{\varepsilon} + \omega_0^2\ \varepsilon = 0 \qquad \text{avec} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{\frac{d^2U_P}{dq^2}(q^e)}{a(q^e)}}$$

* / Les vibrations :

Le polynôme caractéristique est obtenu pour $\varepsilon(t) = A\, e^{r\,t}$ et $A \neq 0$, soit :

$r^2 + \omega_0^2 = 0$ donc 2 solutions dans IC : $r_1 = +\,j\,\omega_0$ et $r_2 = -\,j\,\omega_0$

$\varepsilon^c(t) = A^c\, e^{+j\,\omega_0 t} + B^c\, e^{-j\,\omega_0 t}$ où $(A^c, B^c) \in IC \times IC$

$\varepsilon(t) = Re\left[\varepsilon^c(t)\right]$ donc $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

ε_m amplitude maximale de la vibration et φ phase à l'origine des temps.

Les conditions initiales permettent de calculer les 2 constantes ε_m et φ; en effet :

à $t = 0$ $\begin{cases} \varepsilon(t=0) = \varepsilon_0 \\ \dot{\varepsilon}(t=0) = \dot{\varepsilon}_0 \end{cases}$

la vitesse vibratoire est $\dot{\varepsilon}(t) = -\varepsilon_m\, \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

donc à $t = 0$ $\begin{cases} \varepsilon_m \cos(\varphi) = \varepsilon_0 \\ -\varepsilon_m\, \omega_0 \sin(\varphi) = \dot{\varepsilon}_0 \end{cases}$

soit finalement :

$$\varepsilon_m = \sqrt{\varepsilon_0^2 + \frac{\dot{\varepsilon}_0^2}{\omega_0^2}} \qquad \text{et} \qquad \tan\varphi = -\frac{\dot{\varepsilon}_0}{\omega_0\, \varepsilon_0}$$

* / La vitesse vibratoire $\dot{\varepsilon}(t) = -\varepsilon_m\, \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = \varepsilon_m\, \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2})$ est en quadrature avance par rapport à la vibration.

* / Dans le plan de phase $(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ le point représentatif du système décrit une ellipse d'équation

$$\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2_m} + \frac{\dot{\varepsilon}^2}{\varepsilon^2_m\, \omega^2_0} = 1$$

- II- Vibrations amorties.

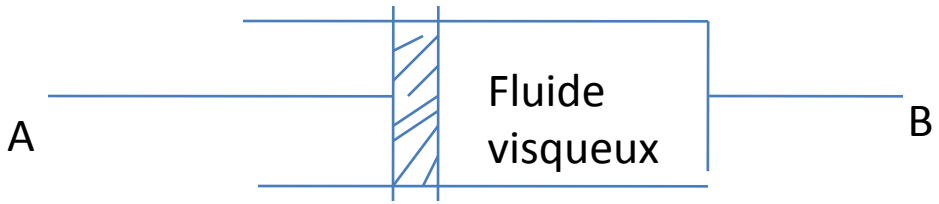
***/ Amortisseur visqueux linéaire de coefficient de frottement α**

La masse de l'amortisseur sera supposée négligeable.

Les forces exercées par l'amortisseur sont, $\forall$ R :

en A : $\vec{f}_A = -\alpha \left[\vec{V}(A/R) - \vec{V}(B/R) \right]$ et en B : $\vec{f}_B = -\alpha \left[\vec{V}(B/R) - \vec{V}(A/R) \right]$

Si $\vec{V}(A/R) = \vec{V}(B/R)$ l'amortisseur se translate sans se déformer. : $\vec{f}_A = \vec{f}_B = \vec{0}$



*/Equation des vibrations:

En un point P du système($\sum$) précédent, on introduit une force de frottement visqueux $\vec{f} = -\alpha\,\vec{V}(P/R)$; α est le coefficient de frottement; comme :

$$\vec{V}(P/R) = \frac{d\vec{OP}}{dq}\dot{q} \quad \text{et} \quad \vec{V}^*(P) = \frac{d\vec{OP}}{dq}q^*$$

la puissance virtuelle de cet effort est $P^* = \vec{f}.\vec{V}^*(P) = -\alpha\,\vec{V}(P/R).\vec{V}^*(P) = -\alpha\left[\frac{d\vec{OP}}{dq}\right]^2 \dot{q}\,q^*$

la composante de force généralisée correspondante est : $Q = -\alpha\left[\frac{d\vec{OP}}{dq}\right]^2 \dot{q}$

à l'ordre 1 au voisinage de la position d'équilibre, elle vaut : $Q_\varepsilon = -\alpha\left[\frac{d\vec{OP}}{dq}(q^e)\right]^2 \dot{\varepsilon}$

L'équation du mouvement linéarisée s'écrit :

$$a(q^e)\,\ddot{\varepsilon} + \alpha\left[\frac{d\vec{OP}}{dq}(q^e)\right]^2 \dot{\varepsilon} + \varepsilon\frac{d^2U_P}{dq^2}(q^e) = 0$$

soit : $$\ddot{\varepsilon} + 2\,\lambda\,\dot{\varepsilon} + \omega_0^2\,\varepsilon = 0$$

où $\lambda = \dfrac{\alpha\left[\frac{d\vec{OP}}{dq}(q^e)\right]^2}{2\,a(q^e)}$ est le coefficient d'amortissement du système($\sum$) tel que $[\lambda] = T^{-1}$

Le polynome caractéristique de cette équation est : $r^2 + 2\,\lambda\,r + \omega_0^2 = 0 \qquad r \in IC$

son discriminant est $\Delta = 4(\lambda^2 - \omega_0^2)$

* / Résolution.

$\rightarrow$ Si $\lambda > \omega_0$ amortissement élevé; régime apériodique.

$\Delta > 0$, le polynome caractéristique a 2 solutions réelles : $r_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$ et $r_2 = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$

$\varepsilon(t) = A\ e^{-\lambda t}\ sh(\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\ t + \varphi)$ où A et φ seront déterminés à l'aide des conditions initiales.

$\rightarrow$ Si $\lambda = \omega_0$ amortissement critique; régime critique.

$\Delta = 0$, le polynome caractéristique a une solution double : $r = -\lambda$

$\varepsilon(t) = (A\ t + B)\ e^{-\lambda t}$ où A et *B* seront déterminés à l'aide des conditions initiales.

$\rightarrow$ Si $\lambda < \omega_0$ amortissement faible; régime pseudo-périodique.

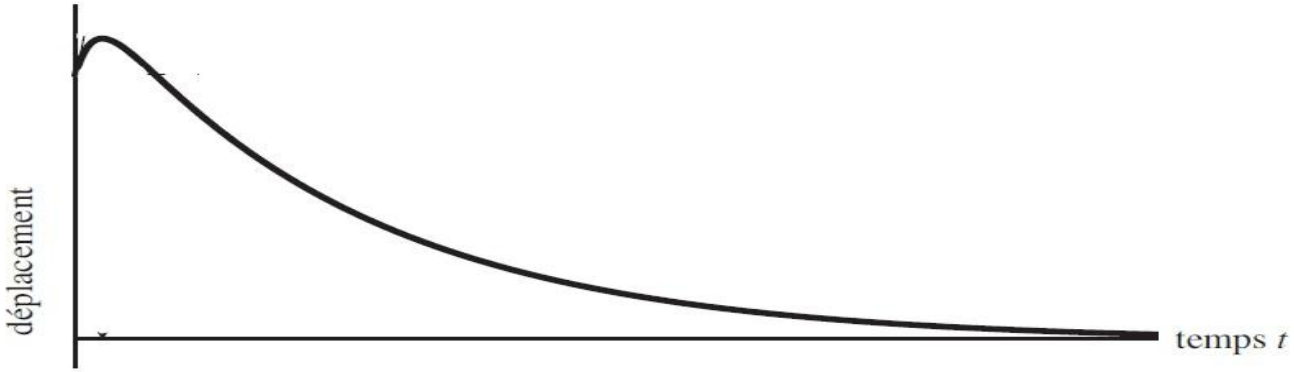
$\Delta = 4\ j^2\ (\omega_0^2 - \lambda^2)$, le polynome caractéristique a 2 solutions complexes conjuguées :

$r_1 = -\lambda + j\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$ et $r_2 = -\lambda - j\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

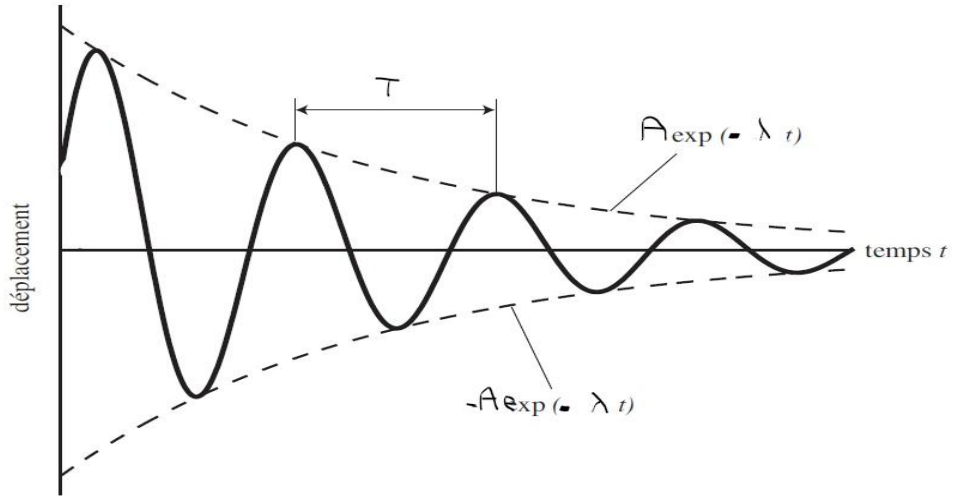
$\varepsilon(t) = A\ e^{-\lambda t}\ \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\ t + \varphi)$ où A et φ seront déterminés à l'aide des conditions initiales.

on définit la pseudo-pulsation par : $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$ et la pseudo-période $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Re*marque* : $\omega < \omega_0$ et donc $T > T_0$



*Régime critique.



*Régime pseudo-périodique.

* / Etude du régime pseudo-périodique.

→ Les conditions initiales permettent de définir complétement la vibration; en effet

$$\text{à } t=0 \begin{cases} \varepsilon(t=0) = \varepsilon_0 = A\cos(\varphi) \\ \dot{\varepsilon}(t=0) = \dot{\varepsilon}_0 = -\lambda A\cos(\varphi) - \omega A \sin(\varphi) \end{cases}$$

puisque : $\varepsilon(t) = A\ e^{-\lambda t}\cos(\omega t+\varphi)$ et $\dot{\varepsilon}(t) = -\lambda A\ e^{-\lambda t}\cos(\omega t+\varphi) - \omega A\ e^{-\lambda t}\sin(\omega t+\varphi)$

$$\text{soit : } \begin{cases} \varepsilon_0 = A\cos(\varphi) \\ \dfrac{\dot{\varepsilon}_0 + \lambda \varepsilon_0}{\omega} = -A\sin(\varphi) \end{cases}$$

on trouve : $A = \sqrt{\left[\dfrac{\dot{\varepsilon}_0 + \lambda \varepsilon_0}{\omega}\right]^2 + \varepsilon_0^2}$ et $\varphi = \arctan\left(-\dfrac{\dot{\varepsilon}_0 + \lambda \varepsilon_0}{\omega\ \varepsilon_0}\right)$, φ défini à $k\pi$ prés

→ la décroissance de l'amplitude de la vibration du système peut être caractérisée par :

* son temps caractéristique $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$: c'est le temps au bout duquel l'amplitude de la vibration

$x(t) = A\ e^{-\lambda t}$ est divisée par e ; en effet : $x(t+\tau) = A\,e^{-\lambda(t+\tau)} = A\,e^{-\lambda t}\,e^{-1} = \dfrac{x(t)}{e}$

* le décrément logarithmique δ défini par : $\delta = \ln\left[\dfrac{x(t)}{x(t+T)}\right] = \ln\left[\dfrac{A\,e^{-\lambda t}}{A\,e^{-\lambda(t+T)}}\right] = \ln e^{\lambda T} = \lambda\ T = \dfrac{T}{\tau}$

III- Vibrations forcées.

En un point P du système$(\sum)$, on introduit une force excitatrice sinusoidale Ω connue :

$\vec{F} = F_m \cos \Omega t \, \vec{u}$ où $\vec{u}$ vecteur unitaire

On suppose que F est un infiniment petit du même ordre que ε.

Comme : $\vec{V}(P/R) = \frac{dO\vec{P}}{dq}\dot{q}$ et $\vec{V}^*(P) = \frac{dO\vec{P}}{dq}q^*$

la puissance virtuelle de cet effort est $P^* = \vec{F}.\vec{V}^*(P) = F\cos\Omega t \, \vec{u} \,.\vec{V}^*(P) = \left[\frac{dO\vec{P}}{dq}.\vec{u}\right] F_m \cos\Omega t \, q^*$

la composante de force généralisée correspondante est : $Q = \left[\frac{dO\vec{P}}{dq}.\vec{u}\right] F_m \cos\Omega t$

à l'ordre 1 au voisinage de la position d'équilibre, elle vaut : $Q_\varepsilon = \left[\frac{dO\vec{P}}{dq}(q^e).\vec{u}\right] F_m \cos\Omega t$

on posera, par la suite : $F = \left[\frac{dO\vec{P}}{dq}(q^e).\vec{u}\right] F_m$

L'équation du mouvement linéarisée s'écrit :

$$a(q^e)\,\ddot{\varepsilon} + \alpha\left[\frac{dO\vec{P}}{dq}(q^e)\right]^2\dot{\varepsilon} + \varepsilon\frac{d^2U_P}{dq^2}(q^e) = F\cos\Omega t$$

soit :

$$\ddot{\varepsilon} + 2\lambda\dot{\varepsilon} + \omega_0^2\varepsilon = \frac{F}{a(q^e)}\cos\Omega t$$

Il s'agit d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2, à coefficients constants, avec second membre

La solution = [Solution générale de l'équation sans second membre] + [Solution particulière de l'équation complète]

$\varepsilon(t)$ = régime transitoire $\varepsilon_{tr}(t)$ + régime forcé $\varepsilon_f(t)$

* La solution transitoire $\varepsilon_{tr}(t)$ a été déja établie dans ce qui précède. Dans le cas d'un système amorti (cas réel) ce régime transitoire disparait au bout d'un temps plus ou moins long..

* Les conditions initiales servent à déterminer complètement le régime transitoire précédemment établi..

* La solution particulière de l'équation complète (régime forcé) est sinusoidale de même pulsation Ω que la force excitatrice et déphasée par rapport à celle - ci; on prendra : $\varepsilon_f(t) = \varepsilon_{fm}\cos(\Omega t + \varphi)$.

1 - Cas des systèmes conservatifs ($\lambda = 0$) :

L'équation des vibrations s'écrit : $\ddot{\varepsilon} + \omega_0^2\ \varepsilon = \dfrac{F}{a(q^e)}\cos\Omega t$ en tenant compte de $\varepsilon_f(t) = \varepsilon_{fm}\cos(\Omega t + \varphi)$.

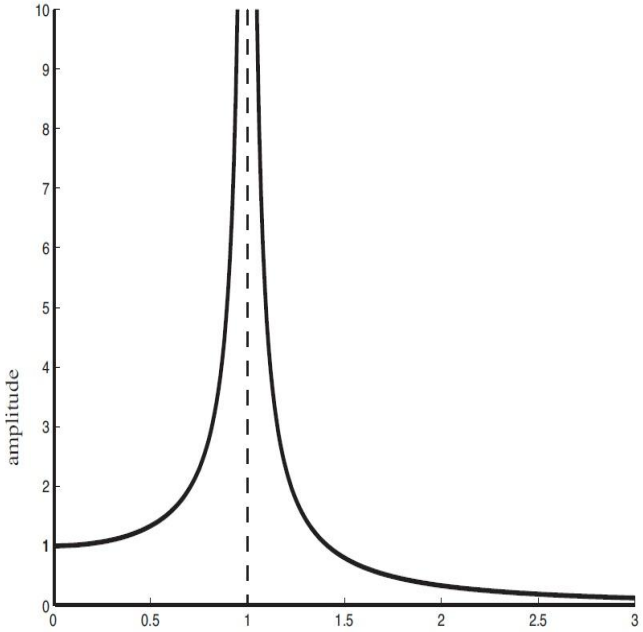
$\varepsilon_{fm}\ (\omega_0^2 - \Omega^2)\cos(\Omega t + \varphi) = \dfrac{F}{a(q^e)}\cos\Omega t\ \ \forall t$ soit $\left|\begin{array}{l} \varepsilon_{fm}\ (\omega_0^2 - \Omega^2)\cos\varphi = \dfrac{F}{a(q^e)} \\ et\ \ -\varepsilon_{fm}\ (\omega_0^2 - \Omega^2)\sin\varphi = 0 \end{array}\right.$

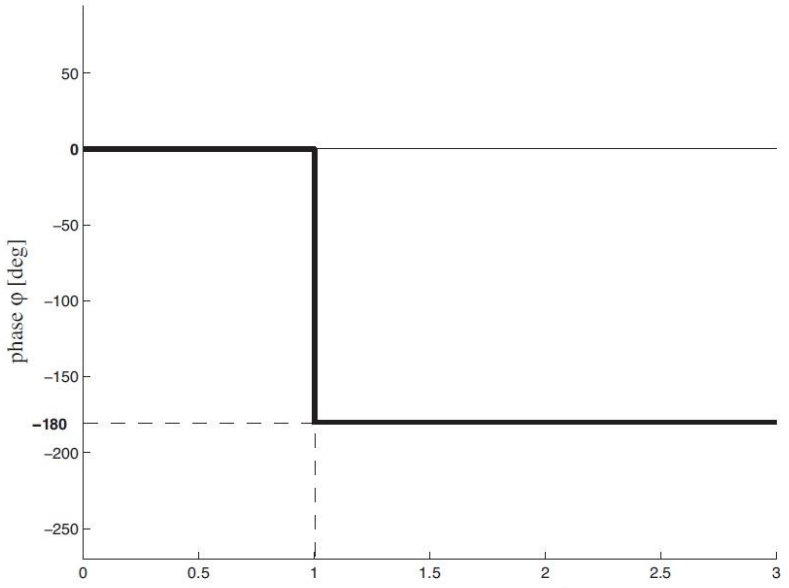
* Si $\omega_0 > \Omega$ on trouve $\varphi = 0$ et $\varepsilon_{fm} = \dfrac{F}{a(q^e)\ \ (\omega_0^2 - \Omega^2)}$

* Si $\omega_0 < \Omega$ on trouve $\varphi = \pi$ et $\varepsilon_{fm} = \dfrac{F}{a(q^e)\ \ (\Omega^2 - \omega_0^2)}$

Si $\Omega = \omega_0$ résonance d'amplitude : l'amplitude des vibrations devient infinie (pas d'amortissement).
La solution particulière de l'équation différentielle complète (régime établi) , précédemment utilisée, n'est plus valable car elle coincide(même pulsation) avec la solution générale de l'équation sans second membre (régime transitoire).

Notons que si $\Omega \to \omega_0$, $\varepsilon(t) = \varepsilon_{trans}(t) + \varepsilon_{forcé}(t)$ est la superposition de deux vibrations de pulsations voisines $\Rightarrow$ phénomène de battements (voir fin de ce chapitre).





*Evolutions de l'amplitude et la phase en fonction de la pulsation réduite Ω / ω_0

2 - Cas des systèmes amortis ($\lambda \neq 0$) :

$\ddot{\varepsilon} + 2\,\lambda\,\dot{\varepsilon} + \omega_0^2\,\varepsilon = \dfrac{F}{a(q^e)}\cos\Omega t$ on recherche la solution sous la forme $\varepsilon_f(t) = \varepsilon_{fm}\cos(\Omega t + \varphi)$

Pour la simplicité des calculs ultérieurs, on travaille en complexes, en posant :

$\varepsilon_f^C(t) = \varepsilon_{fm} e^{j(\Omega t+\varphi)}$, $\varepsilon_f(t) = \mathrm{Re}\left[\varepsilon_f^C(t)\right]$ et en remplaçant $\dfrac{F}{a(q^e)}\cos\Omega t$ par $\dfrac{F}{a(q^e)}\,e^{j\Omega t}$

puisque :

$\dot{\varepsilon}_f^C(t) = j\,\Omega\,\varepsilon_{fm} e^{j(\Omega t+\varphi)}$ et $\ddot{\varepsilon}_f^C(t) = -\Omega^2\,\varepsilon_{fm} e^{j(\Omega t+\varphi)}$

$\varepsilon_{fm}\left[\omega_0^2 + j\,2\,\lambda\,\Omega - \Omega^2\right] e^{j\Omega t}\,e^{j\varphi} = \dfrac{F}{a(q^e)}\,e^{j\Omega t}\ \forall t$ avec $e^{j\Omega t} \neq 0$

$\varepsilon_{fm}\left[\omega_0^2 + j\,2\,\lambda\,\Omega - \Omega^2\right] e^{j\varphi} = \dfrac{F}{a(q^e)}$

$\rightarrow$ en module : $|z.z| = |z|\,|z'|$ $\varepsilon_{fm} > 0$, $\dfrac{F}{a(q^e)} > 0$ et $\left|e^{j\varphi}\right| = 1$

$$\varepsilon_{fm} = \frac{F}{a(q^e)\sqrt{\left[\omega_0^2 - \Omega^2\right]^2 + 4\,\lambda^2\,\Omega^2}}$$

$\rightarrow$ en argument : $\arg(z.z') = \arg(z) + \arg(z')$ $\arg(\varepsilon_{fm}) = \arg\left(\dfrac{F}{a(q^e)}\right) = 0$ et $\arg(e^{j\varphi}) = \varphi$

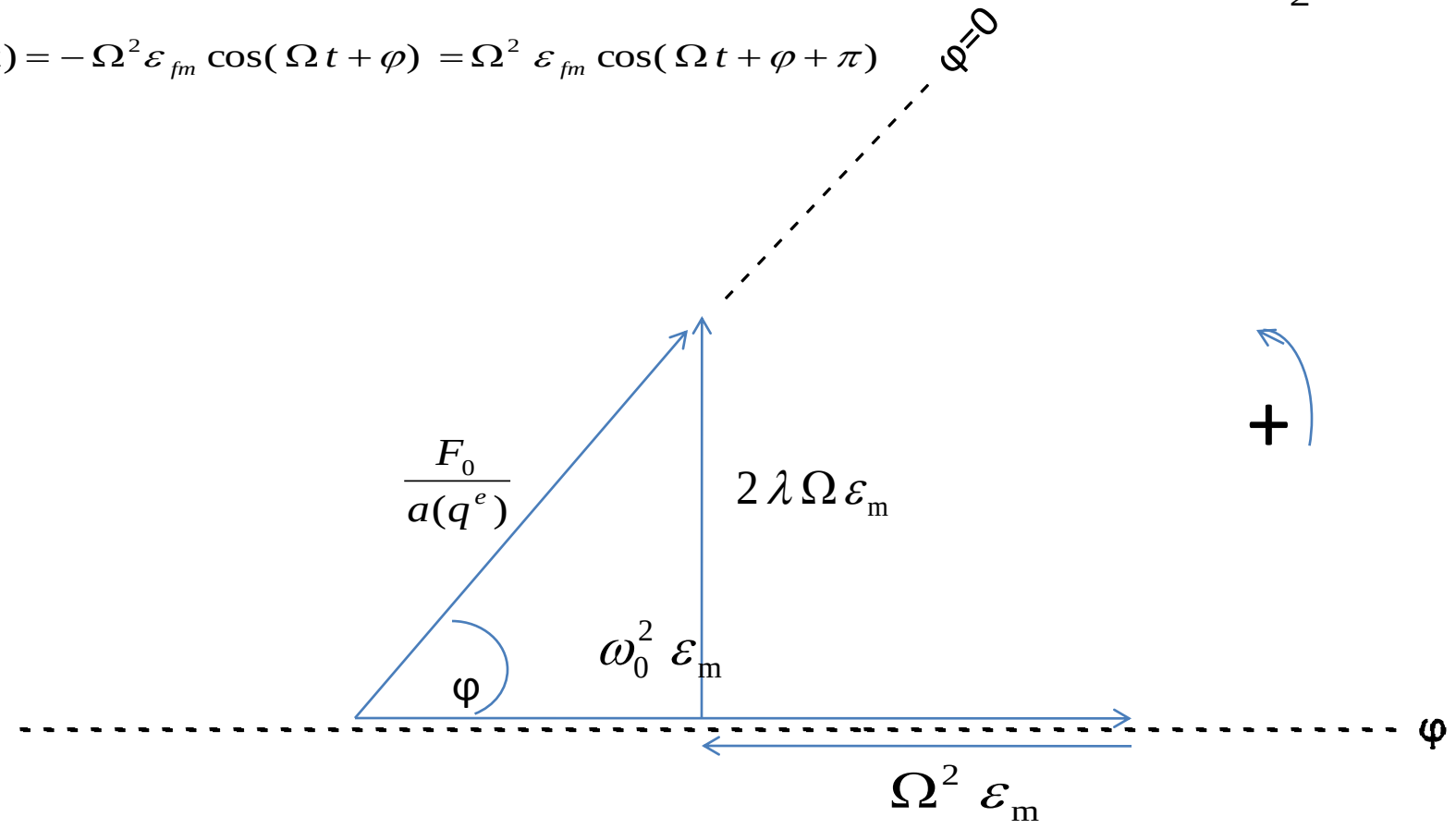
$$\varphi + \arctan\left[\frac{2\,\lambda\,\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}\right] = 0 \quad \text{soit} \quad \varphi = -\arctan\left[\frac{2\,\lambda\,\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}\right] \pm k\pi$$

* / Remarque :

Ces réultats peuvent être retrouvés en utilisant la construction de Fresnel. Dans le plan de Fresnel Ω, toute grandeur $A\cos(\Omega t+\phi)$ sera représentée par un vecteur de norme A et d'angle polaire Φ.

$$\varepsilon_f(t)=\varepsilon_{fm}\cos(\Omega t+\varphi) \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}_f(t)=-\Omega\,\varepsilon_{fm}\sin(\Omega t+\varphi)=\Omega\,\varepsilon_{fm}\cos(\Omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

$$\ddot{\varepsilon}_f(t)=-\Omega^2\varepsilon_{fm}\cos(\Omega t+\varphi)=\Omega^2\,\varepsilon_{fm}\cos(\Omega t+\varphi+\pi)$$



La vibration est en retard de φ par rapport à la force excitatrice.

* / Résonance d'amplitude :

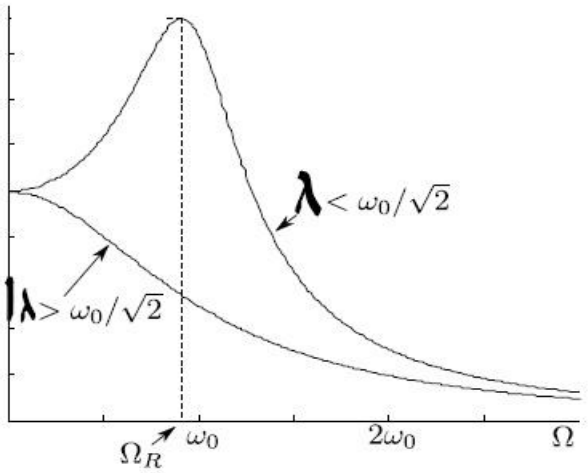
L'amplitude de la vibration forcée :

$$\varepsilon_{fm} = f(\Omega) = \frac{F}{a(q^e)\sqrt{\left[\omega_0^2 - \Omega^2\right]^2 + 4\lambda^2\,\Omega^2}}$$

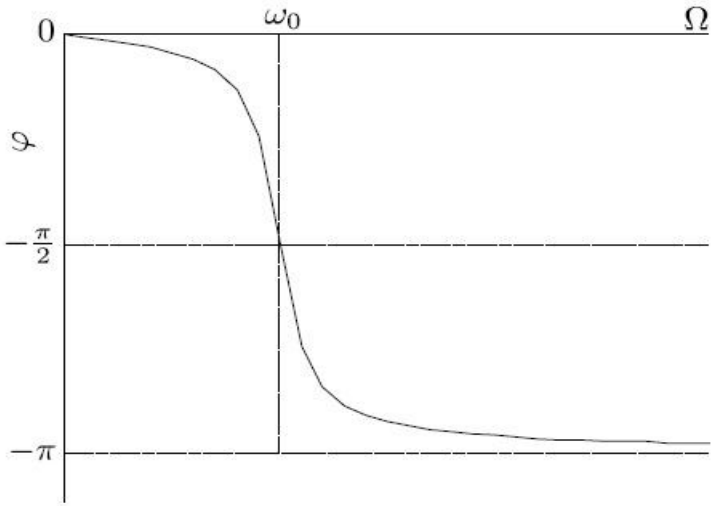
passe par un maximum si : $\dfrac{df(\Omega)}{d\Omega} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Omega^2 - \omega_0^2 + 2\lambda^2 = 0$

si $\omega_0^2 - 2\lambda^2 > 0$ donc si $\lambda < \dfrac{\omega_0}{\sqrt{2}}$, il existe une pulsation excitatrice $\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}$ dite pulsation de résonance d'amplitude, pour laquelle l'amplitude de la vibration est maximum.

dans ce cas; pour $\Omega = \Omega_r$: $\varepsilon_{fmr} = \dfrac{F}{a(q^e)\,2\lambda\sqrt{\omega_0^2 - 4\lambda^2}}$ et $\varphi_r = -\arctan\left[\dfrac{\sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}}{\lambda}\right] \pm k\pi$



Amplitude en fonction de Ω.



Déphasage φ en fonction de Ω.

Remarque :

L'amplitude $\dot{\Omega}\varepsilon_{fm}$ de la vitesse vibratoire résone pour $\Omega = \omega_0$ et ce quelque soit la valeut de λ.

* / Cas d'une excitation quelconque f(t) :

On utilise la transformée de Laplace pour la résolution de l'équation des vibrations : $\ddot{\varepsilon} + 2\ \lambda\ \dot{\varepsilon}\ + \omega_0^2\ \varepsilon\ = \dfrac{f(t)}{a\,(q^e)}$

Si f est intégrable et $f(t) = 0$ pour $t \le 0$ alors la transformée de Laplace de $\dfrac{f(t)}{a\,(q^e)}$ est $F(p) = \int_0^{\infty} \dfrac{f(t)}{a\,(q^e)}\ e^{-pt} dt$

soit $L(\varepsilon)$ la transformée de Laplace de ε; on a :

$L(\dot{\varepsilon})(p) = p\,L(\varepsilon)(p) - \varepsilon_0$ et $L(\dot{\varepsilon})(p) = p^2\,L(\ddot{\varepsilon})(p) - p\varepsilon_0 - \dot{\varepsilon}_0$

La transformée de l'équation s'écrit : $L(\dot{\varepsilon})(p) + 2\,\lambda\,L(\dot{\varepsilon})(p) + \omega_0^2\,L(\varepsilon)(p) = F(p)$

soit : $L(\dot{\varepsilon})(p) = \dfrac{F(p) + (p + 2\lambda)\,\varepsilon_0 + \dot{\varepsilon}_0}{p^2 + 2\lambda\,p + \omega_0^2}$ la transformée inverse permet alors de déterminer $\varepsilon(t)$.

* /Battements :

Le phénomène des battements est observé lorsqu'on superpose deux vibrations de pulsations voisines. L'amplitude de la vibrations résultante est modulée sinusoidalement.

On considère deux vibrations de même amplitude A (pour la simplicité des calculs) et de pulsations voisines ω_1 et ω_2 et $X = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ et $A\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ telles que $\omega_1 > \omega_2$ et $\omega_1 \approx \omega_2$

en posant: $\begin{cases} a+b=\omega_1 t+\varphi_1 \\ a-b=\omega_2 t+\varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{(\omega_1+\omega_2)\,t+(\varphi_1+\varphi_2)}{2} \\ b=\dfrac{(\omega_1-\omega_2)\,t+(\varphi_1-\varphi_2)}{2} \end{cases}$

et en utilisant : $\cos(a+b)+\cos(a-b)=2\cos a\cos b$, on obtient :

$$X=2A.\cos\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\,t+(\varphi_1+\varphi_2)}{2}\right].\cos\left[\frac{(\omega_1-\omega_2)\,t+(\varphi_1-\varphi_2)}{2}\right]$$

$$\omega_m=\frac{(\omega_1-\omega_2)}{2} \quad \text{et} \quad \omega_M=\frac{(\omega_1+\omega_2)}{2}$$

$$X=2A.\cos\left[\omega_m t+\frac{(\varphi_1+\varphi_2)}{2}\right].\cos\left[\omega_M t+\frac{(\varphi_1-\varphi_2)}{2}\right]$$

comme : $\omega_1\approx\omega_2 \quad \Rightarrow \quad \omega_m << \omega_M \quad$ et $\quad T_m=\dfrac{2\pi}{\omega_m} >> T_M=\dfrac{2\pi}{\omega_M}$

Le terme $2A\cos\left[\omega_m t+\dfrac{(\varphi_1+\varphi_2)}{2}\right]$ varie trés lentement par rapport au terme $\cos\left[\omega_M t+\dfrac{(\varphi_1-\varphi_2)}{2}\right]$

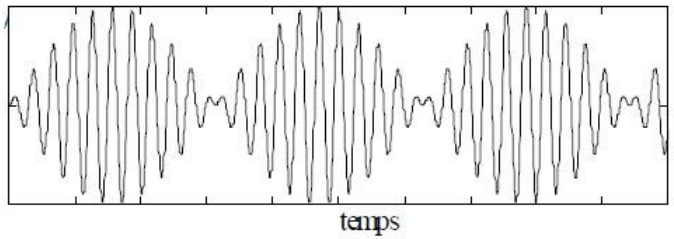
c'est l'amplitude modulée de la vibration résultante.

Remarque : Si les vibrations que l'on suprposen'ont pas la même amplitude, on utilisera

$$X=A\cos(\omega_1 t+\varphi_1)+B\cos(\omega_2 t+\varphi_2)$$

$$=\left(\frac{A+B}{2}\right)\left[\cos(\omega_1 t+\varphi_1)+\cos(\omega_2 t+\varphi_2)\right]+\left(\frac{A-B}{2}\right)\left[\cos(\omega_1 t+\varphi_1)-\cos(\omega_2 t+\varphi_2)\right]$$

X



Phénomène de battements