Pr. F. FASSI
Université Mohammed V de Rabat
Faculté des Sciences, Département de Physique

TD nº 3 de Physique Nucléaire
Filières : SMP-S5

Exercice 1 :

1.) la formule de Bethe-Bloch : $\left(-\frac{dE}{dx}\right)$ peut s´écrire sous forme:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{A}{v^2}\left[\ln\left(B\frac{v^2}{c^2}\right) - \ln\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{v^2}{c^2}\right]$$

avec $A = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_0} NZ$ et $B = \frac{2m_0c^2}{I}$

Calculons la dérivée de $\left(-\frac{dE}{dx}\right)$ par rapport à v^2:

$$\frac{d}{dv^2}\left(-\frac{dE}{dx}\right) = -\frac{A}{v^4}\left\{\ln\frac{B}{c^2} + \ln v^2 - \ln\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{v^2}{c^2}\right\} + \frac{A}{v^2}\left\{\frac{1}{v^2} + \frac{\frac{1}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{c^2}\right\}$$

$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$ passe par un extremum lorsque sa dérivée para rapport à v^2 est nulle c`est à dire lorsque:

$$-\ln\frac{B}{c^2} - \ln v^2 + \ln\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) + 1 + \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} = 0$$

$$-\ln(B) - \ln\left(\frac{\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) + 1 + \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} = 0$$

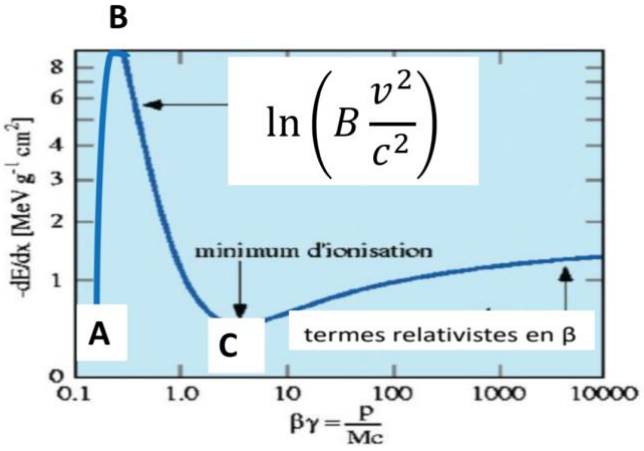
On pose : $y = \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}}$, on obtient donc : $-\ln B - \ln y + 1 + y = 0$

La valeur recherchée est le point d´intersection de la droite $x = \ln B$ et de la courbe :

$$f(y) = y + 1 - \ln y.$$

À cette vitesse : $E_{min} \approx M_0c^2$ à $2M_0c^2$où M_0 est la masse au repos de la particules incidente, **le minimum varie beaucoup avec le milieu traversé.**

2.) l´allure général de ($-\frac{dE}{dx}$) en fonction de l´énergie de la particule chargée lourde incidente :



On distingue trois régimes sur la courbe de $(-\frac{dE}{dx})$ en fonction de **l´énergie cinétique** de la particule incidente :

<u>Zone AB :</u> la zone où la vitesse de la particule incidente est compatible à celles des électrons atomiques. Dans ce domine Z et $(-\frac{dE}{dx})$ croissent.

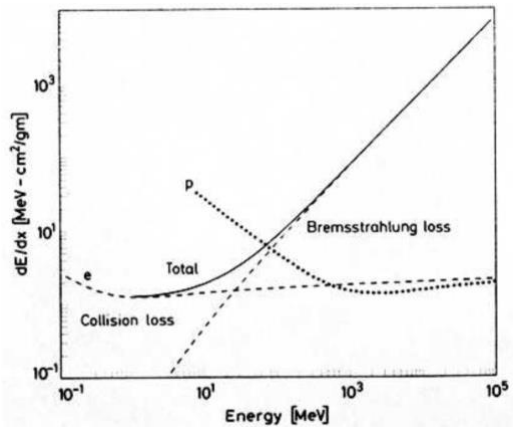
<u>Zone BC :</u> c´est le régime non relativiste de Bethe-Bloch. $(-\frac{dE}{dx})$ décroît conformément à la formule de Beth-Bloch, quand l´énergie de la particule croit

<u>Zone au-delà du point C sur la courbe :</u> C´est le régime relativiste. Le pouvoir d´arrêt augment de nouveau. Correction relativiste de la formule de Bethe-Bloch.

2.1) Comparaison avec les électrons.

L´énergie perdue par les électrons traversant un milieu materiel est la somme de l´énergie perdue para **ionisation et excitation** et celle perdue par **rayonnement de bremsstrahlung** (radiation de freinage) :

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ionisation} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{radiation}$$



Puisque l´énergie cinétique de la particule alpha est largement inférieur à l´énergie au repos : $E = \frac{1}{2}M_\alpha v^2 = \frac{1}{2}.6{,}645.10^{-27}Kg.2.10^3 km/s = 6{,}64510^{-24}J = 4{,}1510^{-11}MeV$

Donc : $E \ll M_\alpha c^2$. D´où la particule **alpha est classique,**

On considère donc le cas classique de la formule de $\left(-\frac{dE}{dx}\right)$

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_0 v^2} NZ\left[\ln\left(\frac{2m_0 v^2}{I}\right)\right]$$

$N = \rho\frac{N_A}{A}$ est le nombre d´atomes par unité de volume

D´où la formule de Bethe-Bloch s´écrit :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{4\pi z^2\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2}{m_0 c^2\left(\frac{v}{c}\right)^2}\rho\frac{N_A}{A}Z(\hbar c)^2\left[\ln\left(\frac{2m_0 c^2\left(\frac{v}{c}\right)^2}{I}\right)\right]$$

Application numérique (A.N.) :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{4\pi 2^2\left(\frac{1}{137}\right)^2}{0.511\left(\frac{2.10^9}{3.10^{10}}\right)^2} \times 1{,}22610^{-3} \times \frac{6{,}0225.10^{23}}{14{,}4} \times 7{,}2(197)^2\left[\ln\left(\frac{2 \times 0{,}511\left(\frac{2.10^9}{3.10^{10}}\right)^2}{80.10^{-6}}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{\left(-\frac{dE}{dx}\right) = 0{,}68\ MeV/cm}$$

La variation de vitesse par centimètre de parcours dans l´air :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}M_\alpha v^2\right) = -\frac{1}{2}M_\alpha 2v\frac{dv}{dx}$$

$$-\left(\frac{dv}{dx}\right)=\frac{1}{M_\alpha v}\left(-\frac{dE}{dx}\right)=\frac{1}{M_\alpha c^2\frac{v}{c^2}}\left(-\frac{dE}{dx}\right)$$

A.N:

$$\left(-\frac{\boldsymbol{dv}}{\boldsymbol{dx}}\right)=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4,002603\times 931,5\times\frac{2.10^9}{(3.10^{10})^2}}}\times(\mathbf{0,68})$$

$$\left(-\frac{dv}{dx}\right)=\mathbf{8,2.10^7\ cm/s\ par\ cm\ d'air}$$

Exercice 2 :

1.) $\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{6{,}62.10^{-34}\times 3.10^8}{1{,}6.10^{-13}}=1{,}24.10^{-12}m$

$$\lambda=\mathbf{1,24\ pm}$$

En déduit que les rayons sont des γ.

2.) La couche de demi-atténuation (CDA) :

$$\boldsymbol{CDA=\frac{\ln 2}{\mu}=\frac{\ln 2}{0,79}=0,88\ cm}$$

3.) $I(x)=I_0e^{-\mu x}\Rightarrow\frac{I(x)}{I_0}=e^{-\mu x}\Rightarrow\ln\frac{I(x)}{I_0}=-\mu x$

$$\Rightarrow x=-\frac{1}{\mu}\ln\frac{I(x)}{I_0}$$

$$x=\frac{1}{\mu}\ln\frac{I_0}{\frac{1}{1000}I_0}=\frac{\ln 1000}{\mu}=\frac{\ln 1000}{0{,}79}=8{,}75\ cm$$

$$\Rightarrow\ \boldsymbol{x=8,75\ cm}$$

4.) L'exponentielle $I_0e^{-\mu x}$ tend vers 0 quand x tend vers l'infini, mais ne s'annule jamais, on ne peut qu'atténuer un faisceau γ

Exercice 3 :

1.) Energie d'un photon: **E=hν** et Quantité de mouvement d'un photon: $\boldsymbol{P=\frac{h\nu}{c}}$

2.) Conservation de l'énergie: $\boldsymbol{h\nu = h\nu' + \frac{P_e^2}{2m_0}}$ (1)

Conservation de la quantité de mouvement : En projetant l´équation de conservation du vecteur impulsion respectivement sur la direction d´incidence et sur la normale à cette direction située dans le plan de diffusion on obtient :

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\phi + P_e\cos\theta \quad (2)$$
$$0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\phi - P_e\ \sin\theta \quad (3)$$

3.) On peut réécrire (2) et (3) respectivement comme ci-dessous :

$$P_e\cos\theta = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c}\cos\phi \quad (2)$$
$$P_e\sin\theta = \frac{h\nu'}{c}\sin\phi \quad (3)$$

En élevant au carré ces deux expressions, en additionnant les deux nouvelles expressions obtenues et en utilisant (1), on obtient :

$$2m_0h(\nu - \nu') = \frac{h^2}{c^2}(\nu^2 - 2\nu\nu'\cos\phi + \nu'^2),$$

Qui peut se réécrire :

$$2m_0h = \frac{h^2}{c^2}\left((\nu - \nu') - \frac{2\nu\nu'}{(\nu - \nu')}(1 - \cos\phi)\right)$$

En négligeant δν devant ν, il reste

$$\delta\nu_{max} = (\boldsymbol{\nu' - \nu}) \approx \boldsymbol{\nu^2}\frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{m_0c^2}}(\boldsymbol{1 - \cos\phi}) \quad (4)$$

En utilisant $\nu = \frac{c}{\lambda}$ *dans l´equation* (4), d´où l´on tire

$$\boldsymbol{\delta\lambda = (\lambda - \lambda') \approx \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\phi) = \frac{2h}{m_0c}\left(\sin\frac{\phi}{2}\right)^2}$$

4.) D'après l'équation de Compton, l'impulsion maximale est transférée lorsque le photon est rétrodiffusé (ϕ =180°).

La variation de la longueur d´onde associée au photon dans ce cas est :

$$\boldsymbol{\delta\lambda_{max} = \frac{2h}{m_0 c}}$$

On remarque que $\delta\lambda_{max}$ est indépendant de l´énergie du photon incident ; c´est là une des propriétés caractéristiques de l´effet Compton.

La quantité $\frac{h}{m_0 c}$ est appelée « **longueur d´onde Compton de l´électron** »

L'énergie transférée correspondante s'écrit : $\boldsymbol{\Delta E_{max} = h\delta\nu_{max} = \frac{2h^2}{m_0\lambda^2}}$ (5)

On repart des équations (1) et (5) ; on obtient finalement l la vitesse maximale de l´électron

$$\boldsymbol{v^e_{max} = \frac{2h}{m_0\lambda}}$$

Exercice 4 :

1.) effet photoélectrique : l'émission d'électrons par l´absorption total des photons

2.) Loi d´atténuation reliant l´énergie incidente (I_0) du faisceau et son énergie I(x) après avoir traversé une épaisseur x s´écrit :

$$I(x) = I_0 e^{-\phi x} \Rightarrow \frac{I(x)}{I_0} = e^{-\phi x} \Rightarrow \ln\frac{I(x)}{I_0} = -\phi x$$

$$\Rightarrow \phi = -\frac{1}{x}\ln\frac{I(x)}{I_0} = \frac{1}{x}\ln\frac{I_0}{0{,}22\times I_0} = \frac{1}{3}\ln\frac{1}{0{,}22}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{\phi = 0{,}505\ cm^{-1}}$$

2.) Pour un photon est un milieu donné, le coefficient d´atténuation globale est la somme des coefficients liés á chaque interaction :

$$\boldsymbol{\mu_g = \phi + \theta + \pi}$$

Ici. $\pi = 0$ puisque l´effet de création de paires a lieu pour $E_{inc} > 10\text{MeV}$ et les photons ont une énergie de 20 KeV

D´où ; le coefficient d'atténuation par effet-Compton (θ) est :

$$\theta = \mu_g - \phi = 0{,}71 - 0{,}505$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{\theta = 0,205\ cm^{-1}}$$

Exercice 5 :

Loi d´atténuation : $\boldsymbol{I(x) = I_0 e^{-(\mu_{cu} + \mu_{Al})x}}$

$$\textbf{On note: } \mathbf{x = x_{Al} = x_{cu} = 1mm}$$

$$\Longrightarrow \mu_{Al} = -\frac{1}{x}\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) - \mu_{cu}$$

A.N. : $\Longrightarrow \mu_{Al} = -\ln(0{,}35) - 0{,}69$: $\Longrightarrow \boldsymbol{\mu_{Al} = 0,345\ mm^{-1}}$