



Université Mohammed V
Faculté des Sciences
Rabat

ALIMENTATION EN EAU POTABLE

CHAPITE 2: NOTIONS D'HYDRAULIQUE

MASTER -GOES 2017

Hydrogéochimie-Eau potable et Assainissement liquide

-

*Pr. MORARECH MOAD
Faculté des Sciences de Rabat
Département des Sciences de la Terre
morarech2000@gmail.com*

1 - Hydraulique

Définition: L'hydraulique est l'étude des écoulements.

- Hydrostatique : l'eau ne bouge pas ! (étude de l'équilibre des liquides)
- Hydrodynamique : l'eau bouge ou circule dans les tuyaux par exemple. (étude des mouvements des liquides)
- Donc l'hydraulique c'est la science des lois de l'écoulement des liquides.



2-Equation Fondamentale de l'Hydrostatique

Densité ρ et Pression

Masse volumique

- Masse volumique

La masse volumique (ρ) est le rapport : $\rho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volume}} = \frac{M}{V_{ol}}$ [Kg/m³]

Pour les liquides, le volume est pratiquement insensible aux variations de pression et, dans la majorité des cas, il augmente faiblement quand la température augmente, l'eau faisant exception à cette règle en dessous de 4°C.

$$\begin{aligned}\rho_{\text{eau}} &= 1000 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{\text{mercure}} &= 13546 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{\text{air sec}} &= 1,205 \text{ kg/m}^3\end{aligned}$$

La masse volumique de l'eau est Cste
L'eau est un liquide : incompressible:

Attention : Contrairement aux liquides, les gaz sont fortement compressibles. La variation de masse volumique dépend de la température et de la pression : $\rho = f(p, T)$.

- Poids spécifique

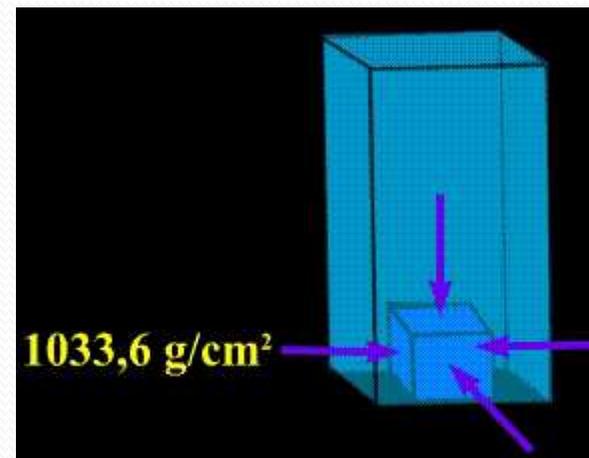
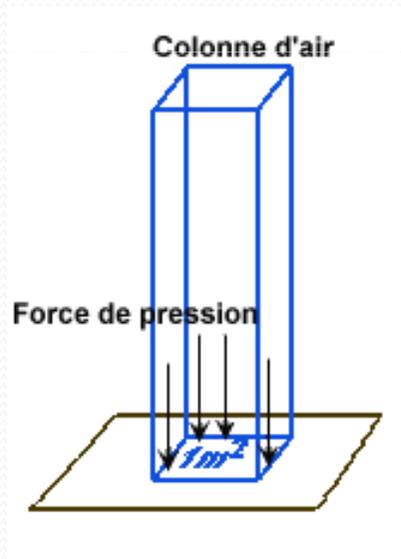
Il représente la force de gravité agissant sur la masse par unité de volume :

$$\gamma = g \cdot \rho \text{ [N/m}^3\text{]}$$

$$\gamma_{\text{eau}} = 10^4 \text{ N/m}^3$$

Pression hydrostatique

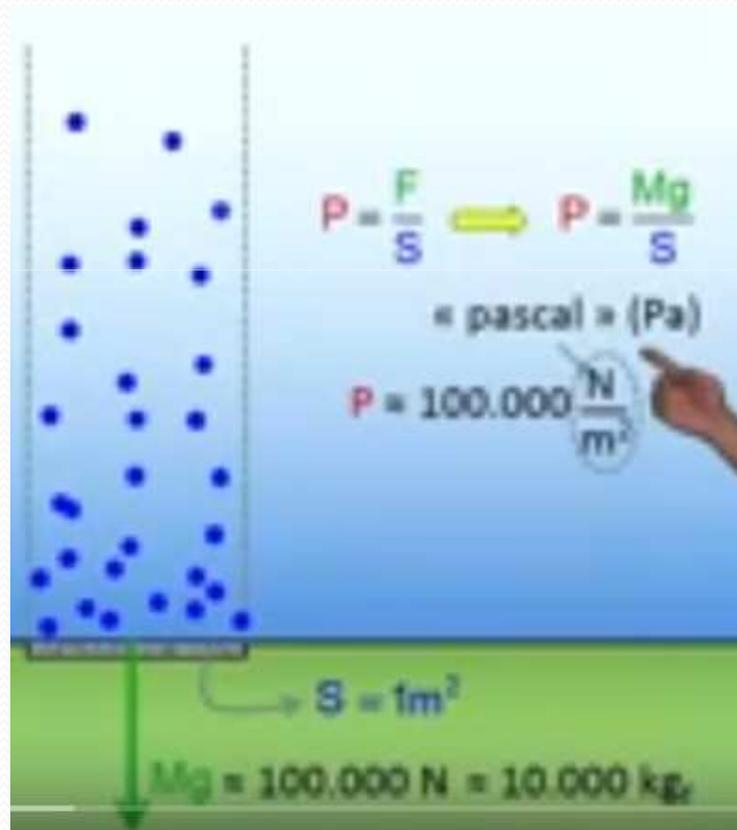
La pression est une **force qui agit sur une unité de surface** (1 mètre par 1 mètre).
La **pression atmosphérique** est donc la force exercée par l'atmosphère sur une unité de surface de la Terre. À un endroit précis, la force de pression est égale à la force exercée par une colonne d'air, de surface unitaire, partant du sol et allant jusqu'au sommet de l'atmosphère.



Pression Atmosphérique (au niveau du sol)

- 1013 hPa ; 1 atmosphère (atm) ; 760 mm de Hg ; $1,013 \times 10^5$ Pa ; 1,013 bar

- La pression atmosphérique diminue avec l'altitude.



Résultats de mesure
au niveau du sol

UN kilogramme-Force représente la force due à la gravité subie par une masse de 1 kilogramme dans un champ gravitationnel de $9,806 65 \text{ m/s}^2$: 10 m/s^2

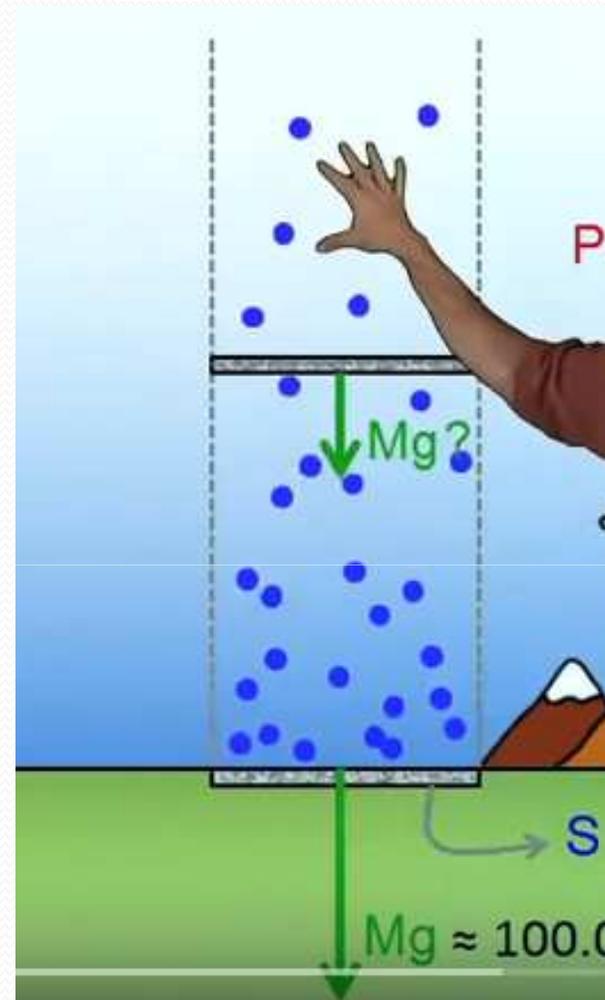
$$1 \text{ kg}_f = 10 \text{ N} : 1\text{Kg} * 10(g) \text{ m/s}^2$$

Pression atmosphérique (au niveau du sol)

Densité variable
de l'air



Difficulté de trouver une formule pour l'air



Pression hydrostatique

C'est la pression exercée par l'eau en état d'équilibre statique
: qui se mesure sans écoulement

Par définition la pression P d'un fluide est donnée par la relation :

$$P = \frac{F}{S}$$

avec :

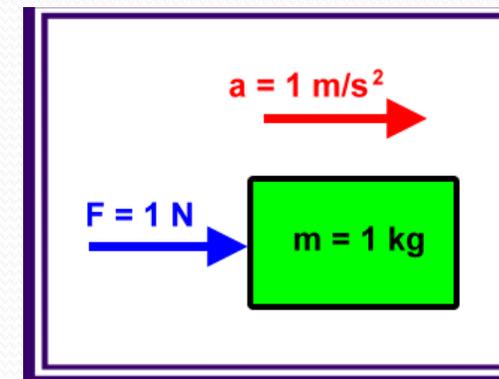
F Force pressante Newton (N)

S Aire de la surface plane (m^2)

P Pression Pascal (Pa)

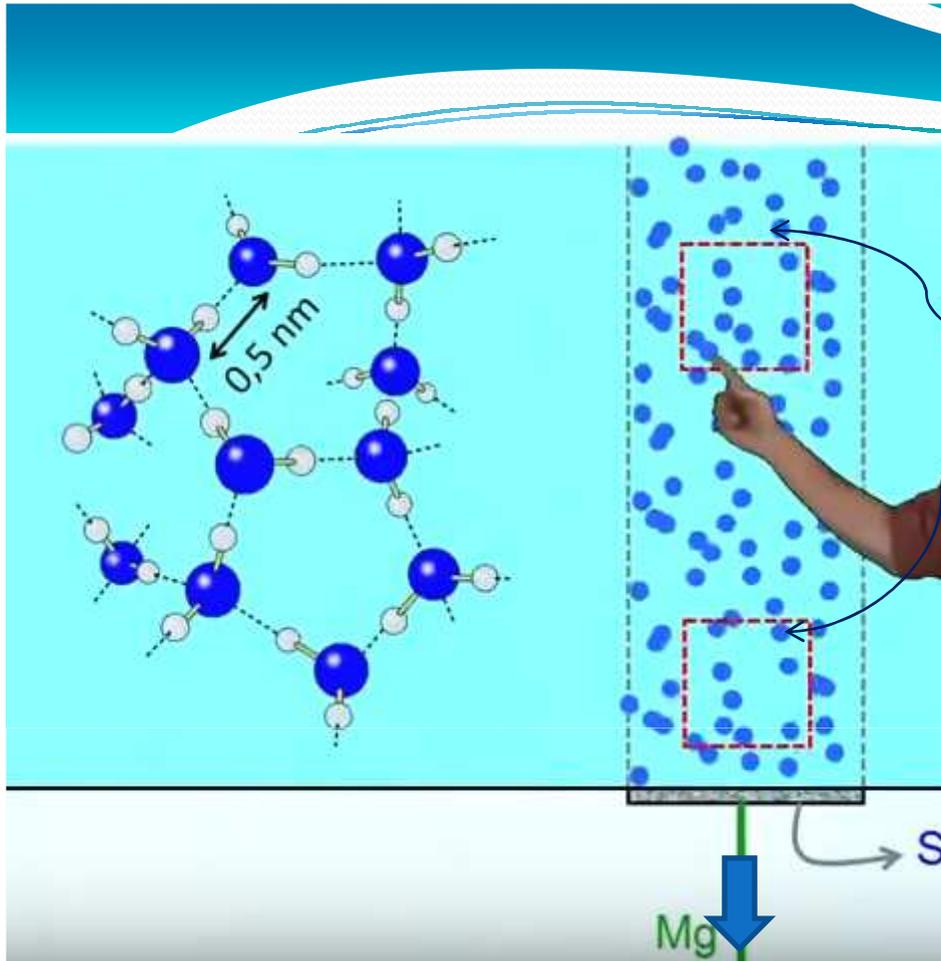
Unité: 1 Pascal = $1N/m^2$
1bar = 10^5 Pa = $10^5N/m^2$
1hP = 10^2 Pa

$$F = ma$$
$$N = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}^2)$$



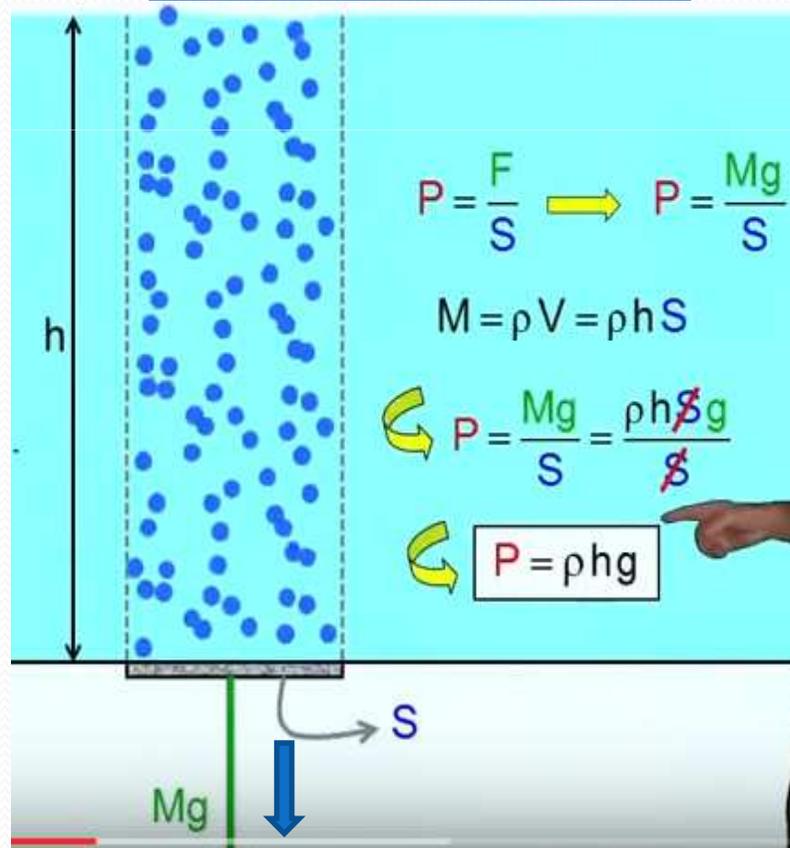
10 m d'eau = 1 bar = 1 kg f/cm²
Une hauteur de 10m de colonne d'eau équivaut à
une pression de 1kg/cm² ou 1 Bar

Eau liquide incompressible = les forces extérieures (pression) n'ont pas d'effet sur la distance entre les atomes

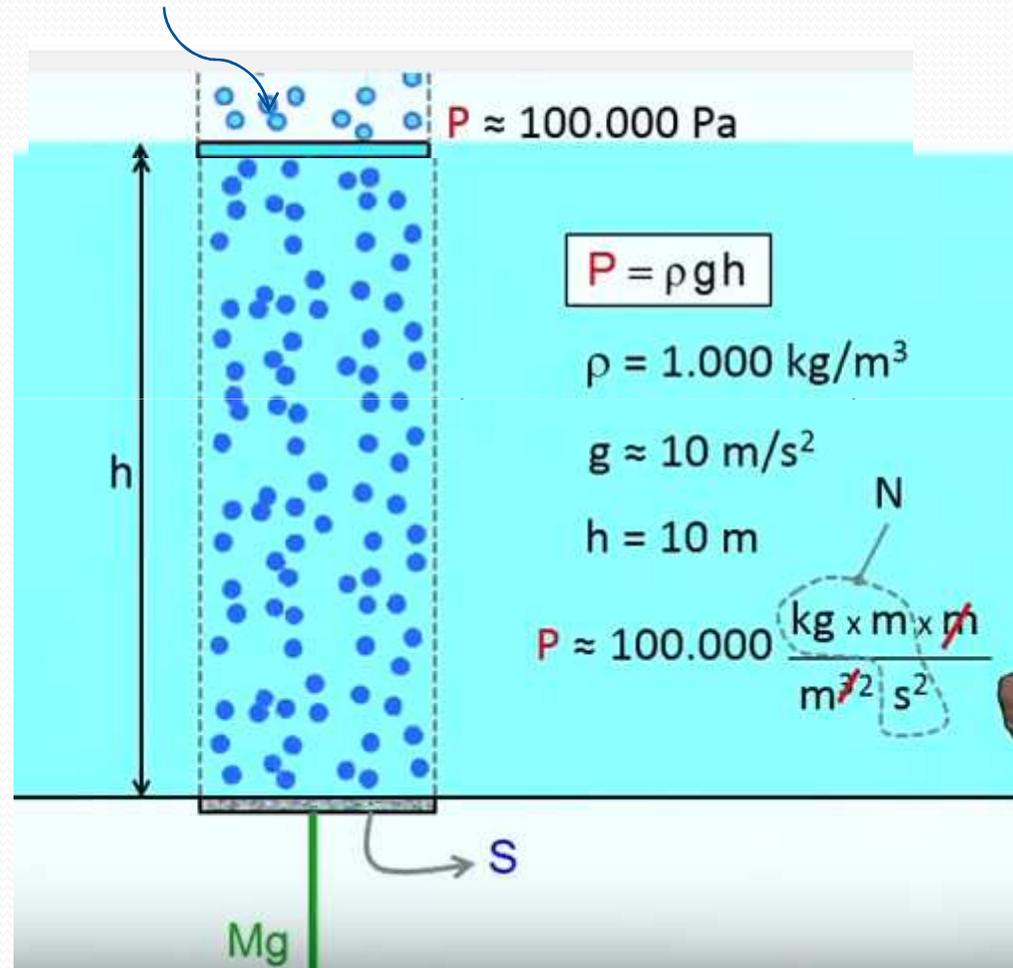


Densité de l'eau est la même sur toute la hauteur

On peut calculer la masse de la colonne d'eau

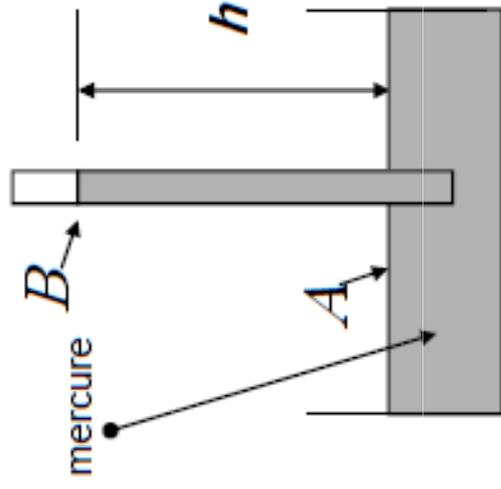


Pression atmosphérique



$P \approx 100.000 \text{ Pa}$

1 - . La mesure de la pression atmosphérique



$$P_A - P_B = \rho_m g h$$

$$\text{et } P_B = 0$$

ρ_m masse volumique du mercure
égale à $13,6 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

$$\text{et } g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$$

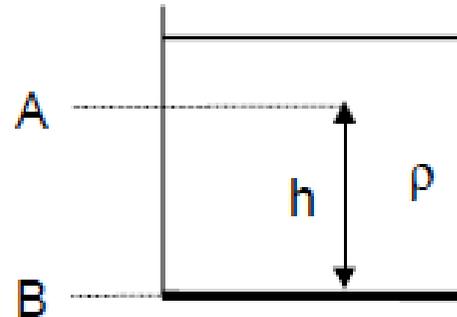
h est la mesure de la pression atmosphérique

h observée est égale à 760 mm environ de hauteur de mercure

⇨ On en déduit:

$$P_A = 101\,396 \text{ Pascal}$$

Principe fondamental de l'hydrostatique



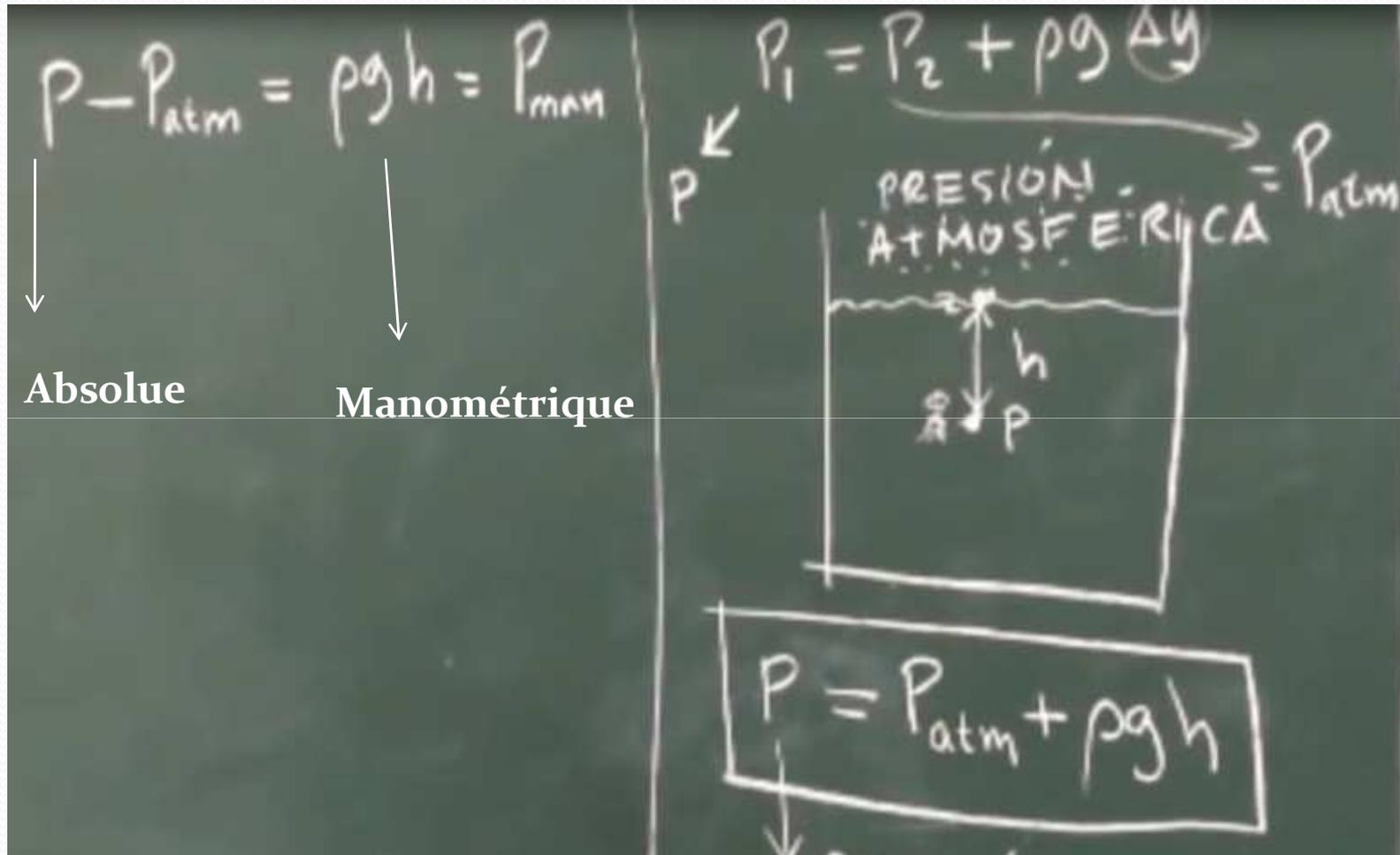
- La pression du liquide est identique en deux points à la même profondeur
- La différence de pression entre deux points d'un liquide dépend de la différence de profondeur entre ces points

On considère un liquide immobile à l'intérieur d'un récipient; la pression en tous les points du liquide situés sur un même plan horizontal est identique. Les points A et B étant sur une verticale, le principe s'écrit:

$$P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot h$$

P_B, P_A : pressions en B et A	→	$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ ou Pa (pascal)
ρ : masse volumique du liquide	→	kg/m^3
g : accélération de la pesanteur	→	m/s^2
h : distance verticale entre A et B	→	m

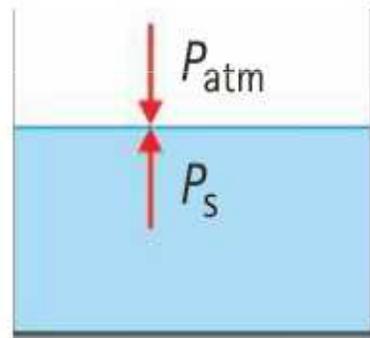
Principe fondamental de l'hydrostatique



$$\mathbf{P_{ression Absolue}} = \mathbf{P_{atm}} + \mathbf{P_{relative (Manométrique)}}$$

Sur la surface libre :

$$P_s = P_{atm} + 0 \text{ (pression relative)}$$



À la surface libre $P_s = P_{atm}$.

PRESSION HYDROSTATIQUE

A une profondeur Z dans un liquide de masse volumique ρ la pression P

$$P = P_{\text{atm}} + \rho \cdot g \cdot z$$

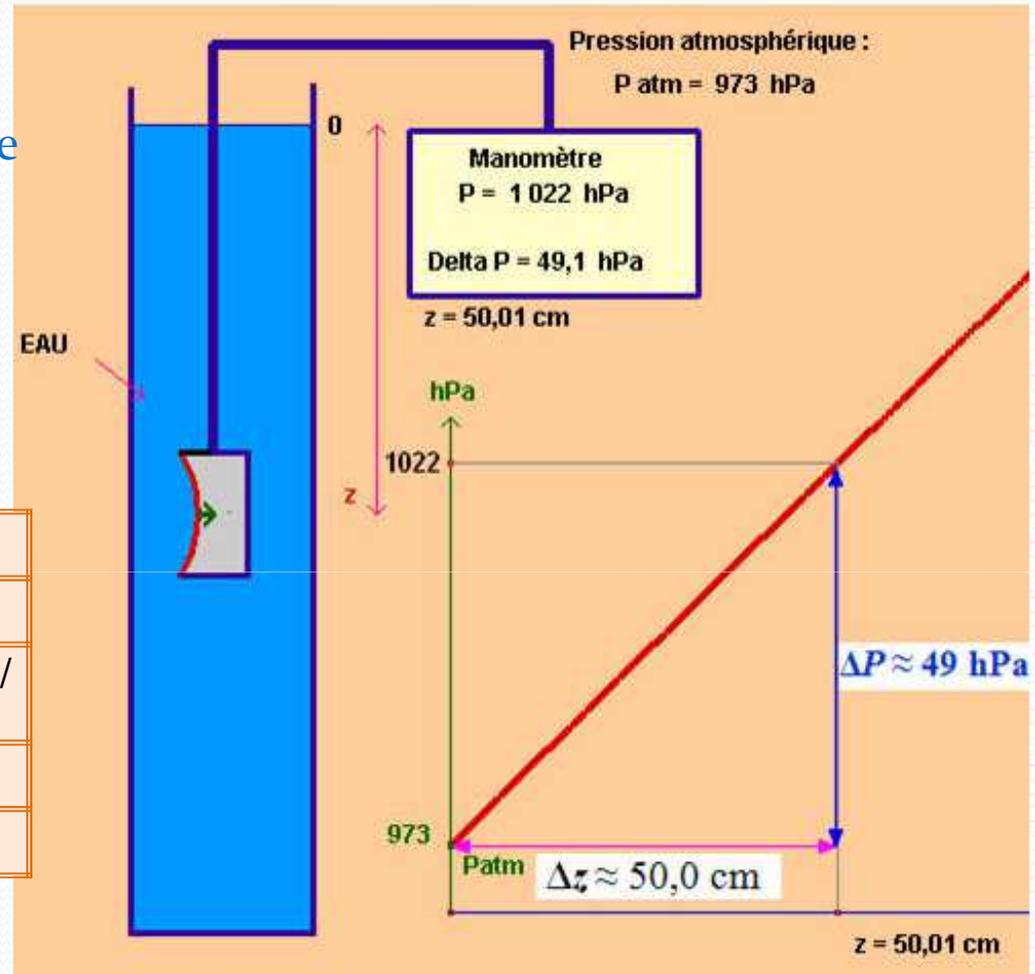
$$P = P_{\text{atm}} + \rho \cdot g \cdot z$$

P et P_{atm} s'expriment en pascal (Pa)

ρ s'exprime en kilogramme par mètre cube (kg / m^3)

g s'exprime en m par seconde au carré (m / s^2)

z s'exprime en mètre (m)



Une hauteur de 10m de colonne d'eau équivaut à une pression de $1\text{kg}/\text{cm}^2$ ou 1 Bar

La pression de l'eau s'ajoute à celle de l'air.
On ajoute 1 bar tous les 10 m

Surface → 1 bar

10 m → 2 bar

20 m → 3 bar

25 m → 3,5 bar

1 bar = 1×10^5 Pa

Le mètre de colonne d'eau (mCE), égal à la pression qui règne sous un mètre d'eau sous gravité terrestre, vaut 9810 Pa (0,0981 bar).

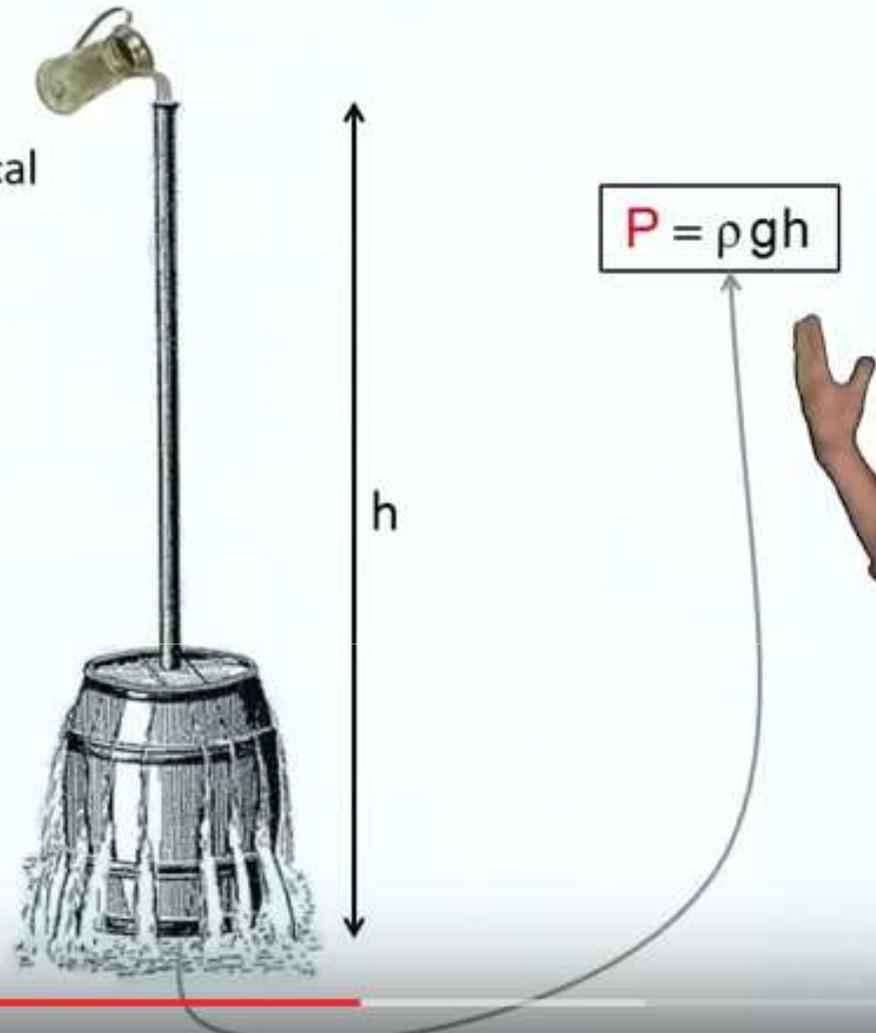
Pour mémoire : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 1000 \text{ mbar} = 10,2 \text{ mCE} \rightarrow 1 \text{ mCE} = 0,098 \text{ bar}$

≡ 0,1 bar

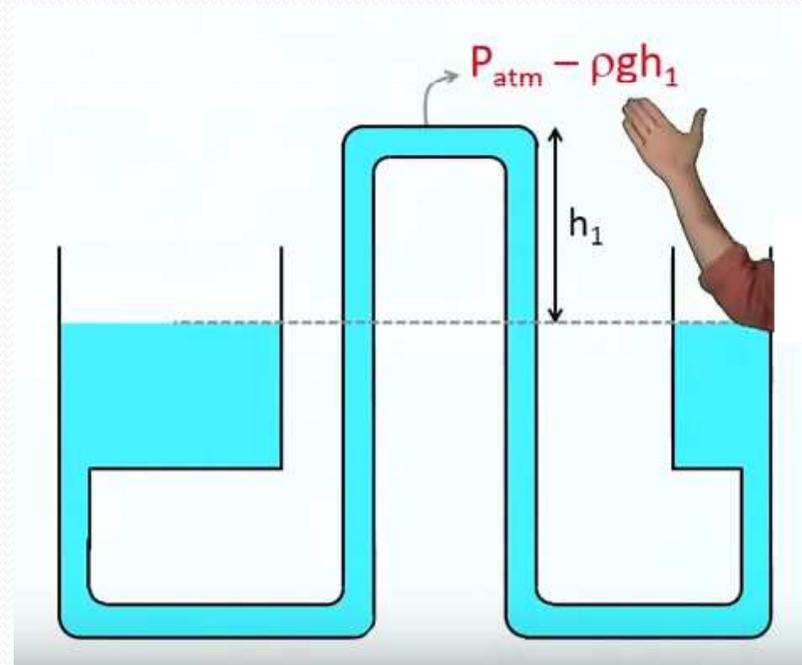
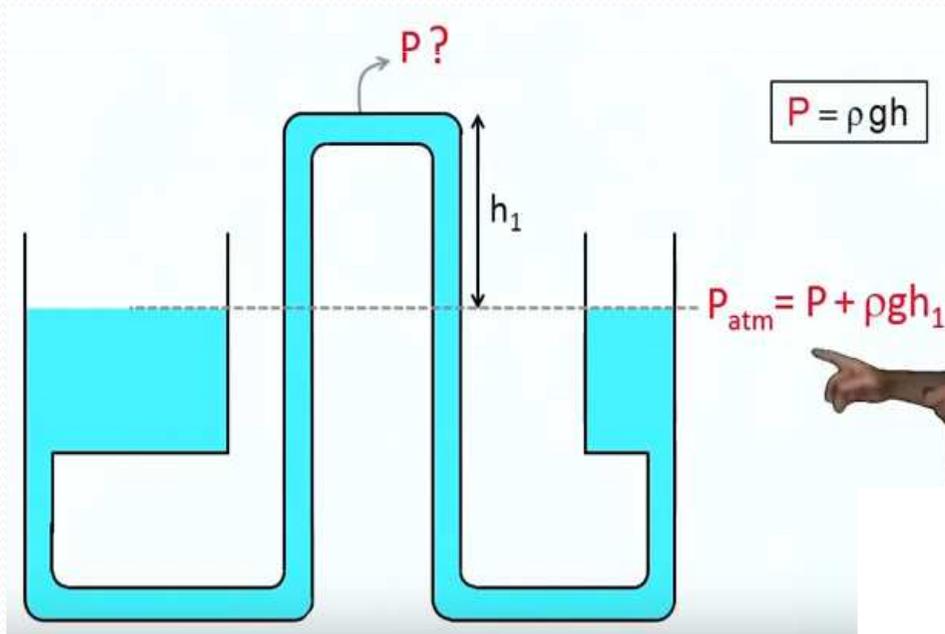
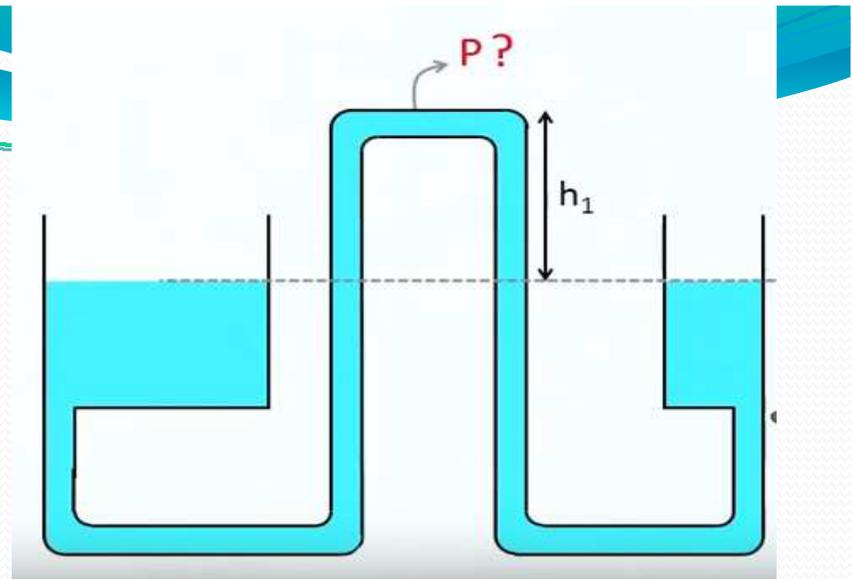
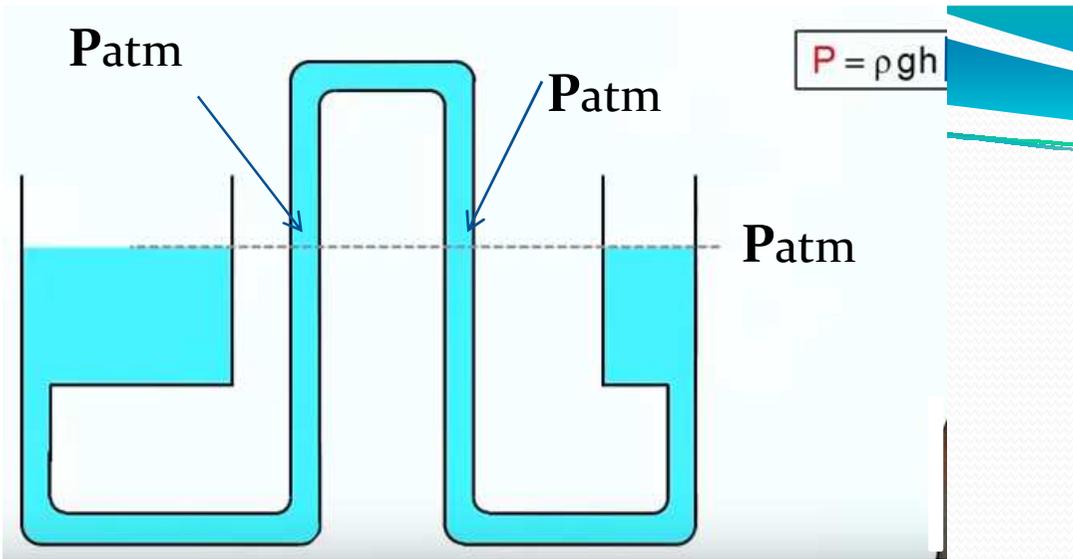
Le « crève tonneau » de Pascal



1623 - 1662



La pression dépend de la hauteur d'eau et non de la quantité d'eau

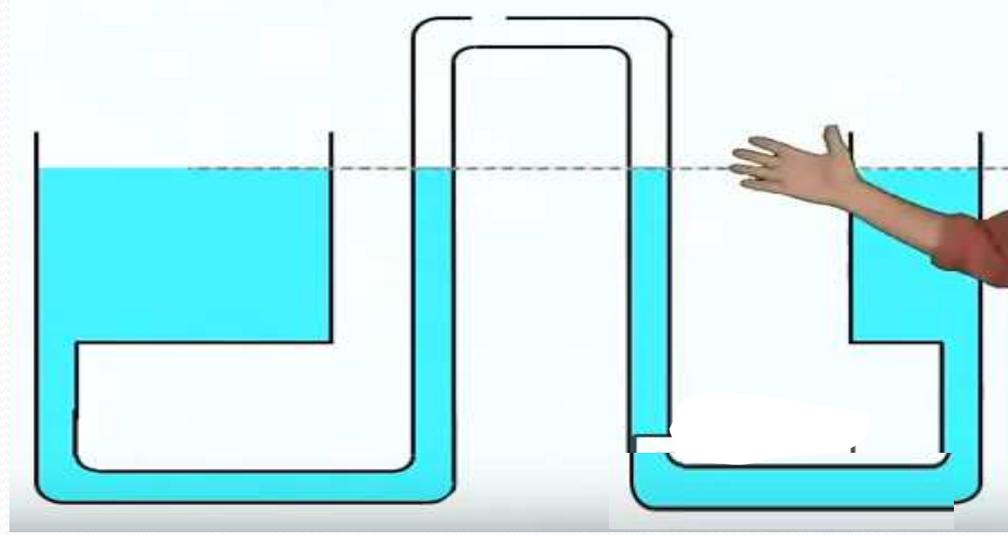
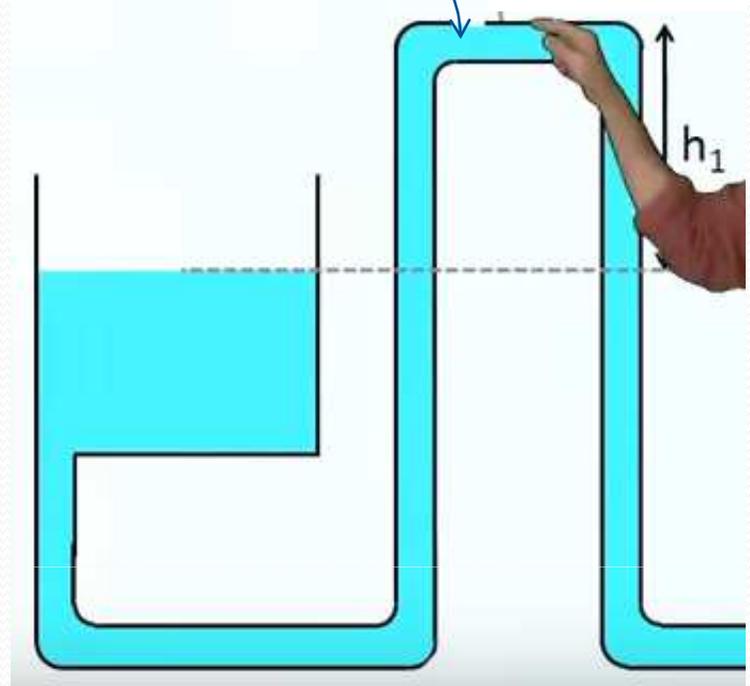
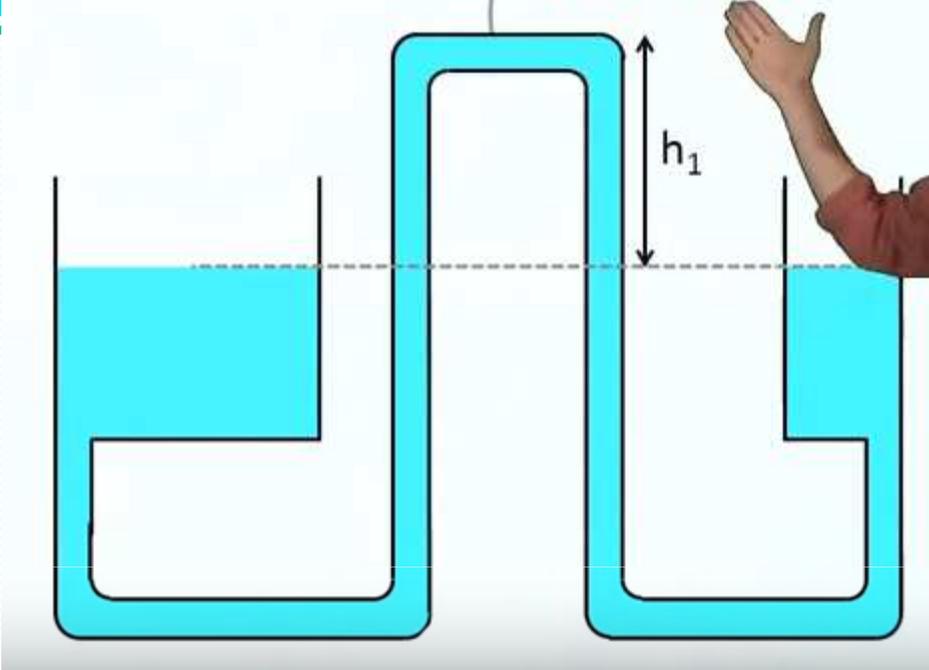


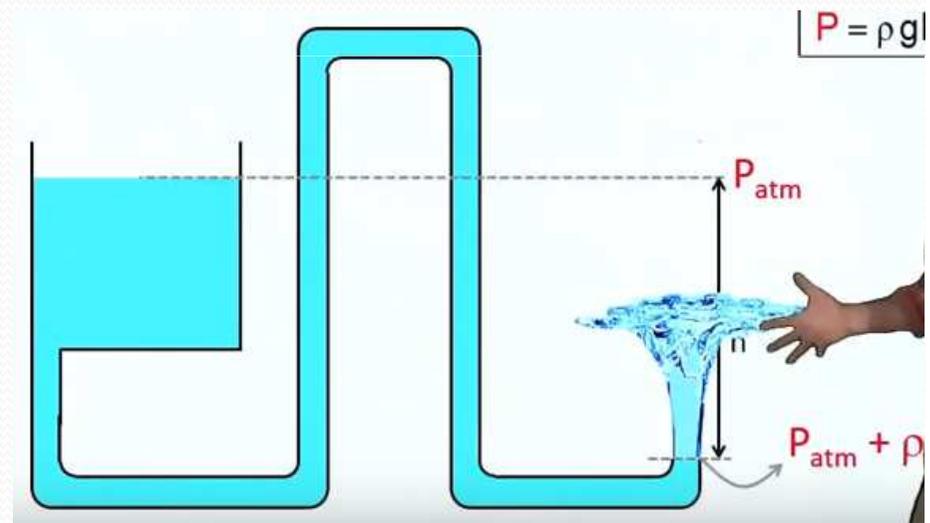
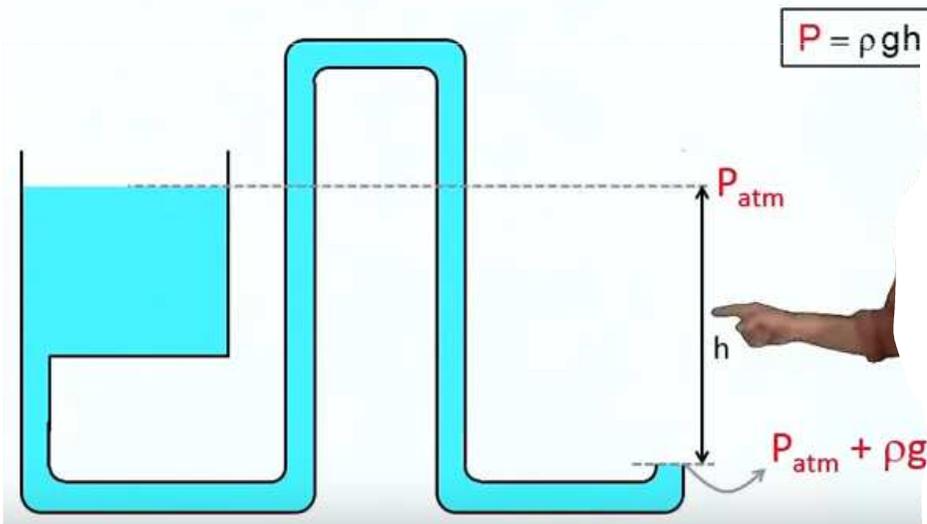
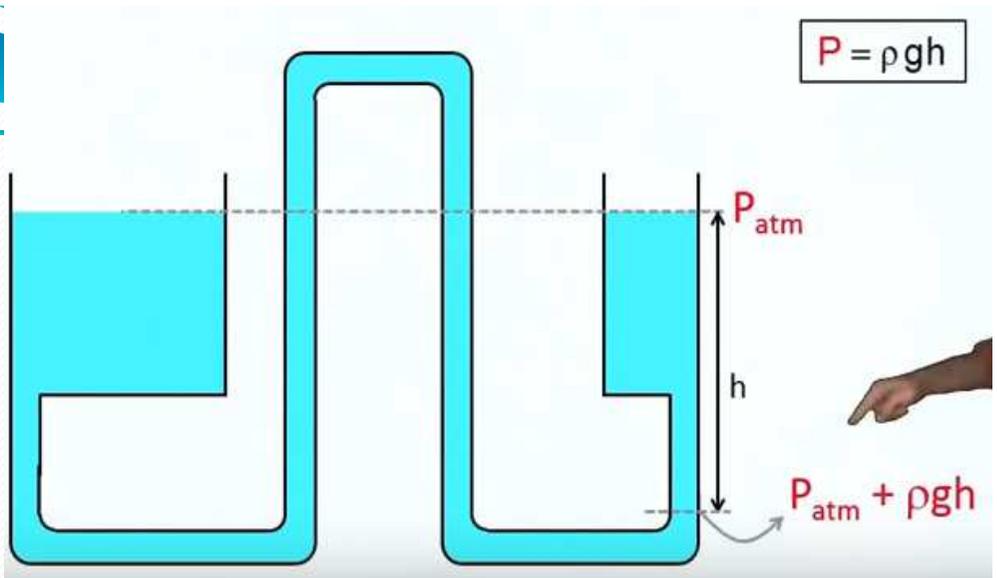
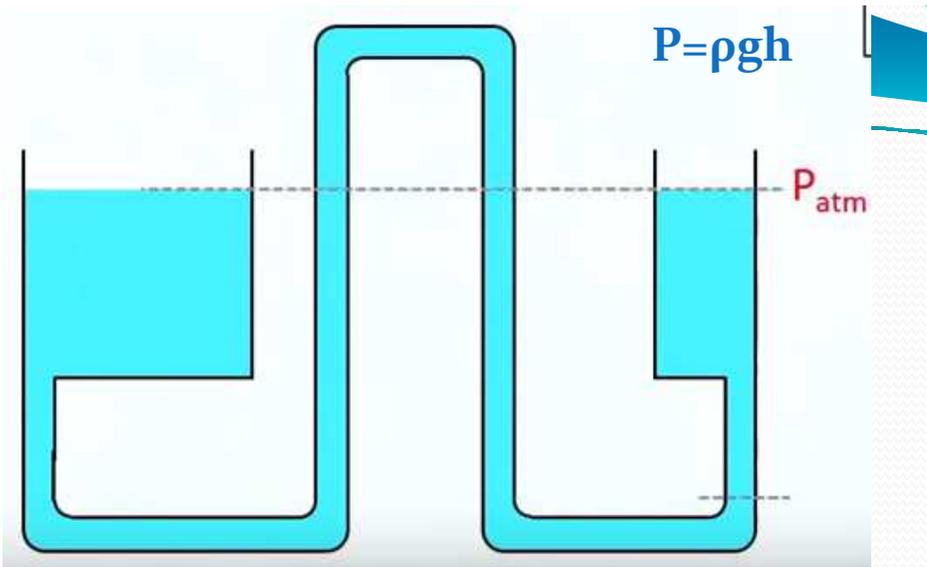
La pression est $< P_{atm}$

$$P_{atm} - \rho g h_1$$

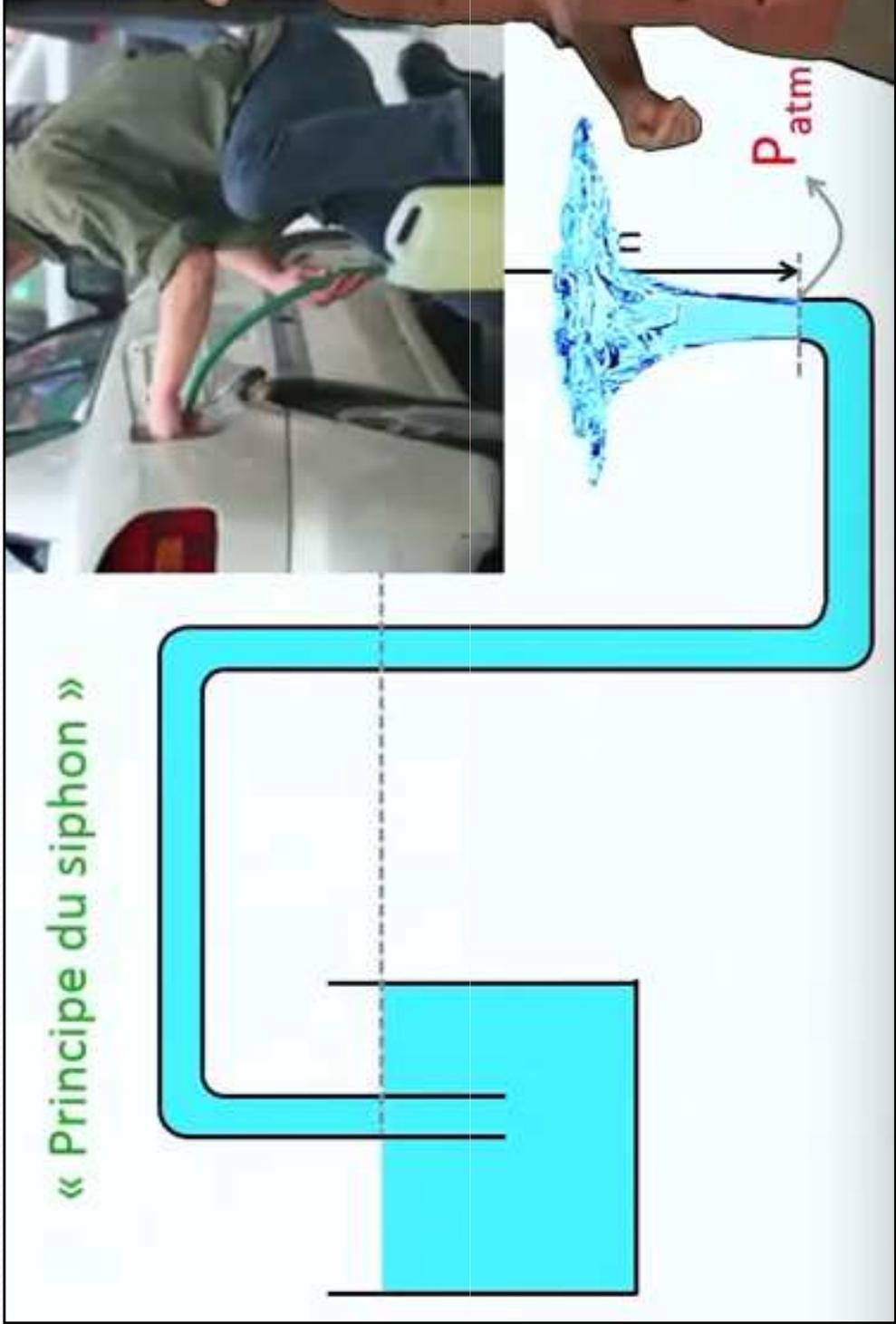
Air

orifice

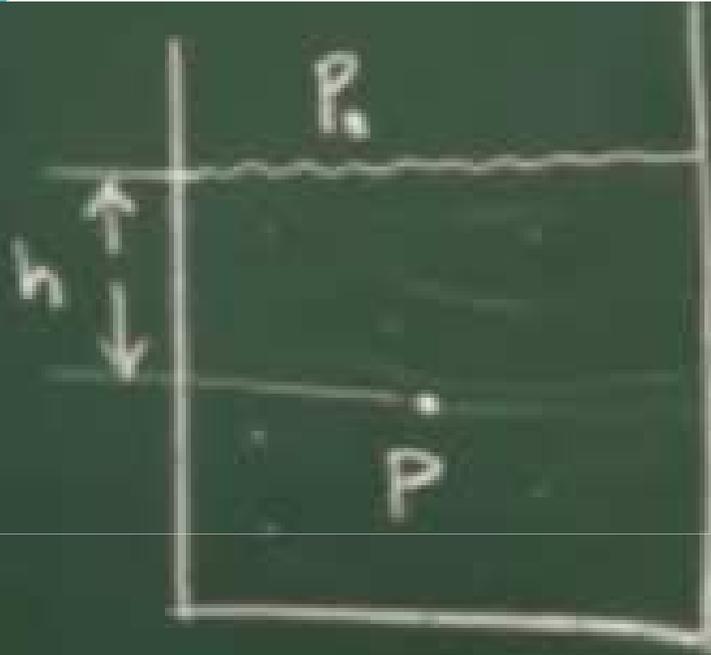




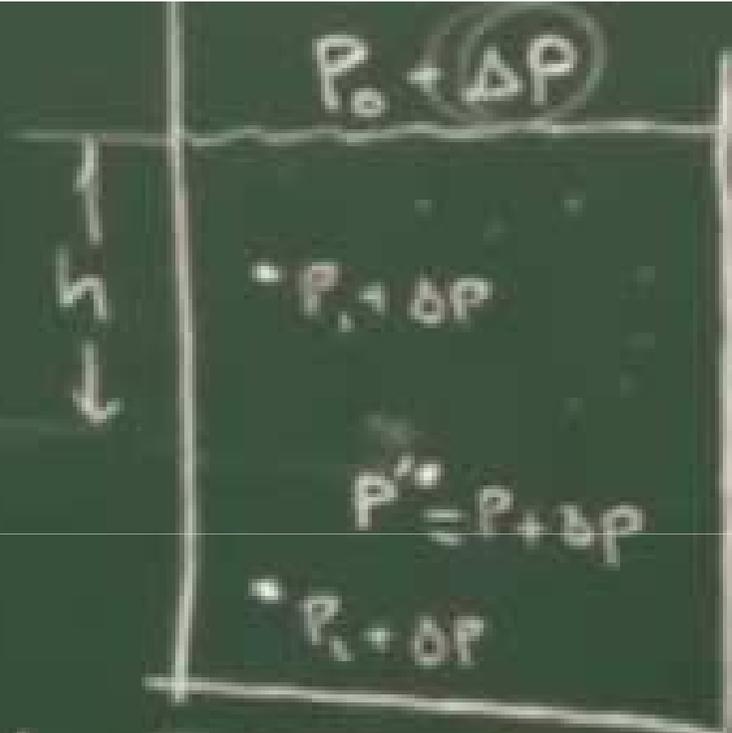
« Principe du siphon »



Principe de Pascal



$$P = P_0 + \rho g h$$



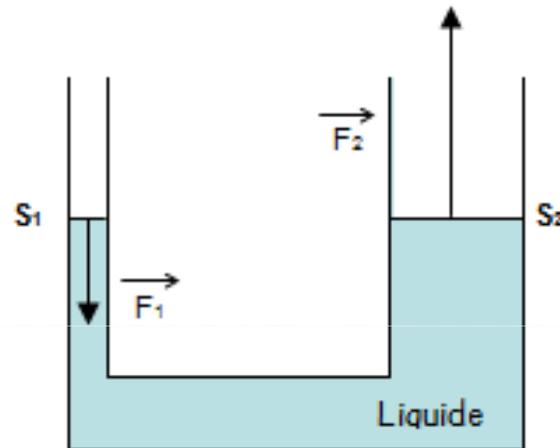
$$P' = P_0 + \Delta P + \rho g h$$

$$P' = P + \Delta P$$

La transmission de la pression d'un fluide incompressible dans une conduite fermée est égale dans tous les points et directions

Transmission de la pression dans un liquide

Un fluide incompressible est un fluide dont la masse volumique est constante

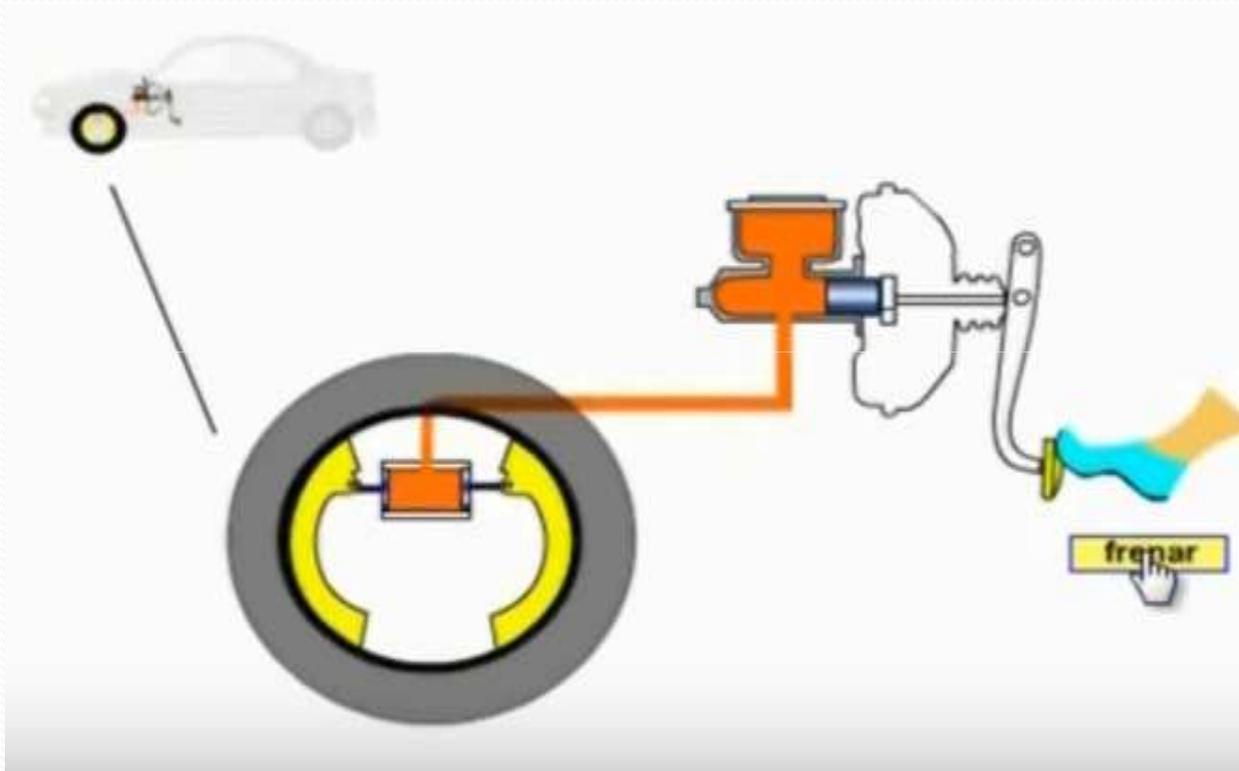


Un liquide est incompressible, il transmet intégralement une variation de pression en l'un de ses points à tous les autres points, d'où la relation

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

- F_1 La force de pression au point 1 en newtons [N]
- F_2 La force de pression au point 2 en newtons [N]
- S_1 La surface pressée 1 en mètres² [m²]
- S_2 La surface pressée 2 en mètres² [m²]

Application pour les freins hydraulique



3- CARACTERISTIQUES DES ECOULEMENTS

On distingue deux types d'écoulements :

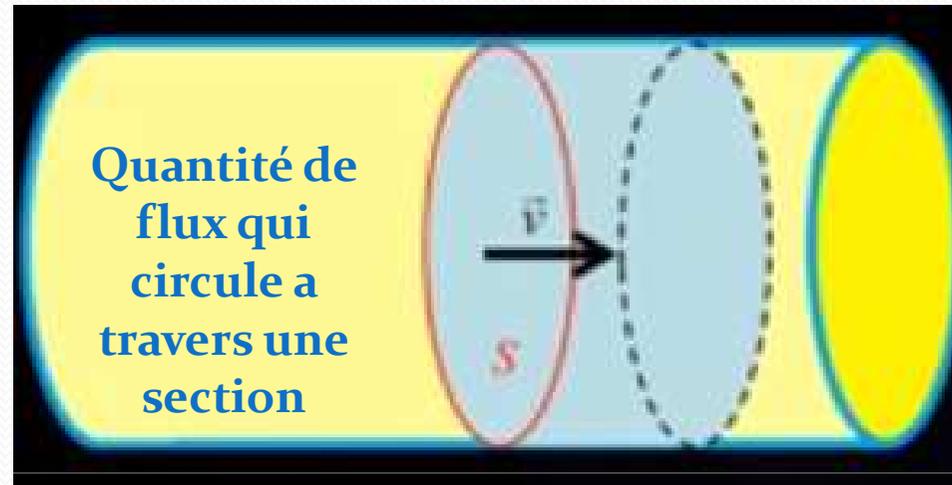
- *Les écoulements en charge, dans lesquels l'eau remplit complètement la canalisation, c'est le cas notamment des AEP, la pression y est supérieure la pression atmosphérique.*
- *Les écoulements à surface libre (interface entre l'eau et l'air), c'est le cas des rivières et des réseaux d'assainissement.*

3. Equation de la continuité

Le débit

C'est le volume d'eau transité dans une conduite par unité de temps, il est exprimé en [m³/s].

$$Q = \text{VOLUME} / \text{Temps}$$



C'est aussi le produit de la vitesse de l'eau par la section de la conduite.

$$Q = v * S$$

Débit en [m³/s] →

↑
Vitesse en [m/s]

← S : ΠR^2
Section en [m²]

L'unité légale de débit est le mètre cube par seconde [m³/s], mais on utilise fréquemment les mètres cubes par heures [m³/h] ou les litres par secondes [l/s].

3. Equation de la continuité

Même débit qui transite dans une canalisation quelque soit le diamètre- seule la vitesse Varie: elle augmente quand la section diminue

On admet à ce niveau que l'écoulement a un régime permanent et uniforme. Par la suite l'équation de la continuité du liquide (eau) se résume à :

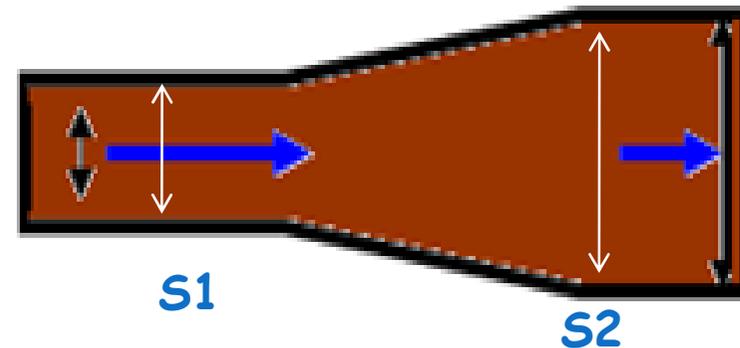
$$Q = U_1 * S_1 = U_2 * S_2 = \text{Cste}$$

Avec :

Q : Débit d'écoulement à travers la conduite en m^3/s ,

S : Section de la conduite de telle que $S = \pi * R^2$, R est le rayon de la conduite en m.

U : Vitesse de l'écoulement de l'eau au niveau de la section en m/s.





photography on wikimedia commons. :SVK:std-irrosage.JPG by [Chachordji](#)

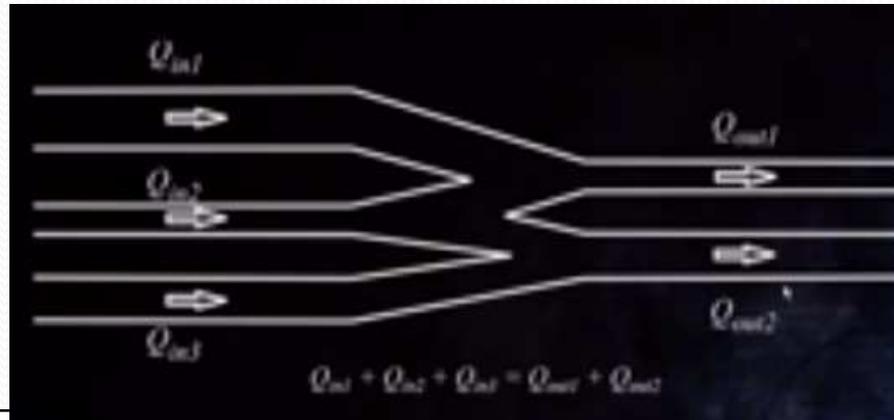
En bouchant le tuyau avec le pouce, on diminue la section de sortie.

Si on diminue la section de sortie, on augmente la vitesse.

$$v_B = v_A \frac{S_A}{S_B}$$

La conservation du débit et ses conséquences

débit total arrivant sur un point est égal au débit total sortant



* Contrairement à la pression, le débit qui entre dans un système est le même que le débit qui sort de ce système quand un régime permanent est établi. [(Q^o)=(Q_f) si $P=cte$]

* De la même manière, lorsqu'une veine fluide arrive à une division, le débit peut se diviser en parties égales ou inégales mais le total des débits dans les établissements est égal au débit d'entrée du système.

Exercice:

un tuyauterie circulaire utilisée pour l'irrigation possède **20 trous** circulaires de rayon de **1mm**. Le tuyau est connecté a une conduite de **0,8 cm de rayon**.

Si la vitesse de l'eau dans le tuyau est de **3m/s**. quelle sera la vitesse de l'eau à la sortie de chaque trou?





$$\frac{Q_e}{20} = Q_a$$

$$\frac{A_e v_e}{20} = A_a v_a$$

$$Q = A v$$

$$Q_e = A_e v_e$$

$$v_a = \frac{A_e v_e}{A_a} = \frac{\pi r_e^2 v_e}{\pi r_a^2} = \frac{20}{20^2} \cdot 20$$

$$v_a = \frac{(0.8 \times 10^{-2})^2 (3)}{(1 \times 10^{-3})^2 (20)} = 9.60 \text{ m/s}$$

$$\frac{Q_e}{20}$$

PARA UN SOLO
AGUJERO.

4. Charge d'un liquide en un point

- La charge d'un liquide en un point d'une canalisation représente la quantité d'énergie contenue par un liquide en ce point.
- Cette énergie peut s'exprimer en unité de pression ou en unité de longueur (hauteur de liquide circulante équivalente à la mesure de pression)

Energie potentielle + Energie de pression + Energie Cinétique

4. Charge d'un liquide en un point

En divisant par ρg pour passer aux pressions en m de colonne d'eau mCE ou en pascal :

<u>unité de pression (Pa)</u>	$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A + \frac{\rho \cdot U_A^2}{2}$
<u>unité de longueur (m)</u>	$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A + \frac{U_A^2}{2 \cdot g}$

P_A , U_A et z_A représentent respectivement la pression en A (Pa), la vitesse en A (m/s) et l'altitude de A (m) par rapport à un niveau zéro de référence.

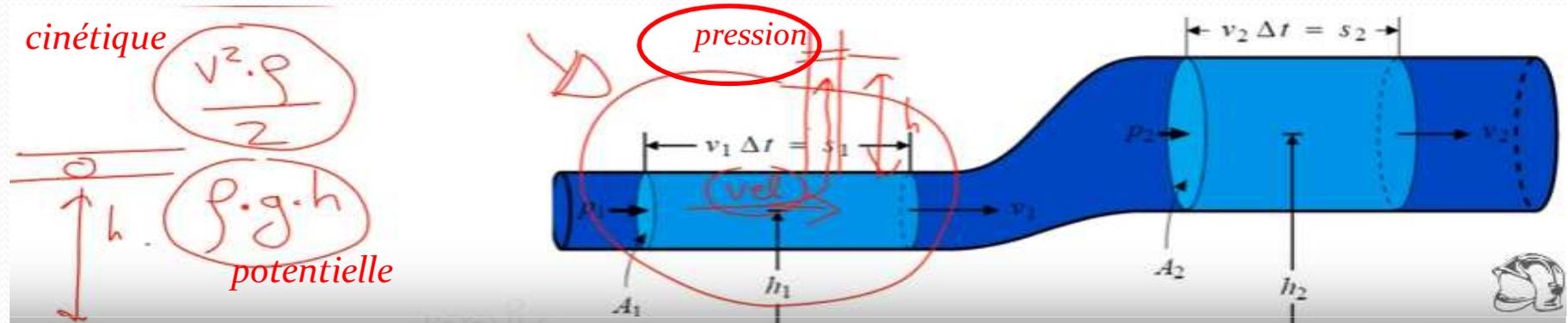
L'expression en unité de longueur est appelée la hauteur manométrique en A (h_A) ou la charge totale du liquide en A.

$$H = z + (p/\rho g) + (u^2 / 2g)$$

- z la hauteur (énergie potentielle) à l'endroit considéré,
- $p/\rho g$ la hauteur piézométrique,
- $u^2/2g$ la hauteur cinétique. U vitesse en m/s
- g est l'accélération de la pesanteur, en m/s^2
- P pression en pascal
- M masse du fluide en Kg
- ρ est la masse volumique en kg/m^3

5. Théorème de Bernoulli pour un fluide parfait

Décrit le mouvement d'un fluide le long d'une conduite d'eau:
exprime que l'énergie du fluide le long de la conduite idéale fermée (sans frottement, sans viscosité) reste constante le long du circuit



La somme des énergies au point A = La somme des énergies au point B

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g h_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g h_B$$

Energie de
pression

Energie
cinétique

Energie
potentielle

m est la masse du fluide, en kg

v est la vitesse du fluide, en m/s

PA est la pression (ici, P en majuscule), en Pa

PB est la pression (ici, P en majuscule), en Pa

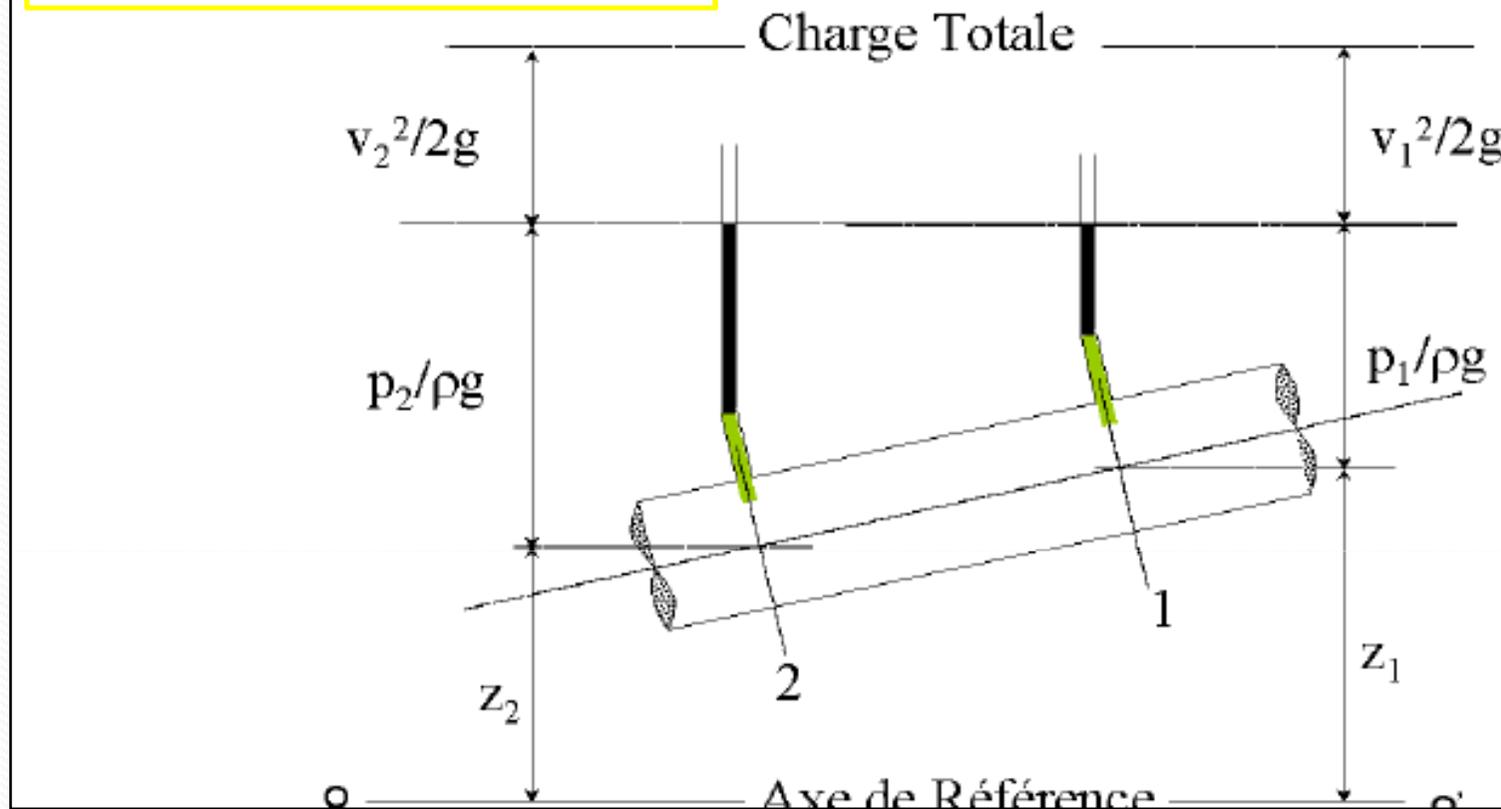
ρ est la masse volumique en kg/m³

h est la différence de hauteur, en m

g est l'accélération de la pesanteur m/s²

Equation Générale d'Écoulement ou Equation de **Bernoulli**

A- Cas des fluides parfaits (non visqueux)



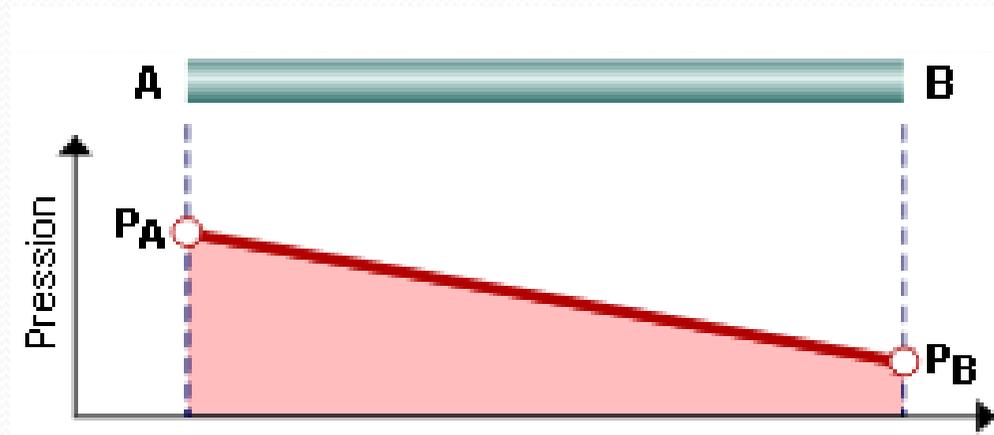
$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H = C^{ste}$$

$$Z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H = C^{ste}$$

: Equation de Bernoulli pour un Fluide Parfait

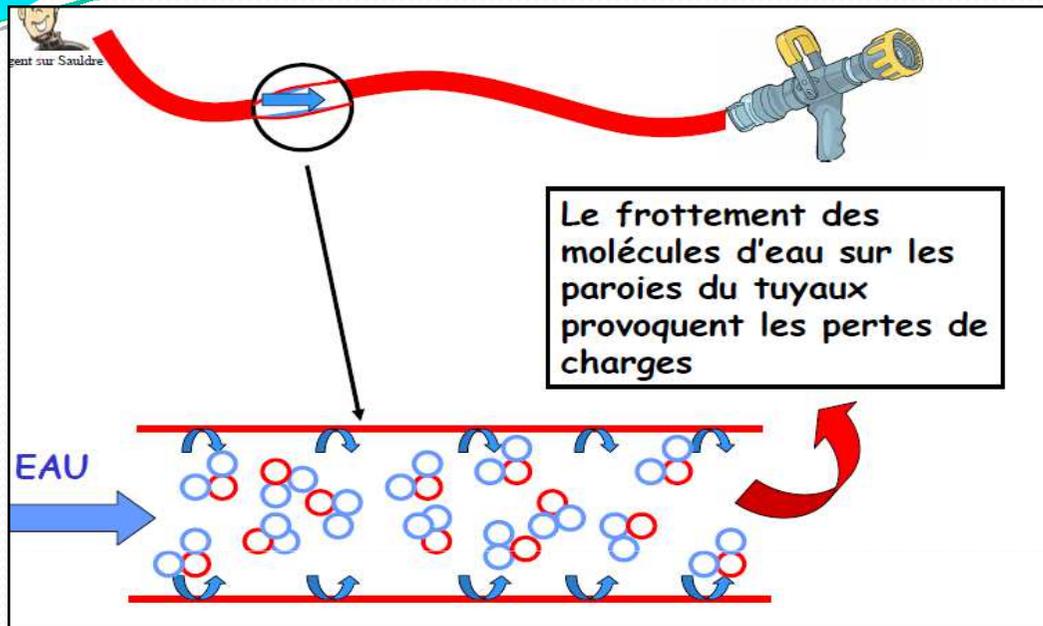
Déplacement de l'eau dans une canalisation Pour des fluides réels

- Pour que de l'eau avance dans une conduite, il faut qu'elle soit soumise à une différence de pression.
- On peut dire que la pression plus forte au point A "pousse" l'eau vers la pression plus faible au point B.



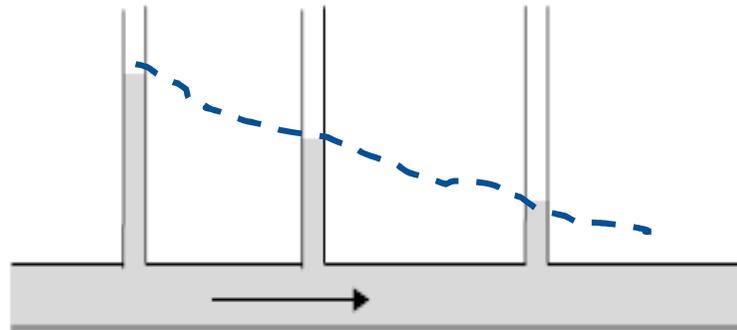
- Le déplacement de l'eau va s'accompagner de frottements qui engendrent une perte de pression ou = la "perte de charge" du point A au point B.

Pertes de charge : causes

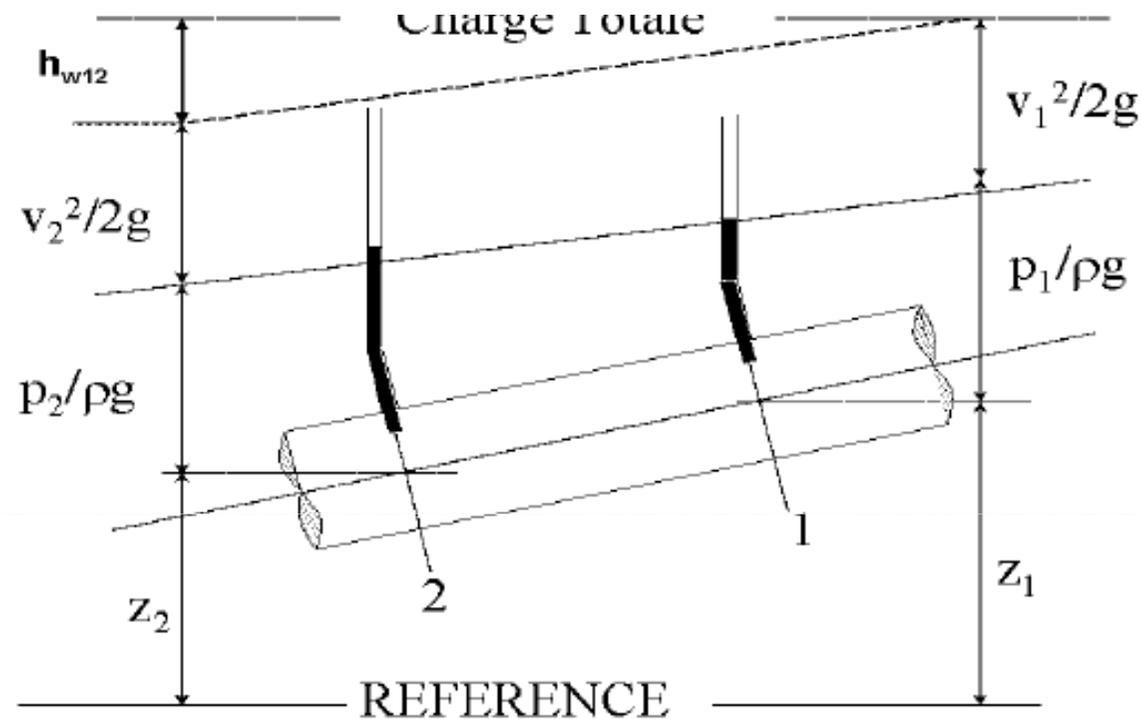


- des frottements avec la paroi interne du tuyau,
- - des frottements des particules d'eau entre elles,
- et des éléments présents sur le réseau (vannes, ...).

Pour une canalisation horizontale cette perte d'énergie se caractérise par une diminution de la pression dans le sens de l'écoulement.



b- BERNOULLI pour le Cas : des fluides réels : visqueux



L'équation de Bernoulli , pour un liquide réel , devient donc (voir schéma) :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{w12} \quad : \text{Equation de Bernoulli pour un Fluide Réel}$$

La charge H diminue dans la direction de l'écoulement
La nature visqueuse du fluide dissipe de l'énergie : *perte de charge*

Théorème de Bernoulli pour des liquides réels

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta H$$

$$H_A = H_B + J$$

- P : Pression
 z : Élévation
 V : Vitesse
 γ : Poids volumique
 g : Accélération gravitationnelle
 ΔH : Perte de charge entre A et B

6- Illustrations du Théorème de Bernoulli

3 Cas de Figures :

- Robinet Fermé
- Robinet totalement Ouvert
- Robinet progressivement ouvert

1- cas : Robinet fermé

L'équation s'écrit

$$(H_{R_1} - H_{R_2}) = \frac{P_{R_2}}{\gamma}$$

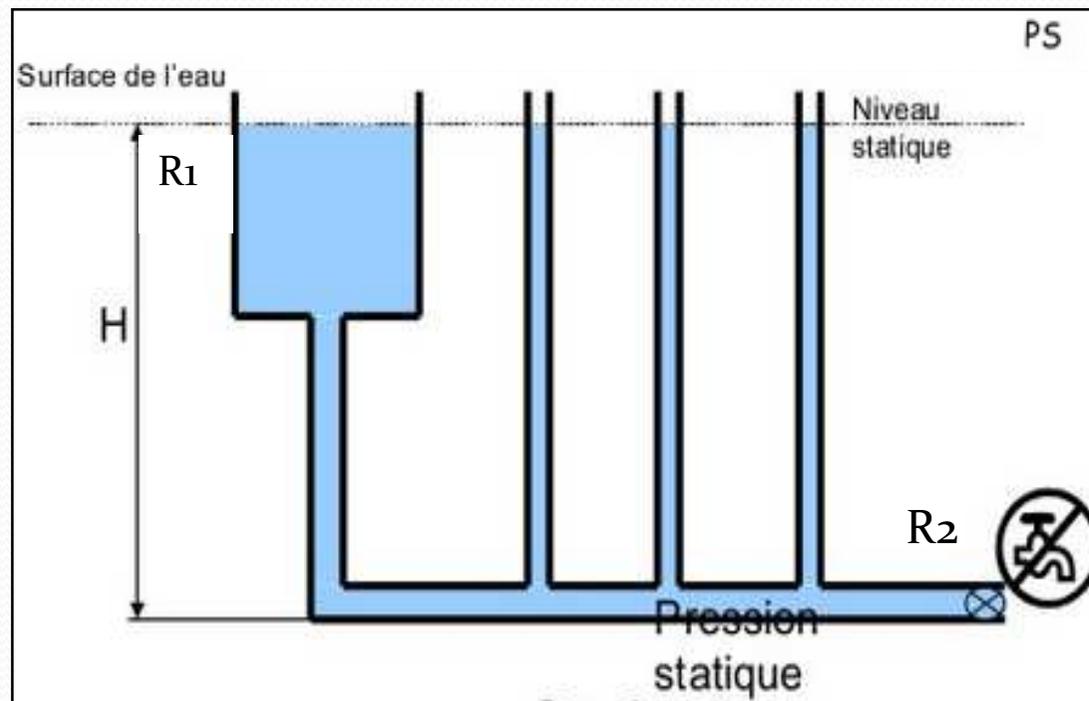
$V_{R_1} = 0$ la vitesse au captage est nulle

$P_{R_1} = 0$, elle est = P_{atm}

$V_{R_2} = 0$ Robinet est fermé

Pertes de charges = 0, il n'y a pas de découlement

Ce qui signifie que toute la pression au point bas est sous forme de pression



2 cas : Robinet Totalement ouvert

Le système est dans ce cas, totalement ouvert, l'eau s'écoule librement de R_1 vers R_2 . L'équation (4) devient:

$$(h_{R_1} - h_{R_2}) = \frac{V_{R_2}^2}{2g} + Pch \quad (6)$$

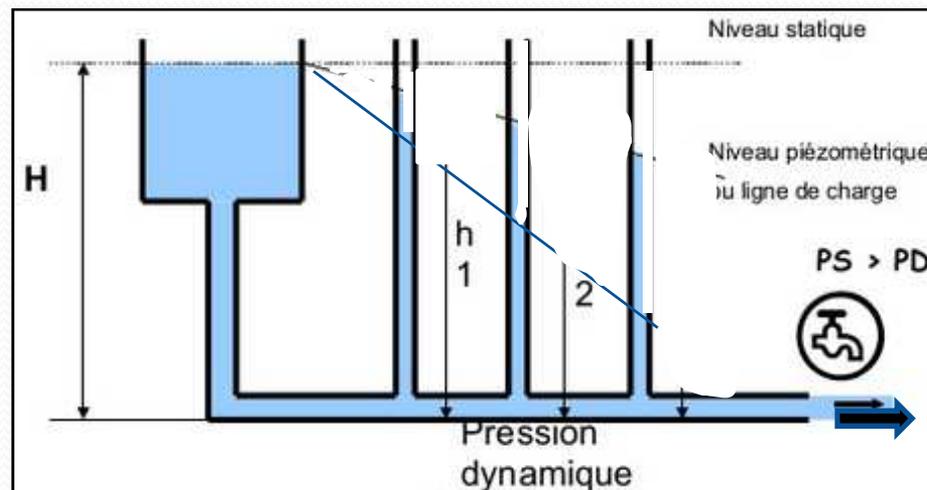
En effet,

$$V_{R_1} = 0$$

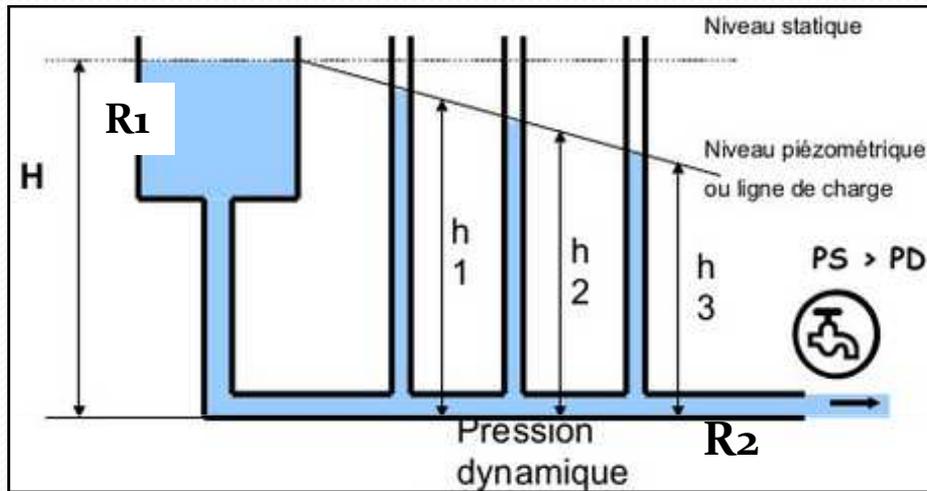
La vitesse de l'eau dans la citerne ou le captage peut être considérée comme nulle (cf. schéma 2).

$$P_{R_1} = 0 \text{ et } P_{R_2} = 0$$

La pression en R_1 est nulle (= à la pression atmosphérique) de même qu'en R_2 où l'eau s'écoule librement. Le robinet étant totalement ouvert, toute l'énergie de l'eau en R_2 se transforme en vitesse et en frottement (Pch)



3- cas : Robinet ouvert progressivement : Écoulement progressif



$$H_{R_1} - H_{R_2} = \frac{V_{R_2}^2}{2g} + \frac{P_{R_2}}{\gamma} + P_{ch}$$

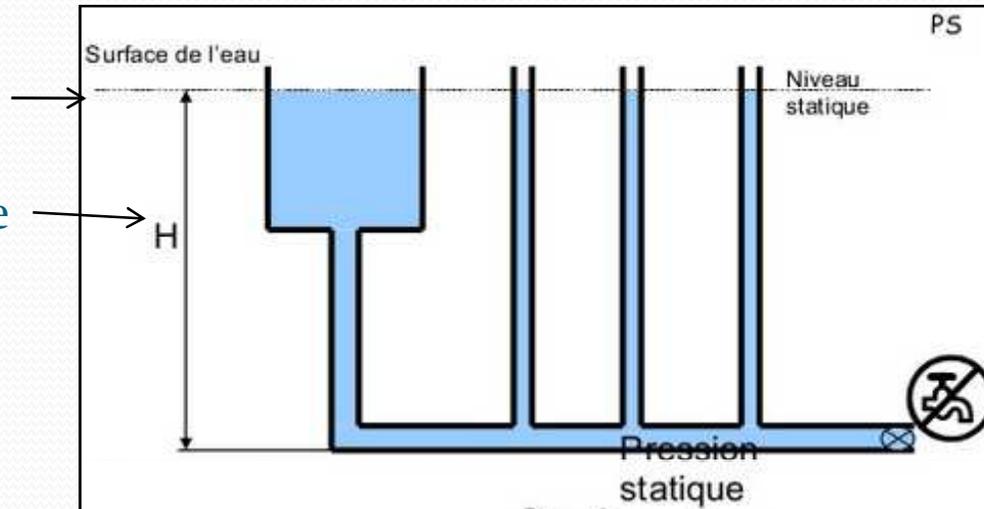
Dans ce cas, au point R_2 l'eau s'écoule avec une vitesse inférieure à celle du cas précédent puisque la vanne n'est pas complètement ouverte. La vanne maintient également une certaine pression à l'intérieur de la tuyauterie.

3-Pression statique et pression dynamique

- Une pression statique PS est une pression qui se mesure sans écoulement.

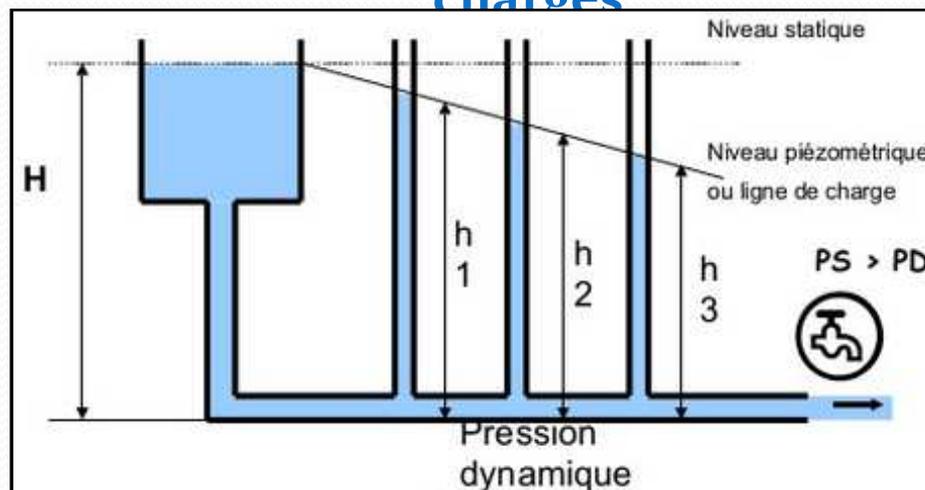
Plan de charge

hauteur statique
(mCE)



ROBINET FERME

- Une pression dynamique (PD) $PD = PS$ (Pression statique) - Pertes de charges



ROBINET OUVERT

Pression résiduelle

Application théorème de Bernoulli

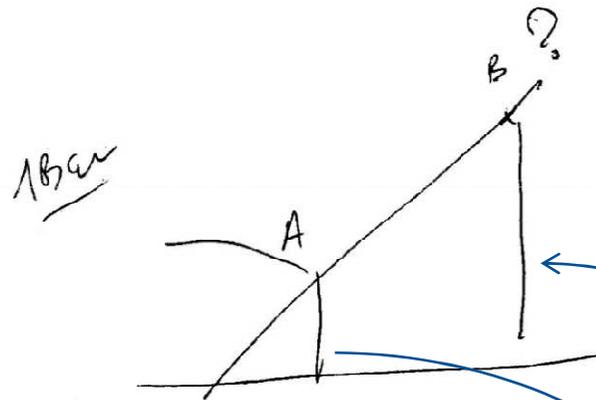
Calculer la pression en B sachant

que $v = 1 \text{ m/s}$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$P_A = 1 \text{ bar} = 100.000 \text{ Pa}$$



en utilisant l'équation de Bernoulli

$$E_{\text{cinétique}} = \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P$$

n.B
sans perte de charge

6 m

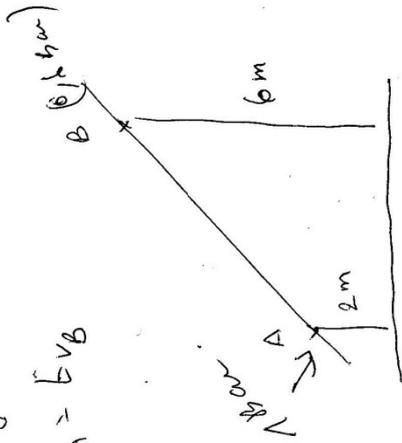
2 m

unité de pression (Pa)

$$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A + \frac{\rho \cdot U_A^2}{2}$$

Conservation de l'énergie :

$$E_A = E_B$$



$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$v = 1 \text{ m/s}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$P_A = 1 \text{ bar} = 100.000 \text{ Pa}$$

$$E_A = \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g h_A + P_A$$

$$= 500 + 19620 + 100.000$$

$$= 120.120$$

$$E_C = \frac{1}{2} \rho v^2 = 0,5 \times 1000 \times 1^2$$

$$= 500 \text{ Pa}$$

$$E_{HA} = \rho g h_A = 2 \times 9,81 \times 1000$$

$$= 19620 \text{ Pa}$$

$$E_A = 500 + 19620$$

$$+ 100.000$$

$$= 120.120 \text{ Pa}$$

$$E_B = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g h_B + P_B$$

$$E_A = E_B$$

$$120120 = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + 6 \times 9,81 \times 1000 + P_B$$

$$\downarrow$$

$$500 + 58860 + P_B$$

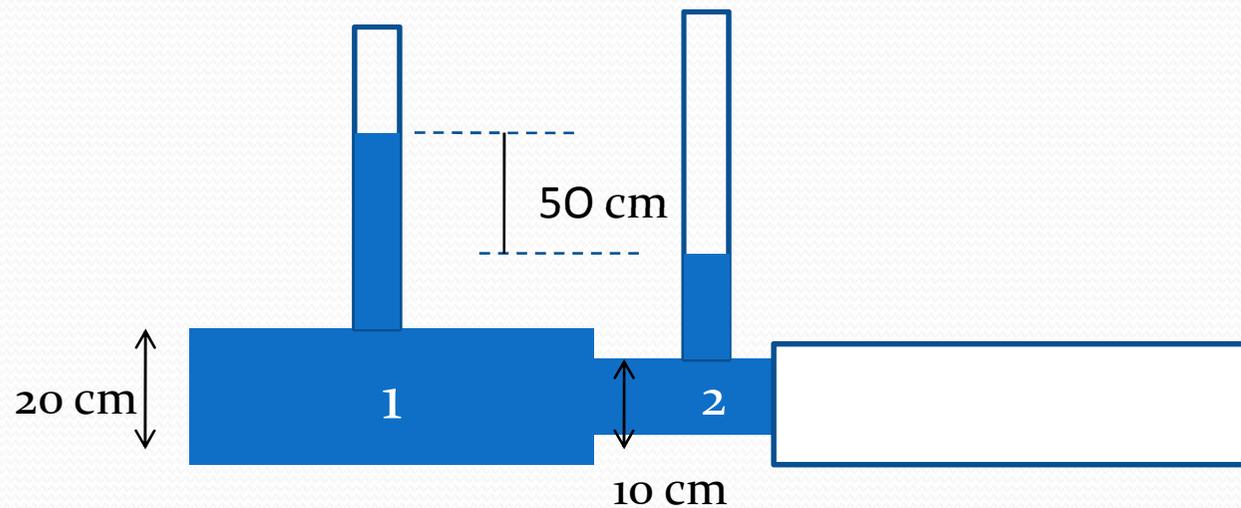
500

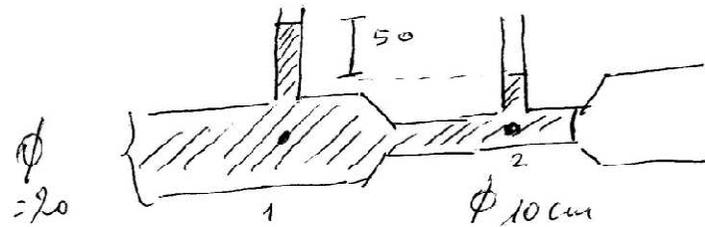
$$P_B = 120.120 - (58860 + 500) = 60.760 \text{ Pascals}$$

$$= 0,6 \text{ b}$$

Exercice 1:

déterminer le débit dans les deux conduites 1 et 2 sachant que la différence de hauteur piézométrique entre la conduite 1 et 2 de 50 cm
NB: ne pas prendre en compte les pertes de charge





$$\left. \begin{aligned} P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \\ \text{Bernoulli:} \end{aligned} \right\} = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{z_1}{g} + \frac{1}{2g} v_1^2 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{z_2}{g} + \frac{1}{2g} v_2^2$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{1}{2g} v_1^2 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{1}{2g} v_2^2$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$v_1 \cdot \pi \cdot 0,10^2 = \pi \cdot 0,05^2 \cdot v_2$$

$$v_2 = \frac{0,10^2 \cdot v_1}{0,05^2} = 4 v_1$$

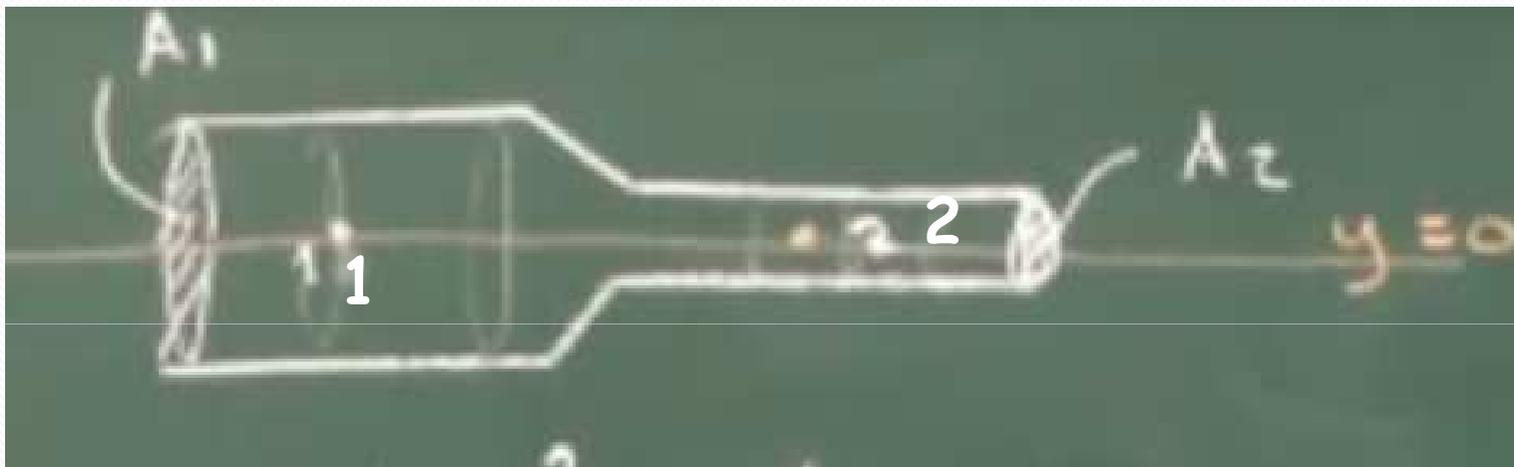
$$0,5 = \frac{(4 v_1)^2 - v_1^2}{2g} = \frac{15 v_1^2}{2g}$$

$$v_1 = 0,808$$

$$Q = A_1 v_1 \rightarrow (0,10)^2 \cdot \pi \cdot 0,808$$

$$= 0,02538 \text{ m}^3/\text{s} = 25,38 \text{ l/s}$$

Comment vont être les vitesses et les pressions en P2 et P1 ?





$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cte.}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$$

$$A_1 > A_2 \quad \frac{A_1}{A_2} > 1 \Rightarrow v_2 > v_1$$

$$P_1 = \text{cte} - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

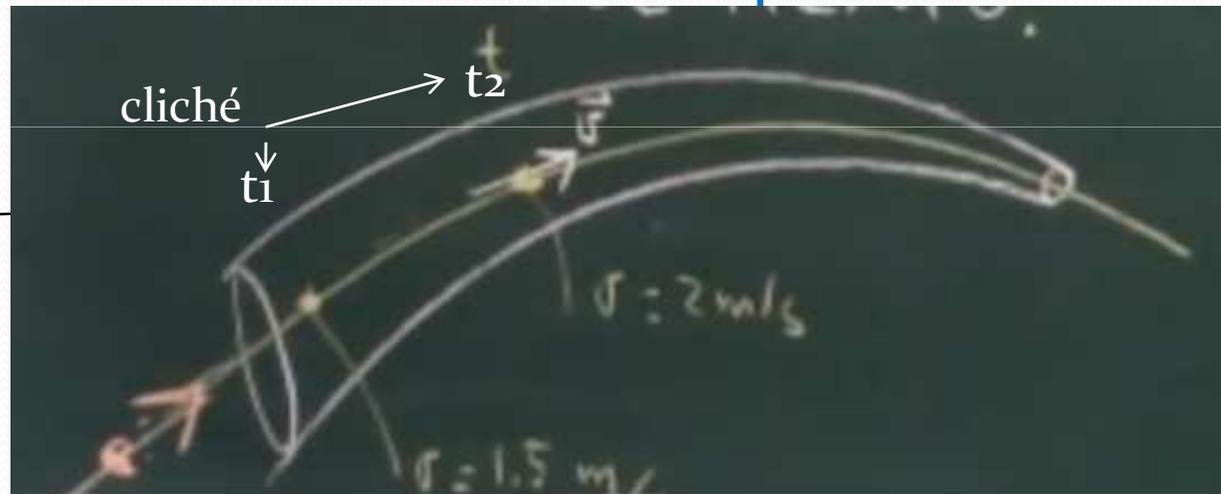
$$P_2 = \text{cte} - \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_2 < P_1$$

Régime d'écoulement (en charge > P_{atm})

- Régime Permanent (stationnaire) quand les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

Ligne de courant

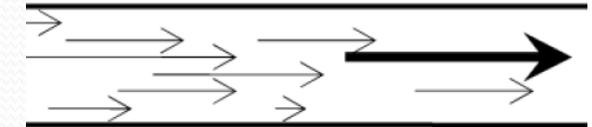
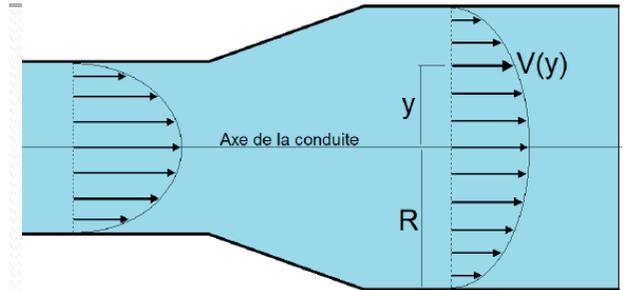


- Régime non permanent : si la vitesse et la pression en un point donné de ce fluide en mouvement varie en fonction du temps.

Nature de l'écoulement (viscosité/inertie)

b) Le régime laminaire :

Vitesse ↓ / viscosité



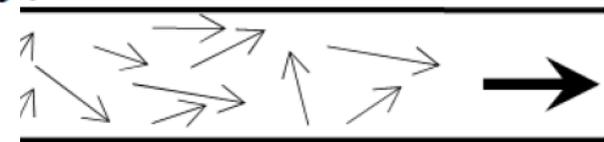
Aux faibles vitesses, l'écoulement est caractérisé par :

- Une distribution de vitesse parabolique
- Les couches glissent les unes par rapport aux autres
- Les filets de fluide ne se mélangent pas
- Les cellules de fluide « gardent » leur individualité.

Les frottements **visqueux** imposent un régime **laminaire**

c) Régime turbulent :

Vitesse ↑ / viscosité



A partir de certaines valeurs élevées des vitesses, on observe :

- apparition de tourbillons
- les lignes de courant d'instant successifs se coupent
- la répartition des vitesses semble aléatoire
- les particules se déplacent dans toutes les directions

Les forces dues à la viscosité ne sont plus suffisantes pour empêcher la turbulence



Les écoulements de fluides peuvent donc être classés selon deux catégories:

- Les écoulements dits "laminaires" pour une vitesse d'écoulement faible par rapport à la viscosité de ce fluide.
- Les écoulements dits "turbulents" pour des vitesses d'écoulement élevées. (toujours en fonction de la viscosité du fluide).

Il faut toujours comparer la vitesse à la viscosité du fluide.

Par exemple, si de **l'eau et du pétrole** s'écoulent dans le même canal à la même vitesse,

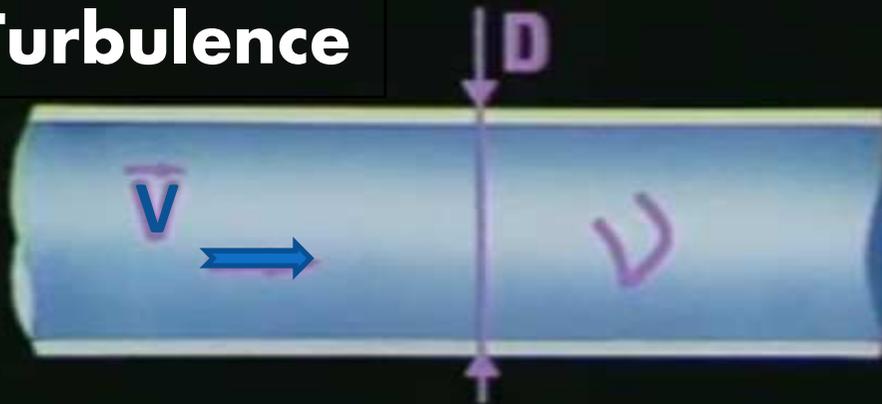
(A priori, le pétrole étant le plus visqueux des deux, c'est lui qui s'écoulera en laminaire).

Par ailleurs, un même fluide à la même vitesse peut passer d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent :

la fumée d'une cigarette posée s'écoule d'abord selon un écoulement laminaire, et au bout de quelques dizaines de centimètres, l'écoulement devient turbulent.

Comment savoir si un régime est ou sera laminaire ou turbulent ?

Turbulence



Viscosité
cinématique
en m^2/s

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

$$[v] = \left[\frac{\eta}{\rho} \right] = \frac{N.m}{m^2.(m.s^{-1})} \cdot \frac{m^3}{kg} = m^2.s^{-1}$$

d) Le nombre de Reynolds

Comment savoir si un régime est ou sera laminaire ou turbulent ?

Viscosité
cinématique
en m^2/s

- la masse volumique ρ du fluide,
- la vitesse V du fluide dans la conduite,
- le diamètre D de la conduite
- la viscosité dynamique μ du fluide

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

μ kg .m/s ou Pa.s

Avec,

- Si $Re \leq 2000$, le régime est laminaire
- Si $Re \geq 4000$, le régime est turbulent
- Si $2000 \leq Re \leq 4000$, le régime est transitoire

$$Re = \frac{\text{Forces d'inertie}}{\text{Forces visqueuses}}$$

Favorise l'écoulement turbulent

Favorise l'écoulement laminaire

Nombre de Reynolds

$$\varnothing \longleftarrow Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta}$$

kg.m⁻³ m.s⁻¹ m

↑ vitesse
↑ masse volumique
↑ diamètre
↓ viscosité

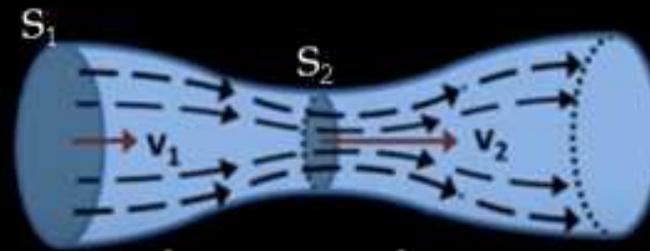
↑ Re → ↑ risque de turbulence

V. dynamique kg /s.m ou Pa. Secondes

$$Re = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4 \rho Q}{\pi D \mu}$$

Nombre de Reynolds en fonction du débit

Loi de conservation du débit volumique



↗ Q :débit

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = \boxed{Q}$$

$$S: \pi \times D^2 / 4$$

$$v = \frac{4 \cdot \boxed{Q}}{\pi \cdot D^2} \rightarrow S$$

$$Re = \frac{\rho \cdot \boxed{v} \cdot D}{\eta}$$



$$Re = \frac{4 \cdot \rho \cdot \boxed{Q}}{\pi \cdot D \cdot \eta}$$

V .dynamique kg .m/s ou Pa.s

- Les fluides très visqueux et à faible vitesse occasionnent des écoulements laminaires -

L'équation aux dimensions de la viscosité cinématique s'écrit:

$$[\nu] = \left[\frac{\eta}{\rho} \right] = \frac{N.m}{m^2.(m.s^{-1})} \cdot \frac{m^3}{kg} = m^2.s^{-1} \quad [\eta] = \frac{N.m}{m^2.(m.s^{-1})} = Pa.s$$

Ordre de grandeurs

Viscosité dynamique de quelques fluides à 20°C (en mPa.s):

- ✿ Eau : 1,005
- ✿ Essence : 0,652
- ✿ Ethanol: 1,2
- ✿ Glycérine : 1490
- ✿ Huile d'olive: 84
- ✿ Lait: 2
- ✿ Mercure :1,554
- ✿ Miel liquide: 6000

Les pertes de charges

Les pertes d'énergie que subit un fluide en **écoulement** sont dues à la consommation d'énergie nécessaire pour vaincre le travail des forces de **viscosité**.

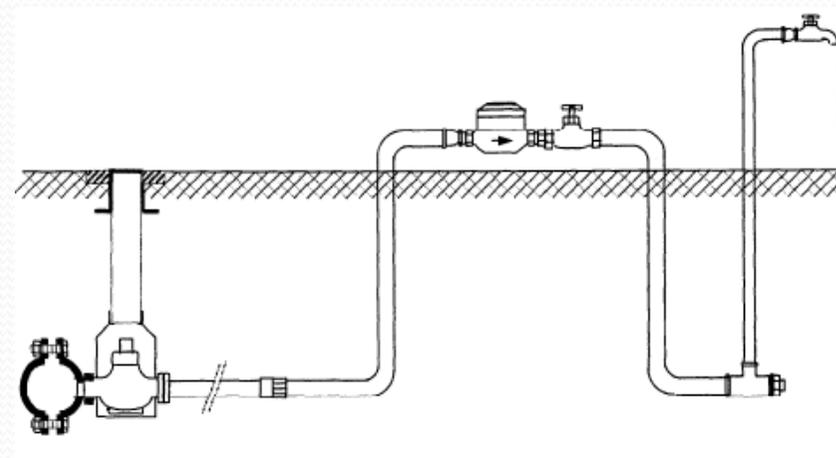
PAR FROTTEMENT

les pertes de charge régulières, linéairement réparties le long de la tuyauterie

les pertes de charge singulières qui prennent croissance à tous les organes qui perturbent l'écoulement (coudes, vannes, etc.)

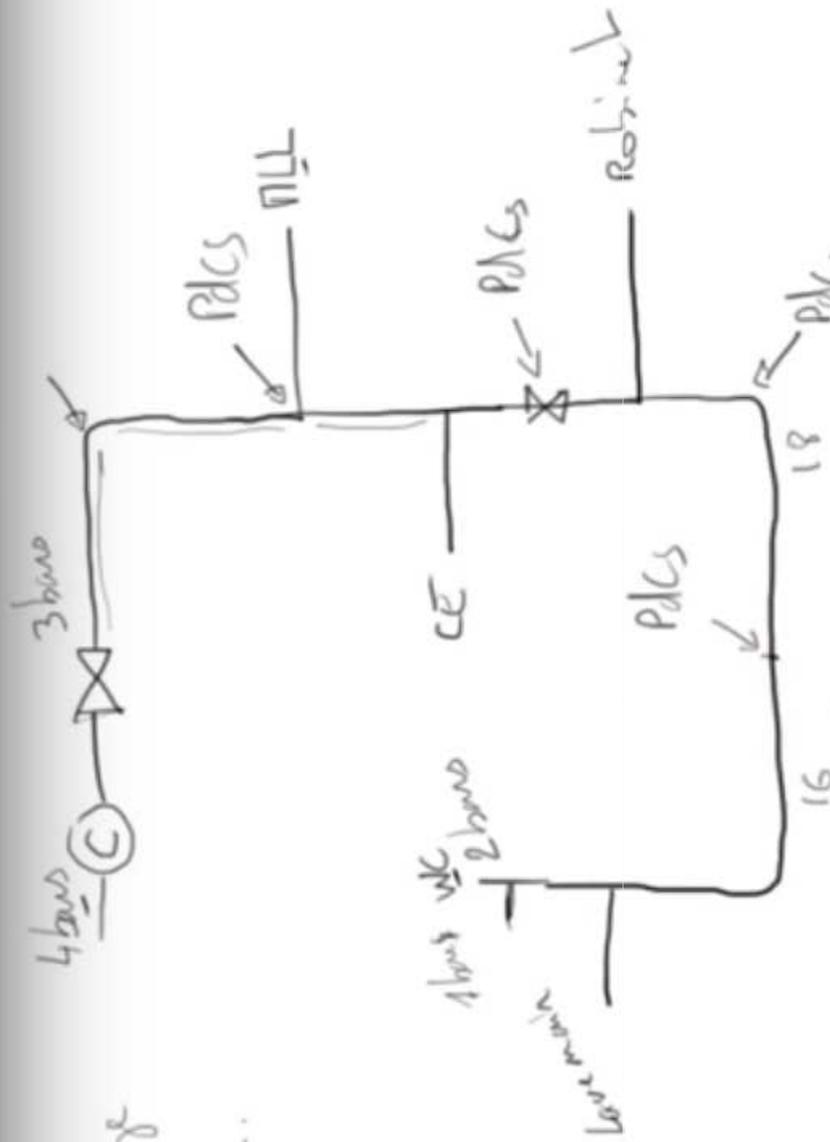
De quoi dépendent-elles ?

- Du type d'écoulement donc de nombre Reynolds : Re
- De la rugosité interne de la conduite : K/D



Perte de charge

perte de pression



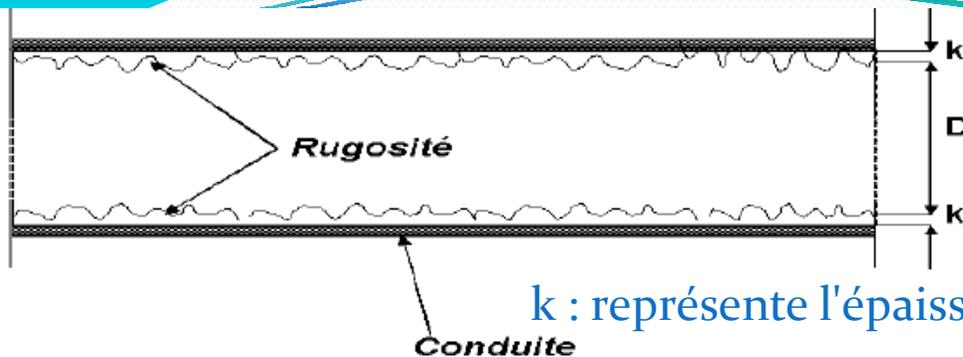
PdC primaire : longueur droite

PdC singulière

- diamètre tube
- débit
- nature du tube
- viscosité du fluide



Rugosité des conduites : Pertes de charge



$$\varepsilon = \frac{k}{D} \quad : \text{Rugosité Relative}$$

k : représente l'épaisseur moyenne des aspérités=Rugosité absolue

MATIERE	ETAT	Rugosité absolue ε (en mm)
Tube étiré (verre, cuivre, laiton)		$< 0,001$
Tube industriel en laiton		0,025
Tuyau en acier laminé	Neuf	0,05
	Rouillé	$0,15 < \varepsilon < 0,25$
	Bitumé	0,015
Tuyau en acier soudé	Neuf	$0,03 < \varepsilon < 0,1$
	Rouillé	0,4
Tuyau en fonte moulé	Neuf	0,25
	Rouillé	$1 < \varepsilon < 1,5$
	Bitumé	0,1
Tuyau en ciment	Brut	$1 < \varepsilon < 3$
	Lissé	$0,3 < \varepsilon < 0,8$

La rugosité ne joue **aucun rôle dans les pertes de charges en écoulement laminaire, mais est décisive pour une certaine classe d'écoulements turbulents.**

Calcul de Pertes de charges(linéaires)

Formule générale Darcy- Hazen et Williams

1 2 - Formule générale

j pertes de charge unitaire

$$j = \lambda \times \frac{v^2}{2gD}$$

en mCE/m

λ : Facteur de frottement ou coef de pertes de charge

J pertes de charge totale

$$J = j \times L \quad (\text{En mètre de colonne d'eau})$$

Pour les canalisations
circulaires

$$Q = S.v$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4}$$

Résistance hydraulique

$$j = \frac{8\lambda}{\pi^2 \times g \times D^5} (Q^2)$$

Calcul du facteur de frottement λ (Colebrook)

- En régime laminaire $Re < 2000$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{64}{Re}$$

- En Régime Turbulent $Re > 2000$

$$\lambda = f\left(Re, \frac{K}{D}\right)$$

En régime Turbulent l'écoulement est déterminé par la **surface de la conduite** et le **nombre de Reynolds**



λ est déterminée par la formule implicite de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$$

*Effet de la Rugosité
de la conduite*

*Effet de la Viscosité
du fluide*



1 Formule HAZEN et WILIAS(1905-1920)

La formule de pertes de charge établie par les physiciens américains HAZEN et WILLIAMS a pour expression :

$$j = 10,69 \times \frac{Q^{1,852}}{D^{4,87} \times C_{hw}^{1,852}}$$

j Pertes de charge unitaire en mètre par mètre CE

Q Débit en m³ par seconde

D Diamètre en mètre du tronçon

C_{hw} Coefficient de Hazen-Williams dépendant de la rugosité

$$j = 6,819 \left(\frac{v}{C_{WH}} \right)^{1,852} \times D^{-1,167}$$

Valeur de la rugosité	Valeur de C_{hw}	Canalisation
0,5 mm	110	Fonte grise
0,25 mm	125	Fonte ductile, amiante
0,1 mm	132	PVC

1-Viscosité du fluide

Formule de Colebrook – White , 1938
Régime Hydrauliquement Lisse

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \text{Log} \left(\frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} \right)$$

Effet de la Viscosité du fluide

2- Rugosité du Fluide

Formule de Colebrook – White , 1938
Régime Hydrauliquement Rugueux

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \text{Log} \left(\frac{3,71 D}{k} \right)$$

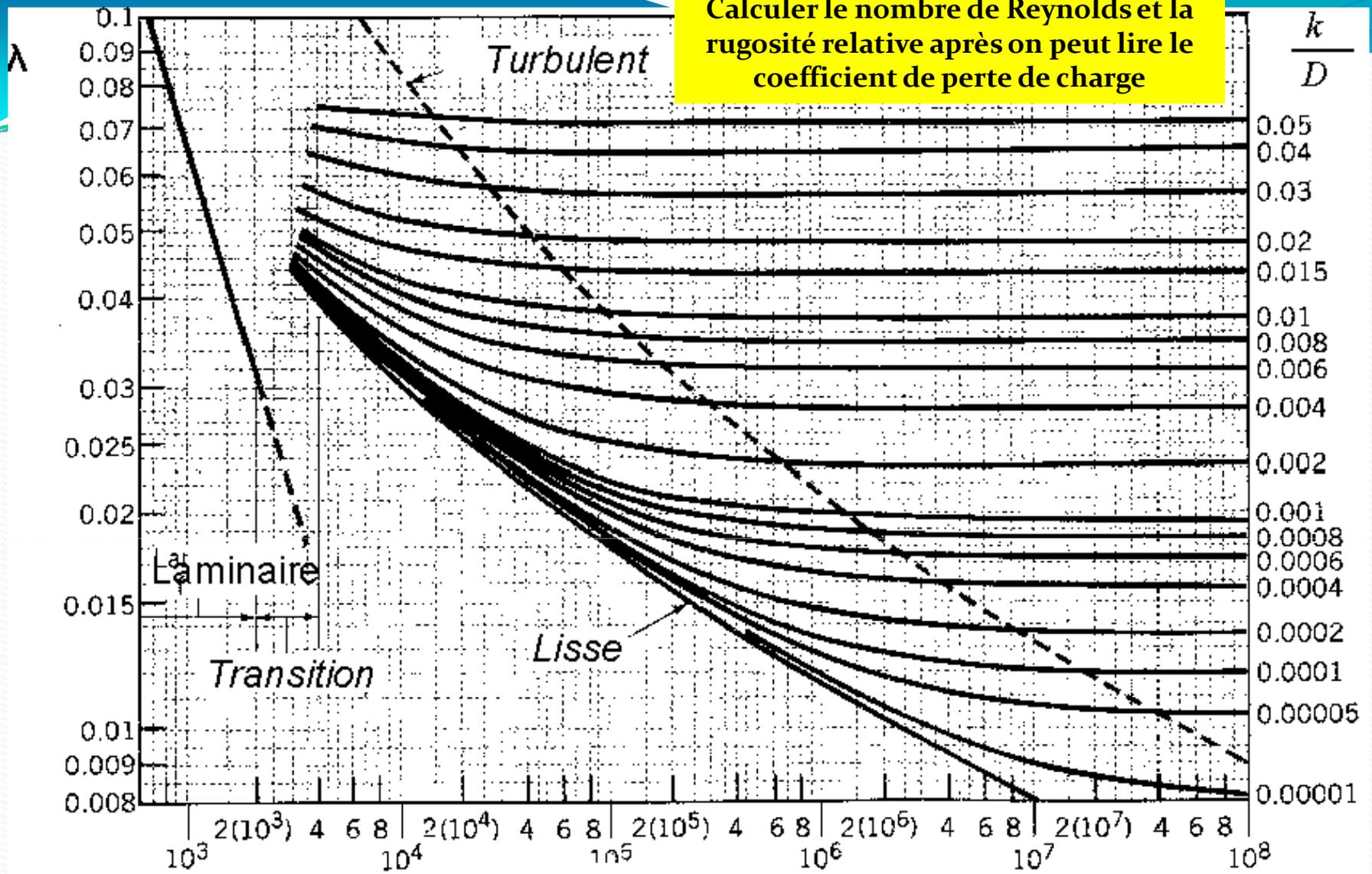
Effet de la Rugosité de la conduite

3- Rugosité et viscosité en même temps (Turbulence Transitoire)

Il s'agit d'un régime de transition on a $\lambda = f\left(Re, \frac{K}{D}\right)$

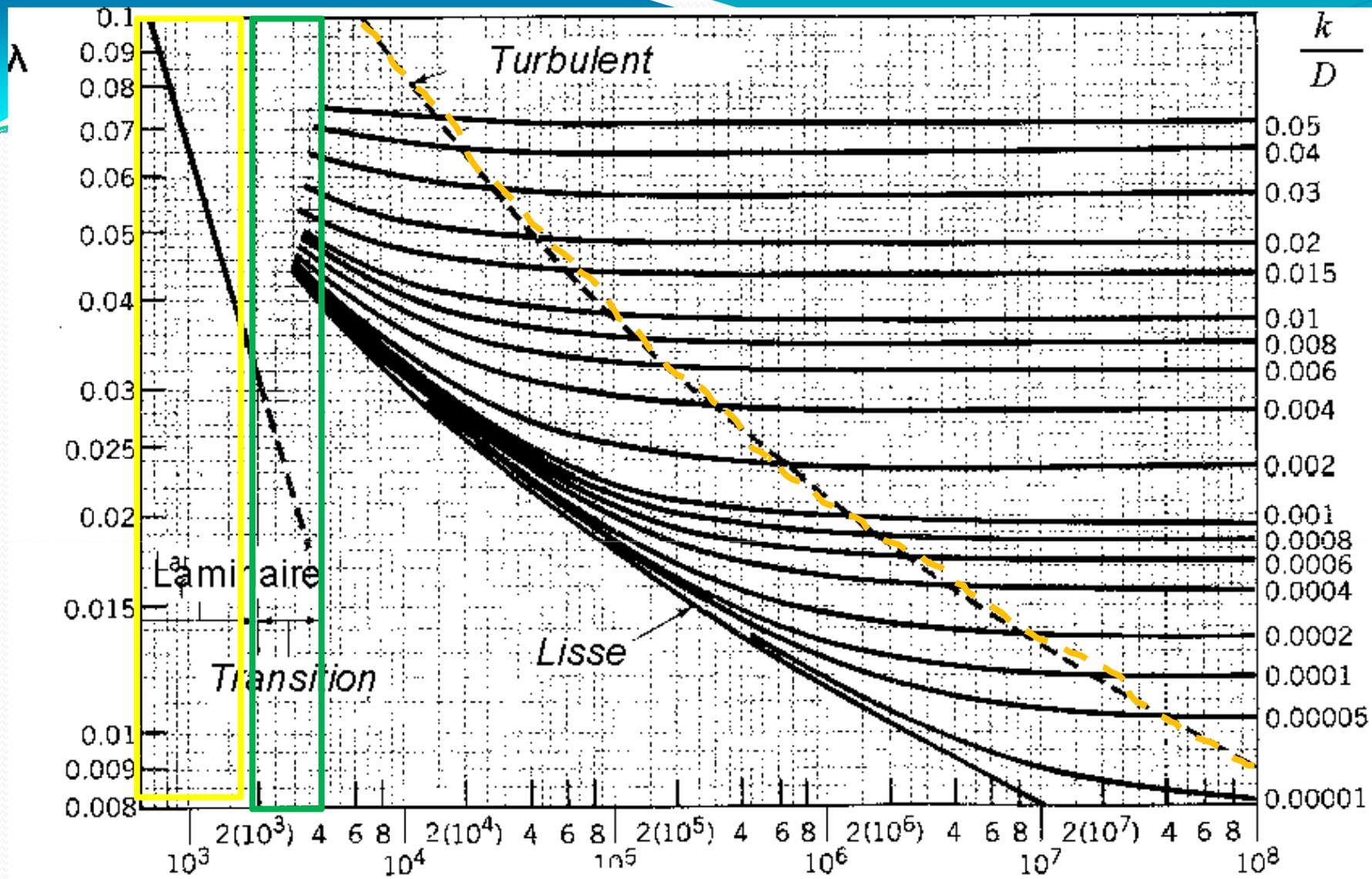
Et on va utiliser la formule complète de Cole brook

Calculer le nombre de Reynolds et la rugosité relative après on peut lire le coefficient de perte de charge



- 1.- Zone à Ecoulement Laminaire : $Re < 2000 \rightarrow \lambda = f(Re)$
- 2.- Zone de transition : $2000 < Re < 4000$
- 3.- Zone de Turbulence Lisse : $\lambda = f(Re)$
- 4.- Zone de Turbulence Transitoire : $\lambda = f(Re ; k/D)$
- 5.- Zone de Turbulence Rugueuse : $\lambda = f(k/D)$

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

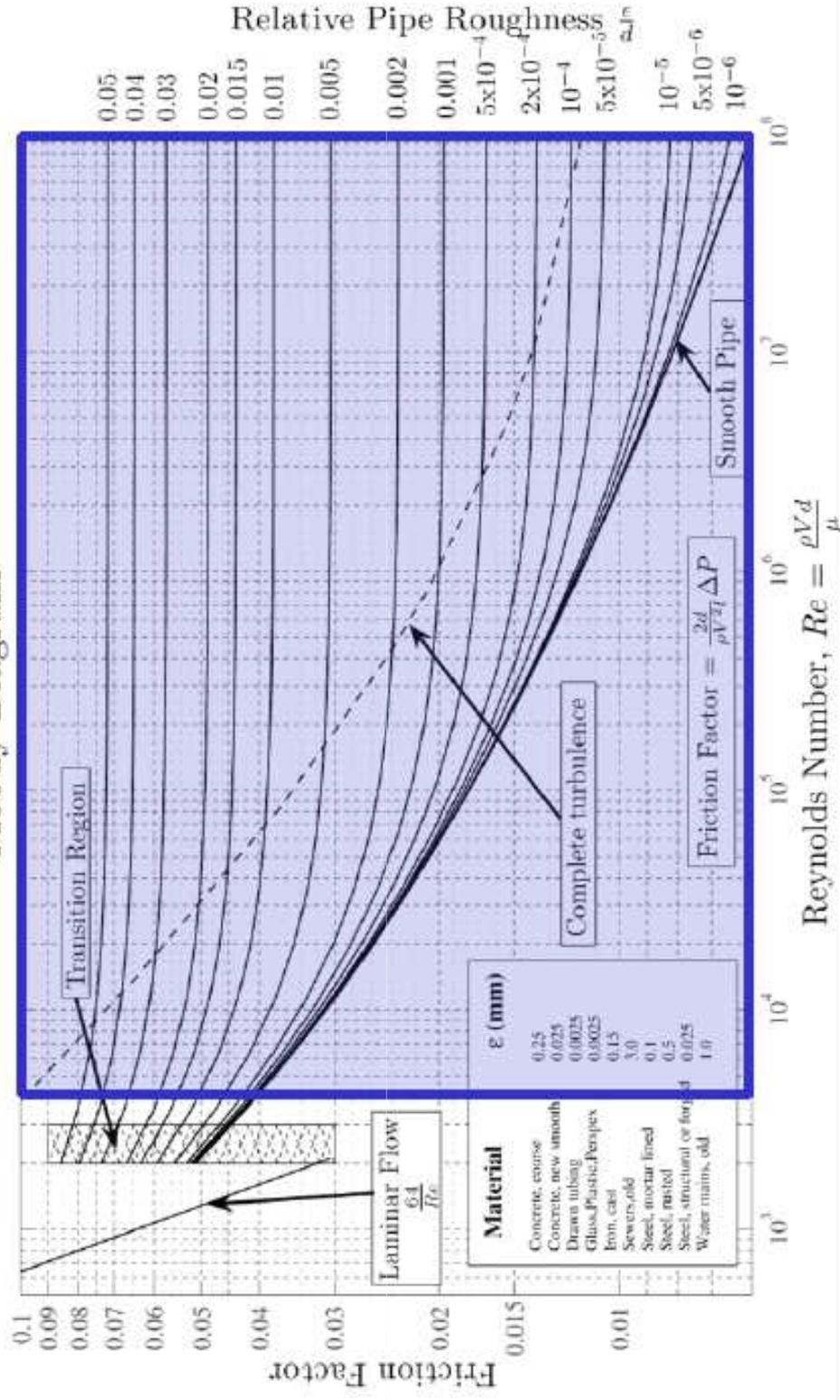


- 1.- Zone à Ecoulement Laminaire : $Re < 2000 \rightarrow \lambda = f(Re)$
- 2.- Zone de transition : $2000 < Re < 4000$
- 3.- Zone de Turbulence Lisse : $\lambda = f(Re)$
- 4.- Zone de Turbulence Transitoire : $\lambda = f(Re ; k/D)$
- 5.- Zone de Turbulence Rugueuse : $\lambda = f(k/D)$

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

Pour des Reynolds suffisamment élevés, on est en régime turbulent. Il faut d'abord calculer la rugosité relative de la paroi interne de la conduite.

Moody Diagram

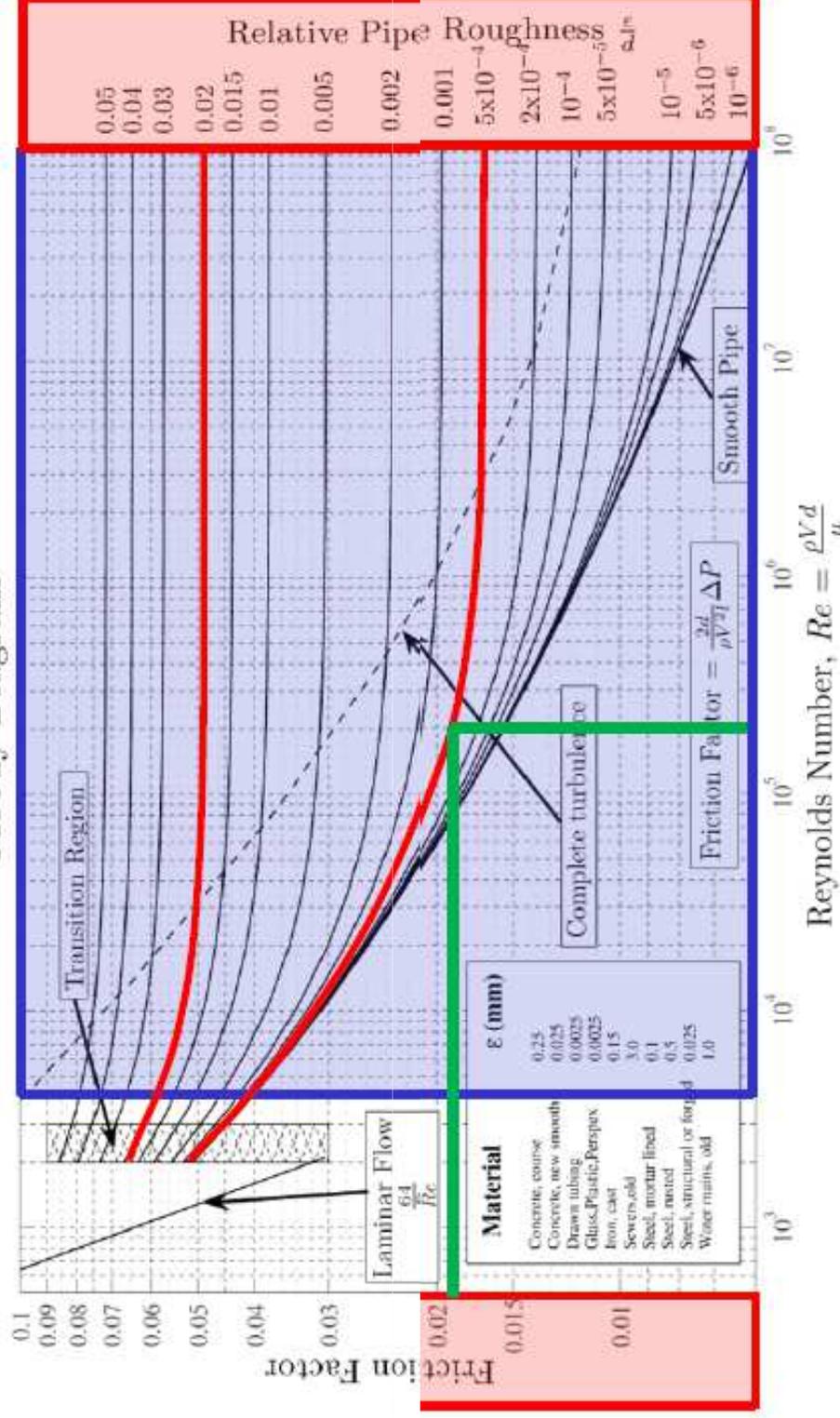


B. Régime turbulent

4. Diagramme de Moody

En fonction de la rugosité relative, on sélectionne une ligne en partant de la droite du graphique (par exemple ici pour 0.02 ou 0.0005).

Moody Diagram



23

Pour une ligne donnée et pour un Reynolds donné, on trouve le point correspondant sur le graphique et on obtient λ sur l'axe de gauche.

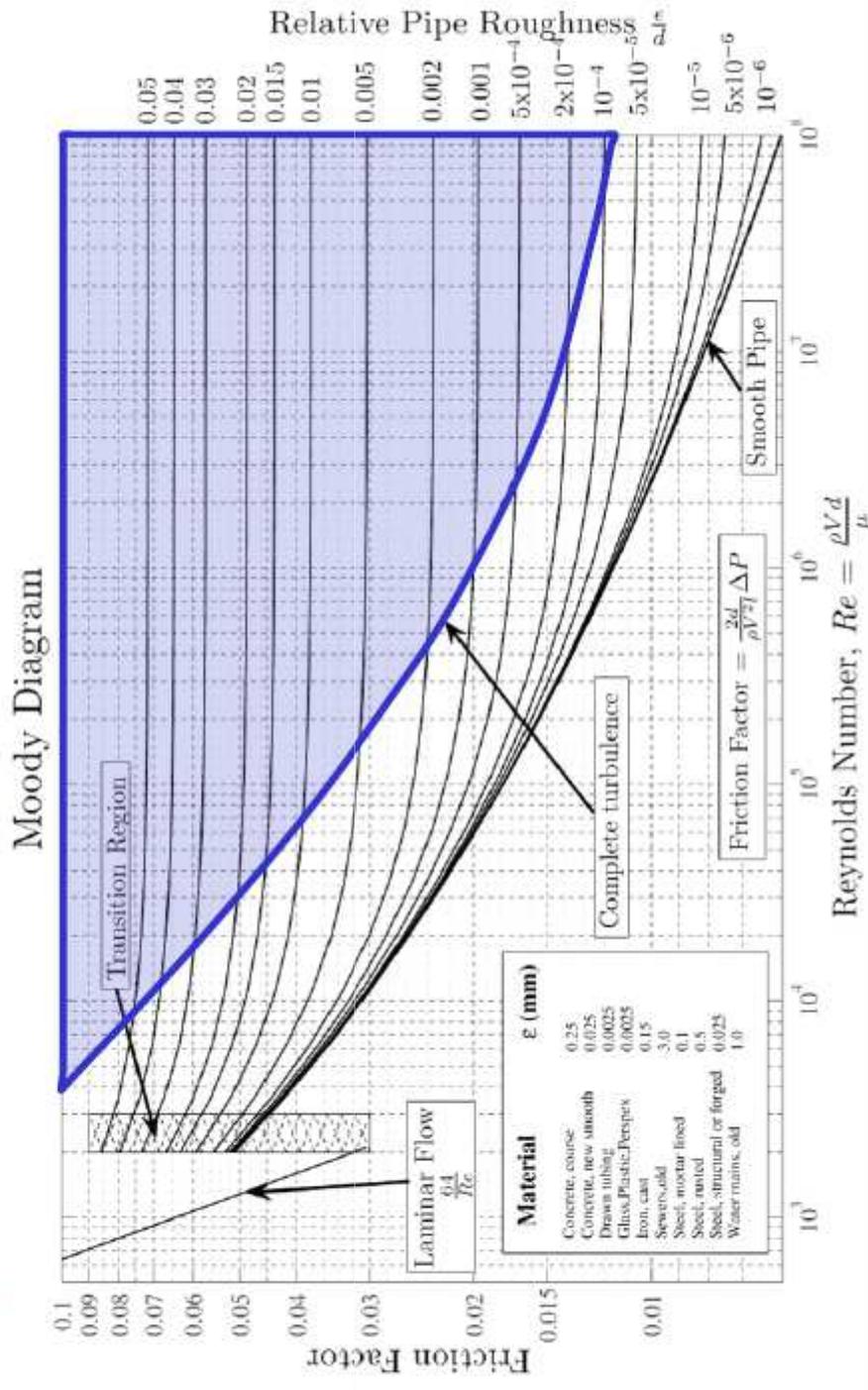
Exemple : $Re=200000$

Moody Diagram

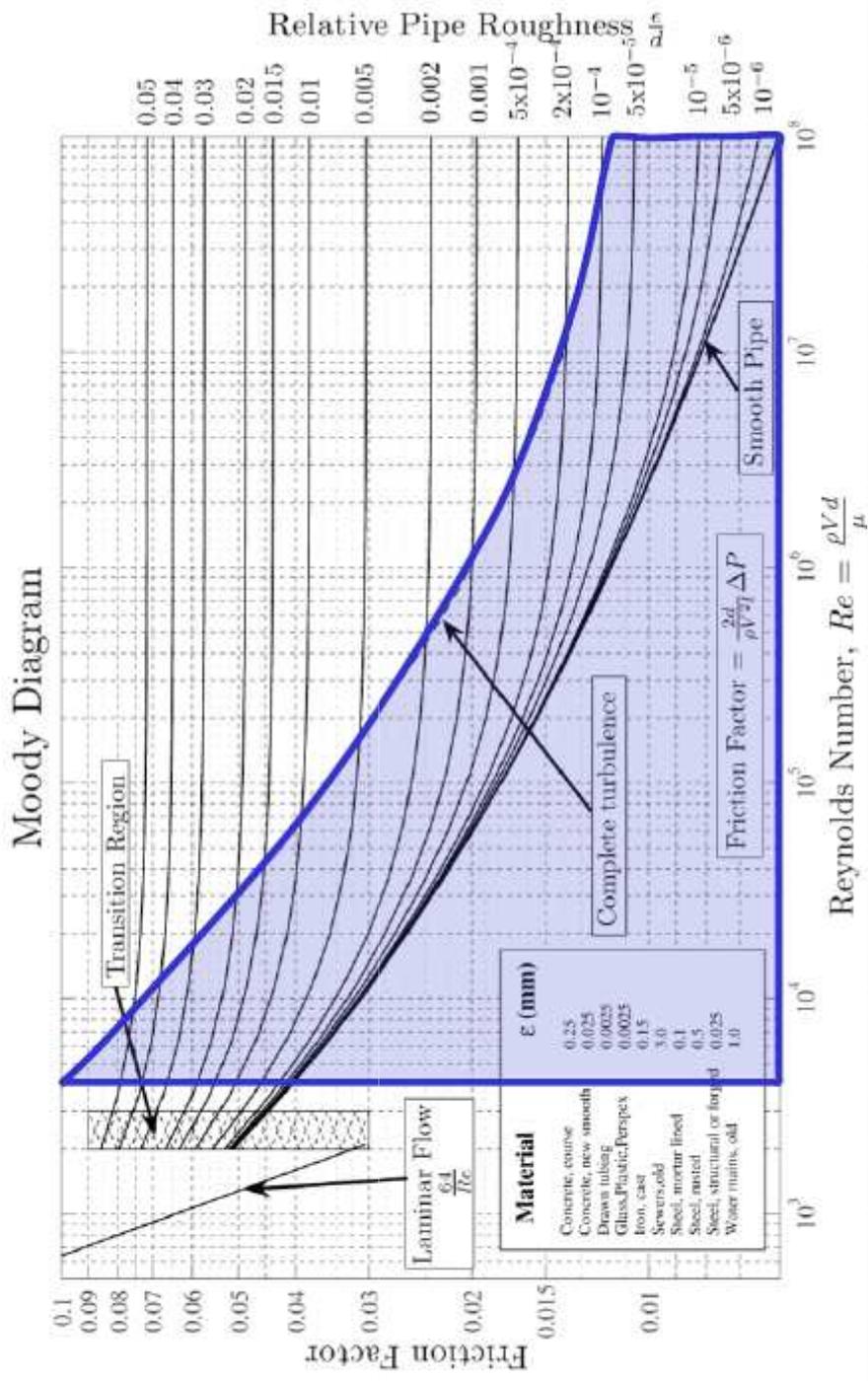
B. Régime turbulent

4. Diagramme de Moody

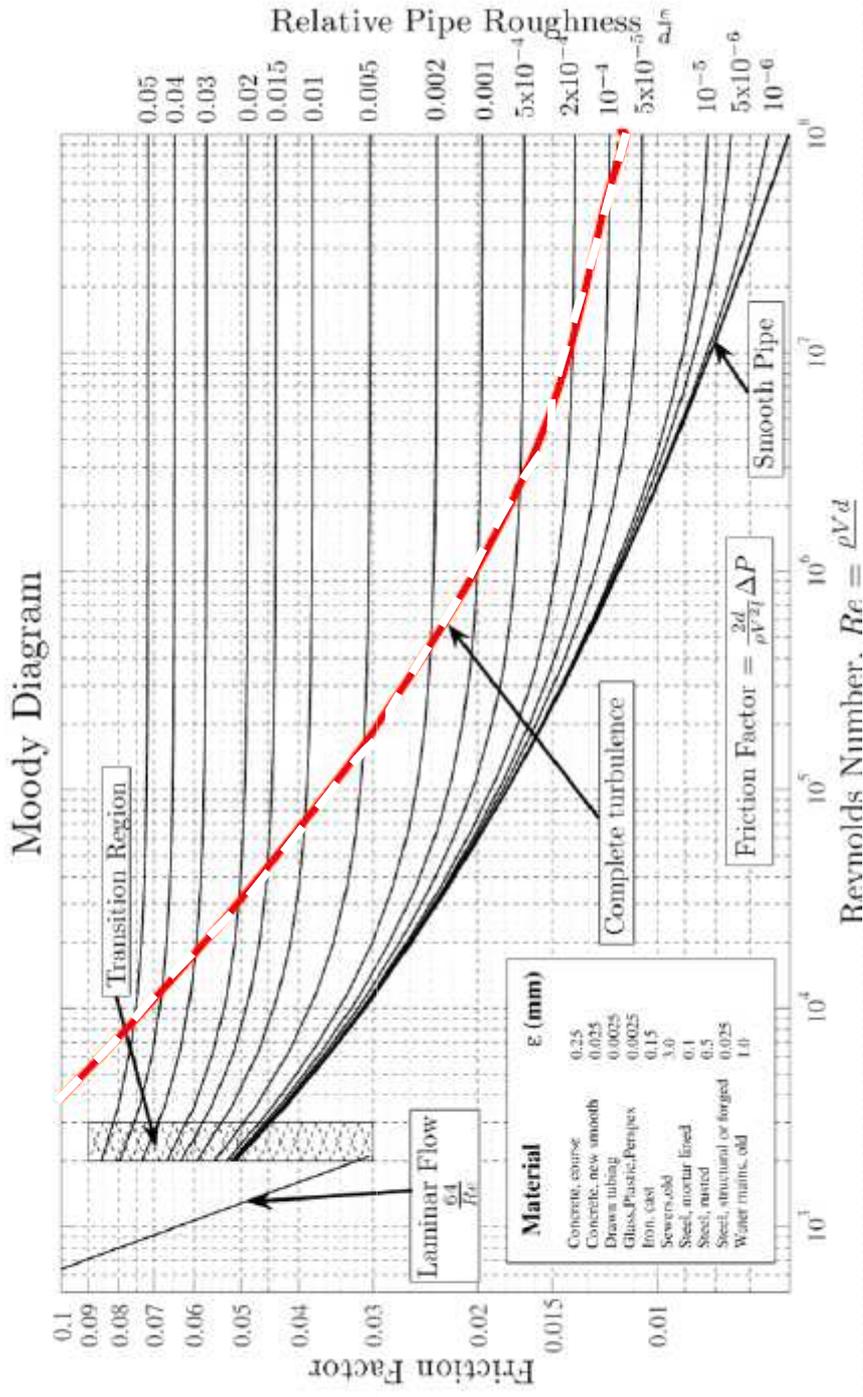
Dans la partie supérieure, le coefficient de perte de charge devient indépendant du Reynolds et dépend donc seulement de la rugosité relative (domaine de l'horizontale).



Dans la partie inférieure, le coefficient de perte de charge dépend à la fois du Reynolds de la rugosité relative.



La **courbe centrale en pointillé** délimite deux domaines turbulents légèrement différents



Tables de perte de charges (A.Dupont 2,1779)

Ces tables donnent la perte de charge j / m de longueur de la conduite en fonction du Diamètre D et de la vitesse V pour 2 différentes valeurs de rugosité:

0,1 mm

• $k_s = 10^{-4}$ m; correspondant à des conduites nouvelles (en fonte, acier, béton armé, amiante-ciment).

2 mm

• $k_s = 2 \cdot 10^{-3}$ m; correspondant à des conduites posées depuis plusieurs années (en fonte ou amiante-ciment).

Le calcul de j a été effectué à partir de l'expression (3.2), en utilisant la formule de Colebrook (3.3) pour la détermination du coefficient de perte de charge λ .

Pour les pertes de charges singulières = 10% des pertes de charges linéaires donc :

les pertes de charges totales = aux pertes linéaires majorés de 10%

EXTRAIT TABLE COOLEBROOCK

Vitesse (m/s)	Diamètre intérieur : 100 mm				Diamètre intérieur : 107 mm			
	Débit (l/s)	Perte de charge (mCE/km)			Débit (l/s)	Perte de charge (mCE/km)		
		k = 0,05 mm	k = 0,1 mm	k = 0,5 mm		k = 0,05 mm	k = 0,1 mm	k = 0,5 mm
0,10	0,79	0,17	0,18	0,20	0,90	0,16	0,16	0,18
0,15	1,18	0,35	0,36	0,42	1,35	0,32	0,33	0,39
0,20	1,57	0,58	0,60	0,72	1,80	0,54	0,55	0,66
0,25	1,96	0,87	0,90	1,10	2,25	0,80	0,82	1,01
0,30	2,36	1,20	1,25	1,56	2,70	1,10	1,15	1,43
0,35	2,75	1,58	1,65	2,10	3,15	1,46	1,52	1,92
0,40	3,14	2,01	2,11	2,71	3,60	1,85	1,94	2,48
0,45	3,53	2,49	2,62	3,40	4,05	2,29	2,41	3,11
0,50	3,93	3,02	3,18	4,16	4,50	2,77	2,92	3,81
0,55	4,32	3,59	3,80	5,01	4,95	3,30	3,49	4,59
0,60	4,71	4,20	4,46	5,93	5,40	3,87	4,10	5,43
0,65	5,11	4,86	5,18	6,93	5,84	4,47	4,76	6,35
0,70	5,50	5,57	5,95	8,01	6,29	5,13	5,46	7,33
0,75	5,89	6,32	6,76	9,16	6,74	5,82	6,22	8,39
0,80	6,28	7,12	7,63	10,40	7,19	6,55	7,01	9,52
0,85	6,68	7,97	8,55	11,71	7,64	7,33	7,86	10,72
0,90	7,07	8,85	9,52	13,09	8,09	8,14	8,75	11,99
0,95	7,46	9,78	10,55	14,55	8,54	9,00	9,69	13,33
1,00	7,85	10,75	11,62	16,10	8,99	9,89	10,68	14,74
1,05	8,25	11,77	12,74	17,72	9,44	10,83	11,71	16,22
1,10	8,64	12,84	13,92	19,41	9,89	11,81	12,79	17,78
1,15	9,03	13,95	15,14	21,19	10,34	12,83	13,92	19,40
1,20	9,42	15,10	16,42	23,04	10,79	13,89	15,09	21,10
1,25	9,82	16,29	17,74	24,97	11,24	14,99	16,31	22,86
1,30	10,21	17,53	19,11	26,98	11,69	16,12	17,57	24,70
1,35	10,60	18,81	20,54	29,06	12,14	17,31	18,88	26,61
1,40	11,00	20,13	22,02	31,22	12,59	18,52	20,24	28,59
1,45	11,39	21,51	23,54	33,46	13,04	19,79	21,64	30,64
					77	13,49	21,08	23,09
					17	13,94	22,42	24,58
					63	14,39	23,80	26,13
					18	14,84	25,22	27,71
					81	15,29	26,68	29,35
					51	15,74	28,18	31,03
					29	16,19	29,72	32,77
					15	16,64	31,30	34,53
					09	17,08	32,91	36,35
					10	17,53	34,58	38,22
					18	17,98	36,28	40,13
					36	18,43	38,01	42,08
					61	18,88	39,79	44,09
					92	19,33	41,59	46,13
					32	19,78	43,46	48,23
					81	20,23	45,36	50,38
					34	20,68	47,30	52,56
					98	21,13	49,27	54,80
					69	21,58	51,28	57,07
					22	22,03	53,32	59,41
					2,40	18,24	37,64	40,01
					2,50	19,63	60,21	67,21
								98,34
								22,48
								55,43
								61,78
								90,06

EXEMPLE

Ø 100 mm - k = 0,1 mm

L = 1 700 m - débit = 20 m³/h = 5,5 l/s

La table donne, j = 5,95 mètre de perte de charge par kilomètre de conduite,
soit $\Delta H_L = j \times 1,7 \text{ km} = 10,1 \text{ mCE} \approx 1 \text{ bar}$

Valeur directement utilisable pour l'eau à 10°C.

Débit		Diamètre intérieur en mm																
		14.8	16.8	18.6	21	24	28	30	33.6	40	42	53	63.2	67.8	81	101	125	150
m ³ /h	l/s	7	2.5	2	1.6	0.8	0.25	0.2										
0.5	0.14																	
0.7	0.20	15	5.5	4	3	1.6	0.9	0.5	0.2									
1	0.28	28	10	8	5.5	3	1.7	0.95	0.5									
1.5	0.42		18	15	10	6	3	1.8	1	0.3	0.2							
2	0.55		35	25	17	10	5.5	3	1.8	0.6	0.5							
2.5	0.7			35	25	15	8.5	4.5	2.5	1.1	0.8							
3	0.38				35	20	10	6.2	3.7	1.6	1.2	0.3						
4	1.11					33	18	10	6	2.5	2	0.7	0.28	0.20				
5	1.39						26	15	9	3.8	2.5	0.93	0.35	0.30	0.13			
6	1.67						38	20	12	5.5	4	1.3	0.6	0.50	0.18			
8	2.22							34	19	7.8	6	2	0.92	0.70	0.3	0.1		
10	2.78								28	12	9.8	3	1.4	1	0.45	0.16		
12	3.34									37	16	13	4.5	1.9	1.5	0.6	0.21	
15	4.17										25	20	6.5	2.9	2	0.9	0.3	
20	5.55										30	10	4.5	3.5	1.4	0.5		
25	6.95											16	7	5	2	0.75		
30	8.35											23	9	7	3	1		
40	11.1											35	15	12	4.5	1.7		
50	13.9												24	17	7	2.5		
60	16.7												32	25	9.5	3.5		0.8
70	19.5													30	13	5	2	1.3
80	22.2														16	6	3.2	2.5
100	27.8														25	9	7	
150	41.6																	

Tableau 7 : Pertes de charge linéaire en cm/m conduites PVC (M.Agoussine)

- TRAVAUX DE COLEBROOK

Diamètre en mm	Rugosité de la canalisation		
	k=0,1 mm	k=1 mm	k=2 mm
60	2743	4820	6340
80	583	1030	1340
100	183	313	401
125	56	95	121
150	21,5	36,1	45,5
200	4,78	7,83	9,77
250	1,49	2,40	2,97
300	0,59	0,92	1,13
350	0,262	0,406	0,497

le débit Q est pris en mètre cube par seconde pour obtenir la perte de charge J en mètre par mètre CE.

Pour un tronçon de longueur L en mètre, les pertes de charge J en mètre sont égales à :

$$J = r \times L \times Q^2$$

$$J = R \times Q^2$$

avec R résistance totale du tronçon

Loi des pertes de charges

$$j = \frac{8\lambda}{\pi^2 \times g \times D^5} (Q^2) \quad \text{Darcy}$$

- 1) Directement proportionnelle à la longueur de l'établissement
- 2) Proportionnelles au carré du débit
- 3) Inversement proportionnelle au diamètre du tuyau
- 4) Elles sont fonction de la rugosité du tuyau
- 5) Proportionnelle Viscosité du liquide

Résistance en série

$$R_v = R_1 + R_2 + \dots + R_j$$

Donc pour des conduites en série, la résistance équivalente s'exprime comme la somme de résistances de chaque conduite :

$$R_v = \sum_{i=1}^j R_i \quad (5.4)$$

$$h = R Q^n \quad (5.3)$$

où le coefficient R est la résistance de la conduite. Cette résistance ne dépend que des propriétés de la conduite c'est-à-dire la rugosité, le diamètre et la longueur.

Avec la formule de Darcy-Weisbach, on a :

$$R = \frac{8fL}{\pi^2 g D^5} \text{ et } n = 2$$

Pour la formule de Hazen-Williams, on a :

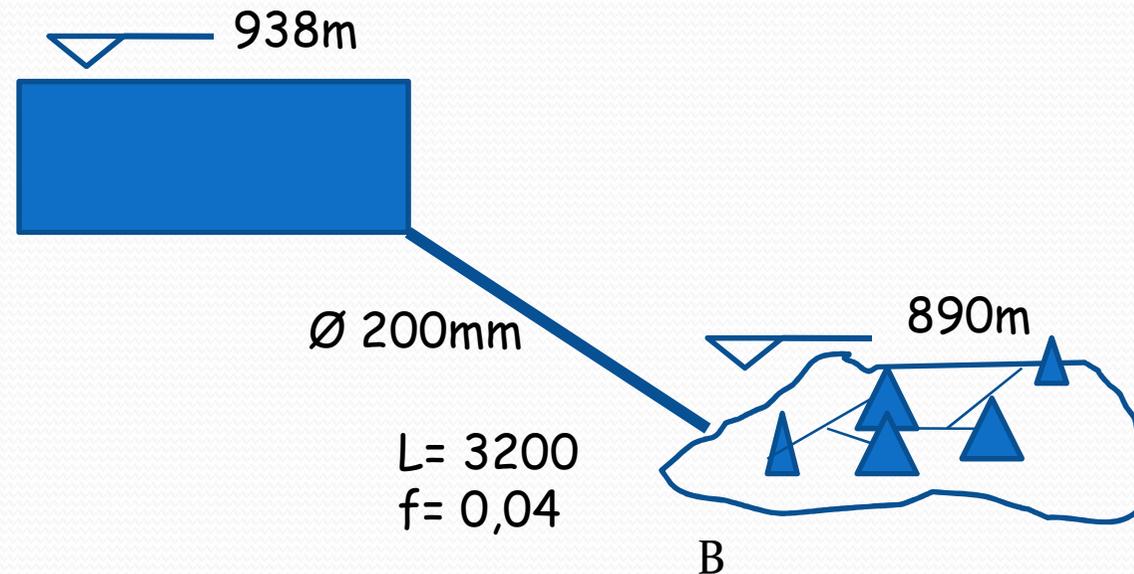
$$R = \left(\frac{1}{C_{HW} \beta} \right)^{1,85} \frac{L}{D^{4,87}} \text{ et } n = 1,85$$

β est le coefficient d'unités ($\beta = 0,2785$ (S.I.), $\beta = 0,4322$ (S.A.)).

Application

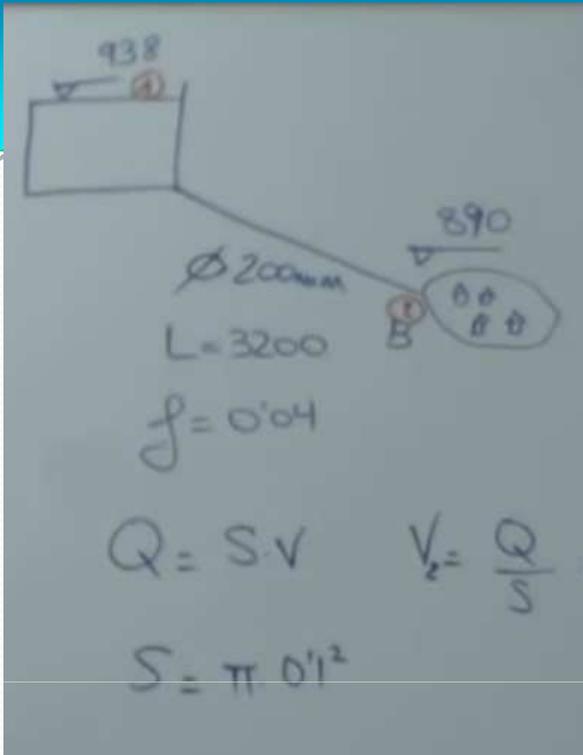
Quel volume d'eau va approvisionné une localité B par une conduite de **200 mm** de diamètre, située sur une altitude de **890 m**, venant d'un réservoir a **938** d'altitude situé a **3200 m**, sachant que la décharge d'eau, se fera librement par la conduite avec un coefficient de frottement de Darcy de **0,04 (f)**

- en considérant l'énergie cinétique
- Et en négligeant l'énergie cinétique?



<u>unité de pression (Pa)</u>	$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A + \frac{\rho \cdot U_A^2}{2}$
<u>unité de longueur (m)</u>	$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A + \frac{U_A^2}{2 \cdot g}$

Rappel



$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$

$$938 = 890 + 0 + \frac{Q^2}{\pi^2 \cdot (0.1)^4 \cdot 2g} + 33050,75 Q^2$$

$$V_2 = \frac{Q}{S} = \left(\frac{Q}{\pi (0.1)^2} \right)^2$$

$$S = \pi (0.1)^2$$

$$\Delta H = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} = \frac{8 \cdot 0.04 \cdot 3200 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot 9.81 \cdot (0.2)^5}$$

$$= 33050,75 \cdot Q^2$$

$$48 = 51,64 Q^2 + 33050,75 Q^2$$

$$48 = 33102 Q^2$$

$$Q = 0,0380 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow Q = 3290,08 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$Q = AV \text{ et } A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Ainsi on obtient :

$$\Delta H = \frac{8fL}{\pi^2 g D^5} Q^2$$

Pertes de charges singulières

Les singularités se comportent comme des ouvrages courts.

Les pertes de charge singulières peuvent généralement se mettre sous la forme :

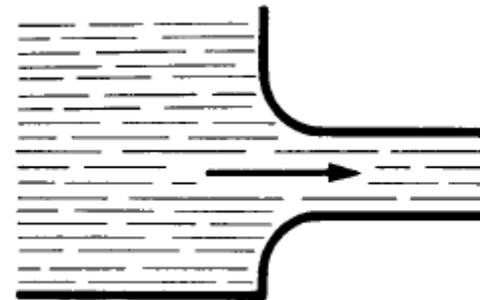
$$j_s = K_s \times \frac{v^2}{2g}$$

K_s représente un coefficient numérique sans dimension, dont la valeur dépendra de la forme et des dimensions de la singularité. Il est généralement déterminé expérimentalement.

Quelques exemples de K_s

- coude arrondi à 90° $K_s = 0,1$ à $0,2$
- coude à angle vif $K_s = 1,13$
- poteaux incendie $K_s = 8$

Donné par le fabricant



$$\Delta h = 0,05 \frac{V^2}{2g}$$

Calcul de longueur équivalente (Le) pour les pertes de charges singulières

Formule Perte de charge singulière

Perte de charge régulière (R)

$$j_s = K_s \times \frac{v^2}{2g} = \lambda \times \frac{v^2}{2gD} \times L_e \quad \longrightarrow \quad L_e = \frac{K_s \times D}{\lambda}$$

$$L_T = L + \sum L_{ei} \quad i = \text{singularité}$$

$$J = \lambda * \frac{(L + \sum L_{ei}) \cdot v^2}{D \cdot 2 \cdot g}$$

$$j = \frac{8\lambda}{\pi^2 \times g \times D^5} (Q^2)$$

- ABAQUES

L'utilisation d'abaques est fréquente pour déterminer la perte de charge locale; ces abaques permettent de trouver pour un accident et un débit donnés la longueur équivalente de canalisation L_{eq} de même diamètre produisant la même perte de charge.

Méthode de longueur équivalente

On remplace chaque accident par une longueur équivalente (notation « Leq ») de canalisation droite qui entraînerait la même perte de charge.

Exemple : Sur une canalisation est disposé 3 coudes à 90° et chaque coude à une longueur équivalente de 1.5 m.



Longueurs droites :

$$AB = 5 \text{ m}$$

$$BC = 7 \text{ m}$$

$$CD = 3 \text{ m}$$

$$DE = 5 \text{ m}$$

Longueur développée de la canalisation : $L = 20 \text{ m}$

Longueur équivalente des accidents : $Leq = 4,5 \text{ m}$

L'étude des pertes de charge se fera avec une longueur de canalisation de 24,5 m, alors que la longueur développée n'est que de 20 m.