

Série 4

Exercice 1

Soit a un réel strictement positif donné. La suite réelle $(x_n)_{n \geq 0}$ définie par :

$$x_0 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{a}{2x_n} \quad \text{possède l'intéressante propriété de converger vers } \sqrt{a} .$$

Le but de cet exercice est de calculer une approximation de \sqrt{a} . On admettra que x_n approche \sqrt{a} avec la

précision *epsilon* dès que $\left| x_n - \frac{a}{x_n} \right| \leq \textit{epsilon}$.

1. Écrivez deux fonctions f et g prenant un réel x en argument et retournant respectivement $\frac{x}{2} + \frac{a}{2x}$ et

$$\left| x - \frac{a}{x} \right|$$

2. Écrivez un programme qui calcule et affiche une valeur approchée de \sqrt{a} avec une précision *epsilon*

Exercice 2

Deux nombres entiers n et m sont qualifiés d'amis, si la somme des diviseurs de n est égale à m et la somme des diviseurs de m est égale à n (on ne compte pas comme diviseur le nombre lui-même et 1).

Exemple : 48 et 75 sont deux nombres amis car $2+3+4+6+8+12+16+24=75$ et $3+5+15+25=48$.

1. Écrivez une fonction qui permet de déterminer si deux entiers n et m sont amis ou non, m et n sont les paramètres de la fonction.
2. En utilisant la fonction de la question précédente, écrivez un programme qui calcule et affiche le nombre de nombres amis se trouvant entre 1 et 1000.

Exercice 3

Écrivez une fonction qui prend comme paramètres un ensemble s et un nombre a et retourne True si a appartient à s et False si a n'appartient pas à s .

Exercice 4

Un nombre entier p (différent de 1) est dit premier si ses seuls diviseurs positifs sont 1 et p .

1. Écrivez un algorithme qui permet de déterminer si un nombre est premier ou non.
2. Écrivez un algorithme qui affiche le nombre de nombres premiers entre 1 et 1000.

Exercice 5

On veut calculer l'exponentiel de x par un développement limité : $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

Écrivez un programme python qui demande à l'utilisateur de saisir la valeur de x , puis calcule et affiche le résultat. Le calcul s'arrête aux 100 premiers termes du développement.