

Logique Propositionnelle
Travaux dirigés et pratiques 1
Algorithmique et Programmation
ASI5

Exercice 1 :

Prenons des propositions suivantes :

P : Obtenir 10/10 de l'examen.

Q : Faire tous les exercices.

R : Obtenir 20/20 de ce cours.

Construire des formules utilisant des propositions P, Q, R et des connecteurs logiques pour exprimer les cas suivants :

1. On obtient 20/20 de ce cours mais on ne fait pas tous les exercices.
2. Pour obtenir 20/20 de ce cours, il est nécessaire d'obtenir 10/10 de l'examen.
3. Obtenir 10/10 de l'examen et faire tous les exercices est suffisant pour obtenir 20/20 de ce cours.

Exercice 2 :

Modéliser les situations données ci-dessous avec la logique propositionnelle i.e., proposer des propositions et des formules:

1. Si la température et la pression sont constantes, alors il ne pleut pas. La température était constante.

Est-il vrai que s'il ne pleuvait pas, alors la pression était constante ?

2. Jean mange quand il a faim. Jean porte son t-shirt bleu quand il mange. En ce moment, Jean n'a pas faim.

Quelle est la couleur de son t-shirt ?

3. Si une licorne est mythique, alors elle est immortelle, mais si elle n'est pas mythique, alors elle est un mammifère mortel. Si la licorne est mortelle ou immortelle, elle a une corne. Si la licorne est magique, elle a une corne.

La licorne : est-elle mythique ? Est-elle magique ? A-t-elle une corne ?

Exercice 3 :

q = « faire beau le matin »

p = « aller à la plage »

1. *Ecrivez les formules correspondant aux énoncés suivants :*

- a. S'il fait beau demain matin j'irai à la plage demain matin.
- b. Je suis allé à la plage, donc il faisait beau ce matin
- c. Je ne suis pas allé à la plage, donc il ne faisait pas beau ce matin
- d. Il a plu, donc je ne suis pas allé à la plage

2. *Quel(s) énoncé(s) (b, c, d) peut-on déduire de l'énoncé a.*

Exercice 4 :

Dans un QCM, 5 réponses sont possibles A, B, C, D et E à une question X.

1. *Ecrivez les formules correspondant aux énoncés suivants, après avoir défini l'ensemble des propositions :*

- a. Une seule réponse est juste.
- b. Si la réponse B est vraie alors la réponse E est aussi vraie.
- c. Si la réponse A est vraie alors au moins une des deux affirmations B ou D est vraie.
- d. La réponse D est fausse si et seulement si la réponse E est vraie.
- e. Que peut-on conclure des 4 affirmations ?

3. *Peut-on répondre avec certitude à la question X ?*

Exercice 5 :

Représentez chacune des formules ci-dessous comme des arbres

$$(p \vee (q \vee \neg r)) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee \neg(p \rightarrow q)$$

$$\neg((p \wedge q) \rightarrow p)$$

$$p \rightarrow (q \vee \neg q)$$

$$(\neg p) \rightarrow (q \vee (\neg(q \wedge q)))$$

$$(\neg(p \wedge q)) \rightarrow (p \vee (q \wedge r))$$

Exercice 6 :

Ecrire des programmes en C qui reçoit en entrée une ou deux proposition et calcule, la négation, la conjonction, la disjonction, la disjonction exclusive, l'implication et l'équivalence

Exercice 7 :

1. $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \rightarrow \neg A$,
2. $(A \rightarrow B) \wedge B \rightarrow A$,
3. $((A \vee B) \rightarrow \neg C) \wedge (\neg C \vee (B \vee A))$,
4. $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$,
5. $A \wedge (B \vee C) \leftrightarrow A \wedge B \vee A \wedge C$,
6. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
7. $(A \wedge B) \wedge (B \leftrightarrow C) \rightarrow (A \wedge C)$.

- a. Pour toute formule, vérifier si elle est valide, satisfaisable ou contradictoire
- b. Vérifier les résultats à l'aide d'un programme en C qui reçoit en entrée une formule et affiche si elle est valide, satisfaisable ou contradictoire