Module 30 — Contrôle Final — Correction

Le non-respect du nombre de chiffres significatifs enlève 0,25 point. L'absence d'unité enlève la moitié de la note.

Le rattrapage portera sur les chapitres 7 et 9 uniquement

Une séance question/réponse sera organisée la semaine avant le rattrapage

Exercice 1 : Energie de cohésion du bromure de sodium

1. la signification de chaque terme :

- R_0 étant la distance entre premiers proches voisins à l'équilibre **(0,5)** ;
- α la constante de Madelung qui dépend de la structure de NaBr **(0,5)** ;
- ρ paramètre dans le potentiel de Born-Meyer **(0,5)**, il a la dimension d'une longueur et il mesure le rayon d'action de l'interaction répulsive dans le potentiel de Born-Meyer **(0,5)**. Il est déterminé à partir des mesures expérimentales du module de compressibilité *B*. **(0,5)**

2. Vérification de l'homogénéité :

$$[U_{tot}] = [F.d] = [m.a.d] = M.LT^{-2}.L = ML^2T^{-2} \quad (\mathbf{0,5})$$

$$\left[\frac{N\alpha q^2}{4\pi\varepsilon_0 R_0}\left(1-\frac{\rho}{R_0}\right)\right] = \left[\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\right]\left[\frac{1}{R_0}\right] = [F.d^2]L^{-1} = M.LT^{-2}.L^2.L^{-1} = ML^2T^{-2} \quad (\mathbf{0,5})$$

$$\textbf{ou} \qquad \left[\frac{N\alpha q^2}{4\pi\varepsilon_0 R_0}\left(1-\frac{\rho}{R_0}\right)\right] = \frac{Nm^2C^{-2}C^2}{m} = Nm = J \quad (\mathbf{0,5})$$

La formule est bien homogène, puisque les deux termes de l'égalité ont la même dimension ML^2T^{-2}.

3. L'énergie potentielle s'écrit :

$$U_{tot}(NaBr) = -\frac{2N_A\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1-\frac{2\rho}{a}\right) = -\frac{N_A\alpha e^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\left(1-\frac{2\rho}{a}\right) \quad (\mathbf{1})$$

4. Valeur numérique

$$U_{tot}(NaBr) = -2\times N_A\times\alpha\times e^2\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{1}{a}\left(1-\frac{2\rho}{a}\right)$$

$$U_{tot}(NaBr) = -2\times 6{,}022\times 10^{23}\times 1{,}747565\times(1{,}60\times 10^{-19})^2\times 9{,}00\times 10^9\times\frac{1}{5{,}978\times 10^{-10}}\left(1-\frac{0{,}656}{5{,}978}\right)$$

$$U_{tot}(NaBr) = -7{,}221869\times 10^5\ \mathrm{J}$$

$$E(NaBr) = -\,U_{tot}(NaBr) = 7{,}221869\times 10^5\ \mathrm{J} = \mathbf{722\ kJ} \qquad (\mathbf{2})$$

5. On calcule **l'écart relatif** entre les deux valeurs (**ne doit pas être exprimé avec plus de deux chiffres**) :

$$E(NaBr) = 7{,}221869\times 10^5\ \mathrm{J} = 172{,}5243\ \mathrm{kcal}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{|E_{cal}-E_{exp}|}{E_{exp}} = \frac{174{,}1-172{,}5243}{174{,}1} = \mathbf{0,9\%} \quad (\mathbf{0,5})$$

La concordance entre les deux valeurs montre que la **cohésion** des **cristaux ionique**s peut s'expliquer grâce à des **interactions coulombiennes** entre des particules ponctuelles chargées ($\mathbf{4\times 0,25}$).

Exercice 2 : Caractéristiques d'une sonde de température en platine

1. La conductivité du platine est donnée par :

$$\sigma = n\times e\times\mu = \frac{v\times d\times\rho_{eau}\times N_A}{M_{Pt}}\times e\times\mu = \frac{v\times d\times\rho_{eau}\times N_A\times e\times\mu}{M_{Pt}} \quad (\mathbf{1})$$

$$\sigma = \frac{1\times 21{,}45\times 10^3\times 6{,}022\times 10^{23}\times 1{,}60\times 10^{-19}\times 8{,}53\times 10^{-4}}{195{,}084\times 10^{-3}} = 9{,}03682\times 10^6\ \mathrm{S.m^{-1}} = \mathbf{9,04\times 10^6}\ \mathrm{S.m^{-1}}\ (\mathbf{1})$$

2. Calcul du temps de relaxation :

$$\tau = \frac{m}{e}\mu = \frac{9{,}11 \times 10^{-31} \times 8{,}53 \times 10^{-4}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = \mathbf{4{,}86 \times 10^{-15}}\ \mathrm{s}\ \ (\mathbf{1})$$

3. Selon l'hypothèse de Drude, au cours de leur mouvement dans le métal les électrons subissent des collisions avec les porteurs de charge positive. Le <u>temps moyen</u> entre <u>les collisions successives</u> d'un électron est noté τ et appelé <u>temps de vol moyen</u> ou <u>temps de relaxation</u> **(3×0,25)**.

4. La loi de Wiedemann-Franz s'écrit:

$$\mathcal{K} = \sigma L T$$

$$\mathcal{K}_{Pt} = 9{,}03682 \times 10^{6} \times 1{,}12 \times 10^{-8} \times (27{,}0 + 273) = 30{,}3637\ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}} = \mathbf{30{,}4}\ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}\ \ (\mathbf{1})$$

On calcule l'écart relatif entre les deux valeurs :

$$\frac{\Delta\mathcal{K}}{\mathcal{K}} = \frac{71{,}6 - 30{,}3637}{71{,}6} = \mathbf{58\%}\ \ (\mathbf{0{,}5})$$

L'écart entre les deux valeurs montre la limite du modèle de Drude dans la description des propriétés de transport dans les métaux de transition $(\mathbf{0{,}25})$. Il permet de retrouver la loi de Wiedemann-Franz découverte expérimentalement cependant il ne permet pas d'expliquer le comportement de la chaleur spécifique **(0,25).** Par conséquent la valeur de la conductivité thermique calculée à partir du modèle de Drude est inférieure à la valeur expérimentale **(0,25).**

5. Calcul de l'épaisseur de la couche :

$$\sigma(t) = \frac{1}{\rho(t)} = \frac{L}{R(t) \times S} = \frac{L}{R(t) \times \ell \times e} = \frac{L}{R_0(1 + \alpha t) \times \ell \times e}$$

$$e = \frac{L}{R_0(1 + \alpha t) \times \ell \times \sigma(t)}$$

$$e = \frac{1{,}00 \times 10^{-2}}{100 \times (1 + 0{,}0040 \times 27{,}0) \times 1{,}00 \times 10^{-3} \times 9{,}03682 \times 10^{6}} = 9{,}98722 \times 10^{-9}\ \mathrm{m} = \mathbf{10\ nm}\ \ (\mathbf{1})$$

6. Lorsque la température du métal augmente, <u>**l'agitation thermique**</u> des atomes du cristal <u>**augmente**</u>, ainsi que <u>**les vibrations du réseau**</u>, ceci a pour conséquence <u>**l'augmentation du nombre de phonons**</u> et donc <u>**l'augmentation des collisions électrons-phonons**</u>. Il en résulte une <u>**diminution de la mobilité**</u> des électrons de conduction et par conséquent une <u>**augmentation de la résistivité**</u>. D'après la **relation (2)** la <u>**résistance augmente avec la température**</u> **(8×0,25).**

7. Longueur du fil :

$$L' = 0{,}25 \times \sigma(t) \times R(t) \times \pi \times D^2$$

$$L' = 0{,}25 \times 9{,}03682 \times 10^{6} \times 100 \times (1 + 0{,}0040 \times 27{,}0) \times \pi \times 1{,}00 \times 10^{-6} = 786{,}403\ \mathrm{m} = \mathbf{7{,}9 \times 10^{2}\ m}\ \ (\mathbf{0{,}5})$$

8. La masse est donnée par :

$$m_{cm} = d_{pt} \times \rho_{eau} \times L \times \ell \times e = 2{,}14226 \times 10^{-9}\ kg = \mathbf{2{,}1 \times 10^{-6}\ g = 2{,}1\ \mu g}\ (\mathbf{0{,}5})$$

$$m_{fil} = d_{pt} \times \rho_{eau} \times L' \times 0{,}25 \times \pi \times D^2 = 13{,}2484\ kg = \mathbf{1{,}3 \times 10^{1}\ kg}\ \ (\mathbf{0{,}5})$$

9. <u>**miniature**</u> : la masse et les dimensions de la couche de platine font d'elle un dispositif de <u>**faible taille**</u> et <u>**masse**</u>. En tenant compte du prix de revient de 1 g de platine le prix de la sonde en couche mince est pratiquement nul devant celui du fil $(\mathbf{0{,}5})$.

10. L'épaisseur de la couche est de quelque nanomètre, elle <u>**confinée suivant une direction**</u> c'est donc un système de <u>**basse dimensionnalité (2D)**</u> **(2×0,5).**