Module 30 – Contrôle Final – Correction

Le non-respect du nombre de chiffres significatifs, l'erreur ou l'absence d'unité annulent de la note.

Exercice 1 : Energie de cohésion du bromure de sodium

1. la signification de chaque terme :

- R_0 étant la distance entre premiers proches voisins à l'équilibre (0,25) ;

- α la constante de Madelung qui dépend de la structure de NaBr (0,25) ;

- ρ paramètre dans le potentiel de Born-Meyer (0,25), il a la dimension d'une longueur (0,25) et il mesure le rayon d'action de l'interaction répulsive dans le potentiel de Born-Meyer (0,25).

2. Vérification de l'homogénéité :

$$[U_{\text{tot}}] = [F \cdot d] = [m \cdot a \cdot d] = M \cdot L T^{-2} \cdot L = M L^2 T^{-2} \quad (0,5)$$

$$\left[\frac{N \alpha q^2}{4 \pi \epsilon_0 R_0} \left(1 - \frac{\rho}{R_0} \right) \right] = \left[\frac{q^2}{4 \pi \epsilon_0} \right] \left[\frac{1}{R_0} \right] = [F \cdot d^2] L^{-1} = M \cdot L T^{-2} \cdot L^2 \cdot L^{-1} = M L^2 T^{-2} \quad (0,5)$$

OU

$$[U_{\text{tot}}] = [F \cdot d] = N m = J \quad (0,25) ; \quad \left[\frac{N \alpha q^2}{4 \pi \epsilon_0 R_0} \left(1 - \frac{\rho}{R_0} \right) \right] = \frac{N m^2 C^{-2} C^2}{m} = N m = J \quad (0,25)$$

La formule est bien homogène, puisque les deux termes de l'égalité ont la même dimension $M L^2 T^{-2}$.

3. L'énergie potentielle s'écrit :

$$U_{\text{tot}}(\text{NaBr}) = -\frac{2 N_{Av} \alpha e^2}{4 \pi \epsilon_0 a} \left(1 - \frac{2\rho}{a} \right) = -\frac{N_{Av} \alpha e^2}{2 \pi \epsilon_0 a} \left(1 - \frac{2\rho}{a} \right) \quad (1)$$

4. Valeur numérique (détail des calculs exigé)

$$U_{\text{tot}}(\text{NaBr}) = -2 \times N_{Av} \times \alpha \times e^2 \times \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \times \frac{1}{a} \left(1 - \frac{2\rho}{a} \right)$$

$$U_{\text{tot}}(\text{NaBr}) = -2 \times 6,022 \times 10^{23} \times 1,747565 \times (1,60 \times 10^{-19})^2 \times 9,00 \times 10^9 \times \frac{1}{0,5978 \times 10^{-9}} \left(1 - \frac{2 \times 0,328}{5,978} \right)$$

$$U_{\text{tot}}(\text{NaBr}) = -7,22186904 \times 10^5 \text{ J}$$

$$E(\text{NaBr}) = -U_{\text{tot}}(\text{NaBr}) = 7,22186904 \times 10^5 \text{ J} = 722 \text{ kJ} \quad (1,5 \text{ ou } 0,25)$$

5. On calcule l'écart relatif entre les deux valeurs (ne doit pas être exprimé avec plus de deux chiffres) :

$$E(\text{NaBr}) = 7,22186904 \times 10^5 \text{ J} = 172,524344 \text{ kcal}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{|E_{\text{cal}} - E_{\text{exp}}|}{E_{\text{exp}}} = \frac{174,1 - 172,524344}{174,1} = 0,91\% \text{ ou } 1\% \quad (0,5)$$

La concordance entre les deux valeurs montre que la cohésion des cristaux ioniques peut s'expliquer grâce à des interactions coulombiennes entre des particules ponctuelles chargées (3 × 0,25).

Exercice 2 : Propriétés du silicium (14 points)

Partie 1 : Structure du silicium (3 pts)

1. Réseau C.F.C. (0, 5)

2. On a :

$$N = \left[8 \text{ Si}_{\text{sommet}} \times \frac{1}{8} + 6 \text{ Si}_{\text{centre faces}} \times \frac{1}{2} \right] + [4 \text{ Si}_{\text{sites tétra}}] = 8 \text{ Si} \quad (0, 5)$$

3.1. Calcul de $d(111)$:

$$d(111) = \frac{\lambda}{2 \sin \theta(111)} = \frac{1,54}{2 \times \sin\left(\frac{28,436}{2}\right)} = 3,13502682 \text{ \AA} = 3,14 \text{ \AA} \quad (0, 75)$$

3.2. Calcul de a :

$$a = d(111) \times \sqrt{3} = 5,430025732 = 5,43 \text{ \AA} \quad (0, 75)$$

3.3. La masse volumique du silicium ramenée à la maille cubique s'écrit: (0, 5)

$$\rho_{\text{Si}} = \frac{8 \times M_{\text{Si}}}{N_{\text{Av}} \times a^3} = \frac{8 \times 28,1 \times 10^{-3}}{6,022 \times 10^{23} \times (5,430025732 \times 10^{-10})^3} = 2,331577699 \times 10^3 \text{ kg. m}^{-3} = 2,33 \times 10^3 \text{ kg. m}^{-3}$$

Partie 2 : Conductivité du silicium (11 pts)

1. Analyse dimensionnelle

$$[A] = \frac{[n_i]}{[T^{3/2}]} = \frac{L^{-3}}{\Theta^{3/2}} = L^{-3} \times \Theta^{-3/2} \quad (1)$$

A s'exprime en $\text{m}^{-3} \times \text{K}^{-3/2}$ (0, 5)

2. La conductivité à 300 K :

$$n_i = AT^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right) = 1,59983654 \times 10^{16} \text{ m}^{-3} \quad n_{i_1} = 1,60 \times 10^{16} \text{ m}^{-3} \quad (1)$$

$$\sigma_i = e n_i (\mu_p + \mu_n) = 5,11947694 \times 10^{-4} \text{ S. m}^{-1} = 5,12 \times 10^{-4} \text{ S. m}^{-1} \quad (1)$$

3. L'équation du second degré :

$$\mu_n n^2 - \frac{\sigma_D}{e} n + \mu_p n_i^2 = 0 \quad ; \quad 0,15 n^2 - 6 \times 10^{20} n + 1,28 \times 10^{31} = 0 \quad (1 + 1)$$

4. Après dopage $n > n_i$, on déduit :

$$n = 4,00 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \quad (1) \quad ; \quad p = \frac{n_i^2}{n} = 6,40 \times 10^{10} \text{ m}^{-3} \quad (0, 5)$$

L'autre valeur $2,13 \times 10^{10}$ est à rejeter, elle correspond à la concentration n dans le cas d'un dopage p qui donnerait la même conductivité (**Bonus 2 points pour celui qui l'aura justifié**).

5. Calcul de N_D :

$$N_D = n - p = n = 4,00 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \quad (1)$$

6. Calcul du rapport :

$$N(\text{Si}) = \frac{\rho_{\text{Si}} \times N_{\text{Av}}}{M_{\text{Si}}} = \frac{2,3316 \times 10^3 \times 6,02210^{23}}{28,1 \times 10^{-3}} = 5,00 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \quad (0, 5) \quad ; \quad \frac{N_D}{N(\text{Si})} = 8,01 \times 10^{-8} \quad (0, 5)$$

L'ordre de grandeur de ce rapport est 10^{-7} (1).

7. Un dopage de 10^{-7} par atome de silicium permet de multiplier la conductivité par un facteur de 10^5 . (1)