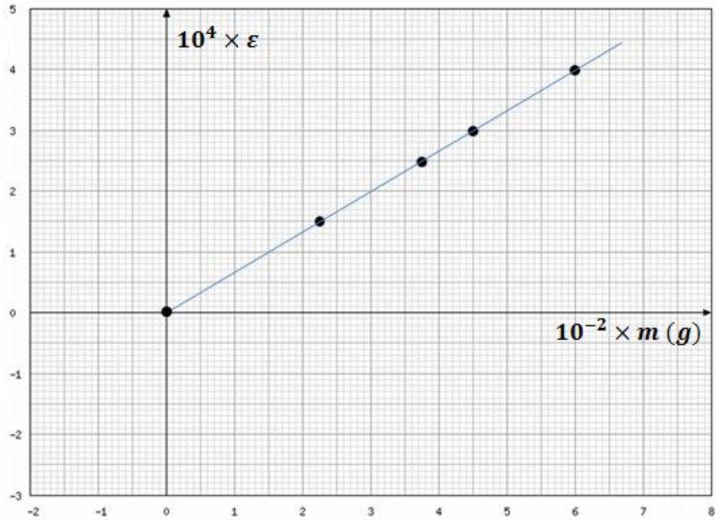
Module 30 - Physique des Matériaux I

Série 6 : Constantes d'élasticité et ondes élastiques - Correction du devoir 6

Exercice 3 : Détermination du module d'Young du cuivre par la méthode de traction

1. La figure ci-dessous, donne la courbe $\varepsilon = f(m)$.



La courbe est une droite passant par l'origine. La masse m et la déformation ε sont proportionnels. Le fil s'allonge sous l'influence des forces appliquées par la masse. Il reprend sa forme initiale après que les forces cessent d'agir. C'est le domaine d'élasticité.

2. Le module de Young E est lié à la contrainte s et la déformation e par la relation:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{mg}{\pi r^2}$$

En remplaçant l'expression de σ dans la première formule on obtient:

$$E = \frac{mg}{\pi \varepsilon r^2}$$

3. On appelle p le coefficient directeur de la droite $\varepsilon = f(m)$. On déduit que

$$E = \frac{g}{\pi p r^2} = \frac{g}{\pi r^2} \times \frac{1}{p}$$

D'après la courbe on a:

$$\frac{1}{p} = 1500 \text{ kg}^{-1}$$

On déduit:

$$E = 1{,}2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

4. On calcule l'écart relatif:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{|E_{mesuré} - E_{référence}|}{E_{référence}}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{|1{,}17098 - 1{,}28|}{1{,}28} \times 100 = 8,\ 5\%$$

5. L'écart relatif est supérieur à 5%, comme indiqué dans le cours la détermination du module d'Young par la méthode de traction est peu précise. En général il faut avoir recours aux techniques d'analyses non destructive (TAND) comme la propagation des ondes ultrasonores.

Module 30 - Physique des Matériaux I

Série 7 : Phonons et vibrations des réseaux - Correction du devoir 7

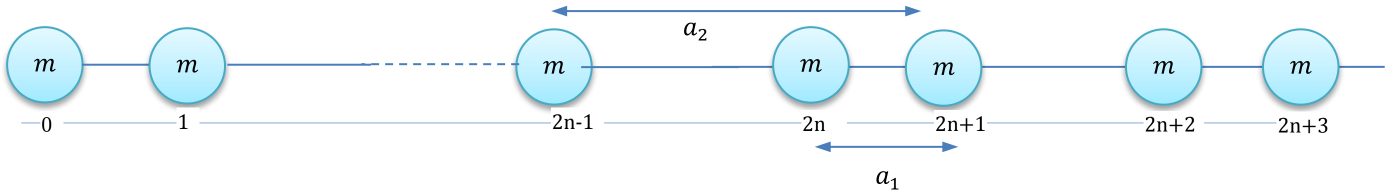
Exercice3 : Vibration d'une chaîne linéaire diatomique

1. Les équations de mouvement s'écrivent

$$m\frac{d^2u_{2n}}{dt^2} = C_1(u_{2n+1} - u_{2n}) - C_2(u_{2n} - u_{2n-1})$$

$$m\frac{d^2u_{2n+1}}{dt^2} = -C_1(u_{2n+1} - u_{2n}) + C_2(u_{2n+2} - u_{2n+1})$$

2. Les positions instantanées x_i sont reliées aux écarts par rapport aux positions d'équilibres u_i par les relations (Schéma) :



$$x_{2n-1} = (n-1)a_2 + a_1 + u_{2n-1}\,;\ x_{2n} = na_2 + u_{2n}\,;\ x_{2n+1} = na_2 + a_1 + u_{2n+1}\,;$$
$$x_{2n+2} = (n+1)a_2 + u_{2n+2}$$

En tenant compte de l'approximation du texte, on obtient:

$$x_{2n-1} \approx (n-1)a_2 + a_1\,;\ x_{2n} \approx na_2\,;\ x_{2n+1} \approx na_2 + a_1\,;\ x_{2n+2} \approx (n+1)a_2$$

En introduisant dans les équations du mouvement les solutions en forme sinusoïdales qui sont proposées on obtient un système homogène. Ce système n'admet de solutions non nulles que si le déterminant est nul (Calcul détaillé en cours). Ce qui donne l'équation bicarré :

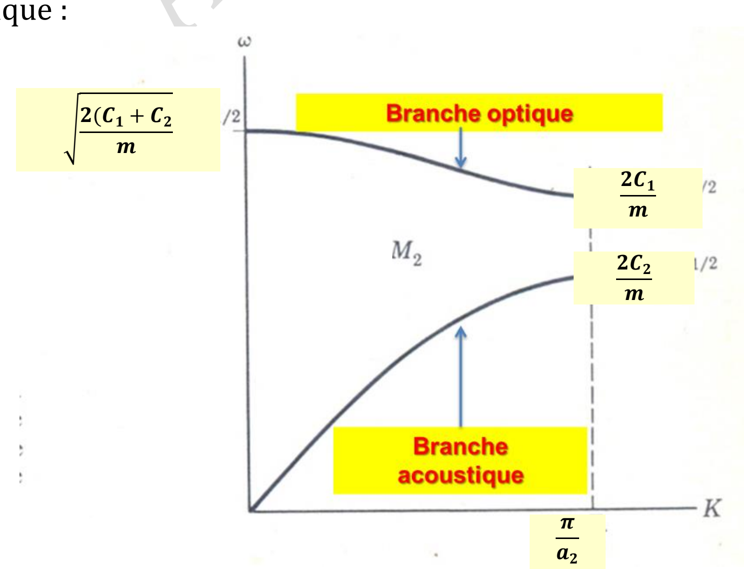
$$\omega^4 - \frac{2(C_1 + C_2)}{m}\omega^2 + 2\frac{C_1C_2}{m^2}(1 - \cos(ka_2)) = 0$$

Sa résolution donne la relation de dispersion :

$$\omega^2 = \frac{C_1 + C_2}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{C_1 + C_2}{m}\right)^2 - \frac{4C_1C_2}{m^2}\sin^2\left(\frac{ka_2}{2}\right)}$$

Le signe $(-)$ correspond à la branche acoustique. Le signe $(+)$ correspond à la branche optique.

3. Représentation graphique :



4. Calcul des amplitudes pour $k = 0$

Branche	ω^2	A/B
Acoustique	0	1
Optique	$2(C_1 + C_2)/m$	-1

Module 30 - Physique des Matériaux I

Série 8 : Théorie de Drude pour les métaux - Correction du devoir 8

Exercice 3 : Caractéristiques d'une sonde de température en platine

1. La conductivité du platine est donnée par :

$$\sigma = n \times e \times \mu = \frac{v \times d \times \rho_{eau} \times N_A}{M_{Pt}} \times e \times \mu = \frac{v \times d \times \rho_{eau} \times N_A \times e \times \mu}{M_{Pt}}$$

$$\sigma = \frac{1 \times 21{,}45 \times 10^3 \times 6{,}022 \times 10^{23} \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 8{,}53 \times 10^{-4}}{195{,}084 \times 10^{-3}} = 9{,}03682 \times 10^6 \ \mathrm{S.m^{-1}} = \mathbf{9{,}04 \times 10^6} \ \mathrm{S.m^{-1}}$$

2. Calcul du temps de relaxation :

$$\tau = \frac{m}{e}\mu = \frac{9{,}11 \times 10^{-31} \times 8{,}53 \times 10^{-4}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = \mathbf{4{,}86 \times 10^{-15}} \ \mathrm{s}$$

3. Selon l'hypothèse de Drude, au cours de leur mouvement dans le métal les électrons subissent des collisions avec les porteurs de charge positive. Le <u>temps moyen</u> entre <u>les collisions successives</u> d'un électron est noté τ et appelé <u>temps de vol moyen</u> ou <u>temps de relaxation</u>.

4. La loi de Wiedemann-Franz s'écrit:

$$\mathcal{K} = \sigma L T$$

$$\mathcal{K}_{Pt} = 9{,}03682 \times 10^6 \times 1{,}12 \times 10^{-8} \times (27{,}0 + 273) = 30{,}3637 \ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}} = \mathbf{30{,}4} \ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$$

On calcule l'écart relatif entre les deux valeurs :

$$\frac{\Delta\mathcal{K}}{\mathcal{K}} = \frac{71{,}6 - 30{,}3637}{71{,}6} = \mathbf{58\%}$$

L'écart entre les deux valeurs montre la limite du modèle de Drude dans la description des propriétés de transport dans les métaux de transition. Il permet de retrouver la loi de Wiedemann-Franz découverte expérimentalement cependant il ne permet pas d'expliquer le comportement de la chaleur spécifique**.** Par conséquent la valeur de la conductivité thermique calculée à partir du modèle de Drude est inférieure à la valeur expérimentale.

5. Calcul de l'épaisseur de la couche :

$$\sigma(t) = \frac{1}{\rho(t)} = \frac{L}{R(t) \times S} = \frac{L}{R(t) \times \ell \times e} = \frac{L}{R_0(1 + \alpha t) \times \ell \times e}$$

$$e = \frac{L}{R_0(1 + \alpha t) \times \ell \times \sigma(t)}$$

$$e = \frac{1{,}00 \times 10^{-2}}{100 \times (1 + 0{,}0040 \times 27{,}0) \times 1{,}00 \times 10^{-3} \times 9{,}03682 \times 10^6} = 9{,}98722 \times 10^{-9} \ \mathrm{m} = \mathbf{10\ nm}$$

6. Lorsque la température du métal augmente, **l'agitation thermique** des atomes du cristal **augmente**, ainsi que **les vibrations du réseau**, ceci a pour conséquence **l'augmentation du nombre de phonons** et donc **l'augmentation des collisions électrons-phonons**. Il en résulte une **diminution de la mobilité** des électrons de conduction et par conséquent une **augmentation de la résistivité**. D'après la **relation (2)** la **résistance augmente avec la température**.

7. Longueur du fil :

$$L' = 0{,}25 \times \sigma(t) \times R(t) \times \pi \times D^2$$

$$L' = 0{,}25 \times 9{,}03682 \times 10^6 \times 100 \times (1 + 0{,}0040 \times 27{,}0) \times \pi \times 1{,}00 \times 10^{-6} = 786{,}403 \ \mathrm{m} = \mathbf{7{,}9 \times 10^2\ m}$$

8. La masse est donnée par :

$$m_{cm} = d_{pt} \times \rho_{eau} \times L \times \ell \times e = 2{,}14226 \times 10^{-9}\ kg = \mathbf{2{,}1 \times 10^{-6}\ g = 2{,}1\ \mu g}$$

$$m_{fil} = d_{pt} \times \rho_{eau} \times L' \times 0{,}25 \times \pi \times D^2 = 13{,}2484\ kg = \mathbf{1{,}3 \times 10^1}\ \boldsymbol{kg}$$

9. miniature : la masse et les dimensions de la couche de platine font d'elle un dispositif de **faible taille** et **masse**. En tenant compte du prix de revient de 1 g de platine le prix de la sonde en couche mince est pratiquement nul devant celui du fil.

10. L'épaisseur de la couche est de quelque nanomètre, elle **confinée suivant une direction** c'est donc un système de **basse dimensionnalité** (2D).

Module 30 - Physique des Matériaux I

Série 9 : Matériaux semi-conducteurs - Correction du devoir 9

Exercice 3 : Conductivité d'un cristal de silicium

1.a

$$n_i = \sqrt{2{,}82 \times 10^{25} \times 1{,}83 \times 10^{25}} \times exp\left(-\frac{1{,}14 \times 1{,}60\ 10^{-19}}{2 \times 1{,}38062 \times 10^{-23} \times 300}\right) = 6{,}22 \times 10^{15}\ \mathrm{m^{-3}}$$

1.b Dans un semiconducteur la conductivité est due à la fois aux électrons et aux trous :

$$\sigma = \mathrm{e}(\mathrm{p}.\mu_\mathrm{p} + \mathrm{n}.\mu_\mathrm{n})$$

$$n = p = n_i$$

$$\sigma = \mathrm{e}n_i(\mu_\mathrm{p} + \mu_\mathrm{n})$$

$$\sigma_1 = 1{,}7 \times 10^{-4}\ \mathrm{S.m^{-1}}$$

2.a. La concentration en atomes dans le cristal de silicium est donnée par la formule :

$$n_{Si} = \frac{N}{V} = \frac{d \times \rho_{eau} \times N_A}{M_{Si}}$$

$$\frac{N(donneurs)}{N(silicium)} = 10^{-7}$$

On en déduit que :

$$n = 10^{-7} \times n_{Si} = \frac{10^{-7} \times d \times \rho_{eau} \times N_A}{M_{Si}}$$

$$n = 4{,}99 \times 10^{21}\ \mathrm{m^{-3}}$$

b.

$$\frac{n}{n_i} = \frac{4{,}99\ 10^{21}}{6{,}22\ 10^{15}} = 8{,}02 \times 10^5$$

c.

$$p = \frac{n_i^2}{n} = 7{,}75 \times 10^9\ \mathrm{m^{-3}}$$

d.

$$\sigma = \mathrm{e}(\mathrm{p}.\mu_\mathrm{p} + \mathrm{n}.\mu_\mathrm{n})$$

$$p \ll n$$

$$\sigma = \mathrm{e.n.}\mu_\mathrm{n}$$

$$\sigma_2 = 1{,}60\ 10^{-19} \times 4{,}99\ 10^{21} \times 0{,}12 = 96\ \mathrm{S.m^{-1}}$$

e.

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 5{,}6 \times 10^5$$

Un dopage de 10^{-7} par atome de silicium permet de multiplier la conductivité par un facteur de 10^6.

Exercice 4 : Effet Hall dans les semi-conducteurs

- $U_H = -30$ mV $\qquad \mathcal{B} = 0{,}1$ T $\qquad I = 75$ mA.

1. U_H est négative les porteurs de charge dans le cristal sont des électrons.

2. La démonstration est faite dans la série 8 (effet hall dans les métaux) :

$$U_H = -\frac{1}{ne}\frac{\mathcal{B}\,I}{b}$$

3. Calcul de n :

$$n = -\frac{\mathcal{B}\,I}{eU_H b} = 5{,}2 \times 10^{20}\ \mathrm{m^{-3}}$$

4. La mobilité des porteurs de charge est obtenue à partir de la relation :

$$\sigma = e(p.\mu_p + n.\mu_n)$$

On peut négliger la concentration en trous ce qui donne :

$$\mu_n = \frac{\sigma}{en}$$

Si on appelle ρ la résistivité du semi-conducteur :

$$\mu_n = \frac{1}{\rho en}$$

$$\mu_n = 0{,}31\ \mathrm{m^2.V^{-1}.s^{-1}}$$