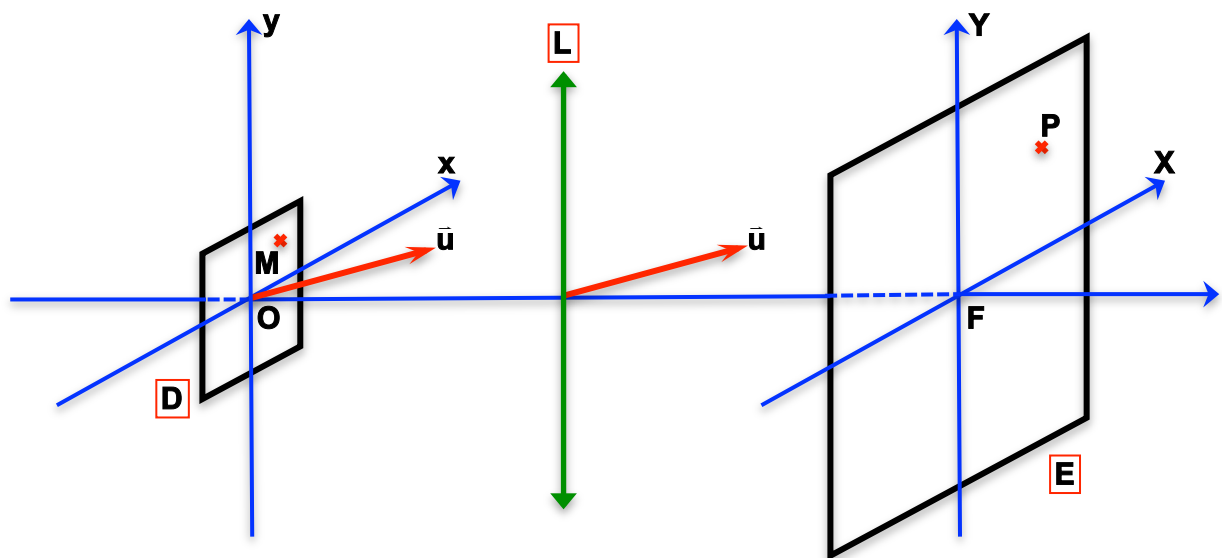


Contrôle continu d'Optique Physique

- On respectera les notations données dans l'énoncé et sur les figures.
- Le plus grand soin devra être apporté à la présentation, elle sera notée sur **1 point**.
- Seule la **calculatrice personnelle** est autorisée.
- Sur la copie d'examen, lire attentivement la note d'information « IMPORTANT :... ».

Soit le système optique représenté sur la figure. Un écran opaque **D** percé d'une ouverture rectangulaire de fonction de transfert en amplitude $T = 1$, de centre **O** et de côtés **a** suivant **Ox** et **b** suivant **Oy**, est éclairé par une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ , située à l'infini. On suppose que l'onde plane incidente se propage perpendiculairement au plan **D**.

On étudie la lumière diffractée sur un écran **E** placé dans le plan focal image d'une lentille convergente **L** (de distance focale f) située derrière **D**. On repère un point **M** de l'ouverture par ses coordonnées **x** et **y** et un point **P** de l'écran **E** par ses coordonnées **X** et **Y**; les axes **Ox** et **FX** d'une part, **Oy** et **FY** d'autre part, sont parallèles.



1. Donner, en fonction de l'amplitude A_0 de l'onde incidente supposée constante, l'expression de l'amplitude complexe, au point P de l'onde diffractée par un élément de surface dS entourant le point M dans la direction du vecteur unitaire $\bar{u}$ de cosinus directeurs α et β selon Ox et Oy respectivement. On considère la phase de l'onde issue de O comme origine des phases.
2. En déduire l'amplitude complexe de l'onde diffractée par l'ouverture suivant $\bar{u}$ ainsi que l'expression de l'intensité lumineuse dans l'écran.
3. On étudiera le cas d'une fente fine (a très grand).
 - a. Que devient l'expression de l'intensité I ?
 - b. Quelle est sa valeur au point F ?
 - c. Donner les positions Y pour lesquelles l'intensité s'annule.
 - d. Donner les positions Y des pics secondaires.
 - e. Tracer la variation de l'intensité $I = f(Y)$.
 - f. Application numérique :
 - pour $f = 1 \text{ m}$, à quelle distance de F a-t-on le premier minimum nul sur l'écran ? On prend $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ et $b = 0,6 \text{ mm}$.
 - A quelle distance de F a-t-on le premier pic secondaire sur l'écran ?
 - Calculer la largeur ΔY du pic central.
 - g. Si on utilise une source violette ($\lambda = 0,4 \mu\text{m}$), comment la figure est-elle modifiée ?
4. On admet que dans le plan focal de la lentille L , l'intensité lumineuse peut être considérée comme constante si $\frac{I}{I_0} = \text{sinc}^2(V) > 0,97$.
 - a. En supposant V petit, exprimer la valeur maximale de Y en fonction de f , λ et b pour que l'intensité lumineuse puisse être considérée comme constante. On donne $\sin(V) \approx V - \frac{V^3}{6}$.
 - b. Calculer Y et conclure.

Corrigé

1. L'amplitude complexe $A(P)$ de l'onde diffractée en un point P , (dans l'approximation de Fraunhofer) par une pupille éclairée en incidence normale est donnée par la relation classique établie à partir du principe de Huygens-Fresnel :

$$\Rightarrow A(P) = K \iint_S T \cdot A_o \cdot e^{ik(\alpha x + \beta y)} dS$$

2

- T la transparence de la pupille.
- A_o l'amplitude incidente (TA_o l'amplitude émergente de la pupille).
- α et β les cosinus directeurs du vecteur unitaire $\vec{u}$ selon OX et OY .
- dS l'élément de surface entourant le point M .

2. Pour une fente rectangulaire :

$$A(P) = KA_o \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik\alpha x} dx \int_{-b/2}^{b/2} e^{ik\beta y} dy$$

$$A(P) = KA_o ab \cdot \text{sinc} \left[k\alpha \frac{a}{2} \right] \cdot \text{sinc} \left[k\beta \frac{b}{2} \right]$$

$$A(P) = KA_o ab \cdot \text{sinc} \left[\frac{\pi}{\lambda} \alpha a \right] \cdot \text{sinc} \left[\frac{\pi}{\lambda} \beta b \right]$$

3

Pour l'intensité $I = AA^*$

$$I(P) = I_o \cdot \text{sinc}^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \alpha a \right] \cdot \text{sinc}^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \beta b \right]$$

1

avec : $I_o = (KA_o ab)^2$

3. La largeur a est très grande $\Rightarrow$ pas de diffraction suivant OX .

a.
$$I(P) = I_o \cdot \text{sinc}^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \beta b \right] = I_o \cdot \text{sinc}^2 \left[\frac{\pi a Y}{\lambda f} \right] = I_o \cdot \text{sinc}^2(U)$$

1

avec : $\beta = \frac{Y}{f}$

b. Au foyer image F de la lentille ($Y = 0$) : $I(F) = I_o$

1

c. L'intensité nulle $\sin(U) = 0 \Rightarrow U = m\pi \Rightarrow \frac{\pi a Y_m}{\lambda f} = m\pi \Rightarrow Y_m = m \frac{\lambda f}{a}$

1

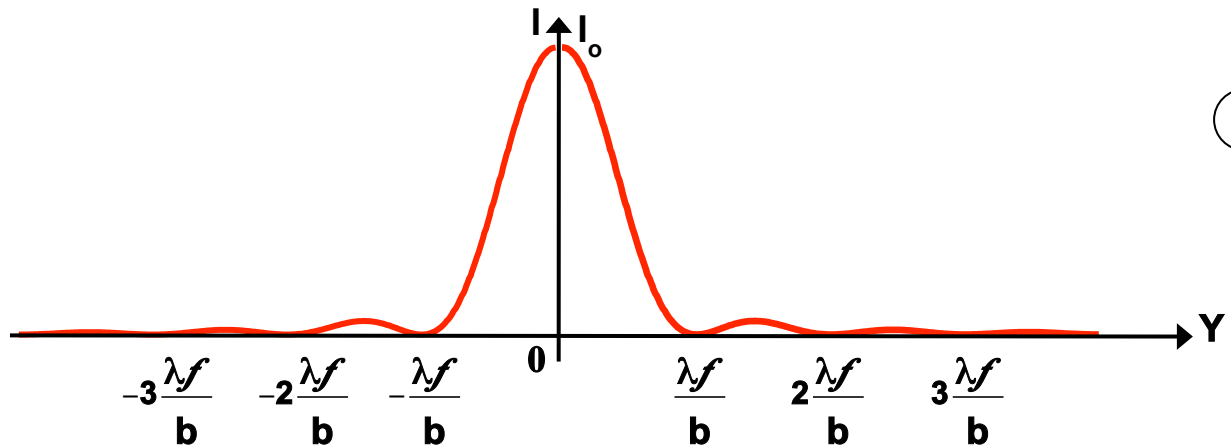
d. Les extremums sont obtenus pour :

$$\frac{\pi a Y_m}{\lambda f} = (2m+1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow Y_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda f}{a}$$

1

avec $m \neq 0$.

e. Représentation graphique de $I(Y)$:



3

f.

- Le premier minimum est obtenu à :

$$Y_1 = \frac{\lambda f}{b} \Rightarrow Y_1 = \frac{\lambda f}{b} = \frac{0,6 \times 10^{-3} \times 1000}{0,6} = 1 \text{ mm}$$

1

- Le **premier** pic secondaire est à :

$$Y = \frac{3}{2} \frac{\lambda f}{b} \Rightarrow Y_1 = 1,5 \text{ mm}$$

1

- La **largeur** du pic central est :

$$\Delta Y = 2 \frac{\lambda f}{b} \Rightarrow \Delta Y = 2 \text{ mm}$$

1

g. En **diminuant** la longueur d'onde on rétrécit la figure de diffraction.

1

4. L'intensité relative : $\frac{I(P)}{I_0} = \text{sinc}^2 \left[\frac{\pi a Y}{\lambda f} \right] = \text{sinc}^2(V)$

a. Puisque Y est petit, donc V est petit et on peut faire le développement limité de I/I_0 :

$$\sin(V) \approx V - \frac{V^3}{6} \Rightarrow \text{sinc}(V) \approx 1 - \frac{V^2}{6} \Rightarrow \text{sinc}^2(V) \approx 1 - \frac{V^2}{3}$$

On a négligé le terme en V^4 .

$$\frac{I(P)}{I_0} > 0,97 \Rightarrow \text{sinc}^2(V) \approx 1 - \frac{V^2}{3} > 0,97 \Rightarrow V^2 < 0,09 \Rightarrow \left[\frac{\pi a Y}{\lambda f} \right]^2 < 0,09$$

1

$$\Rightarrow Y^2 < 0,09 \left[\frac{\lambda f}{\pi b} \right]^2 \Rightarrow Y_{\max} = 0,3 \left[\frac{\lambda f}{\pi b} \right]$$

b. A.N. $Y_{\max} = 9,55 \times 10^{-5} \text{ m} = 95,5 \text{ } \mu\text{m}$

1

Pour considérer que l'intensité de diffraction est constante, on doit travailler extrêmement près du point focale image **F** de la lentille **L**.

2