

Optique Ondulatoire



H. EL RHALEB

Université Mohammed V, Rabat, Agdal

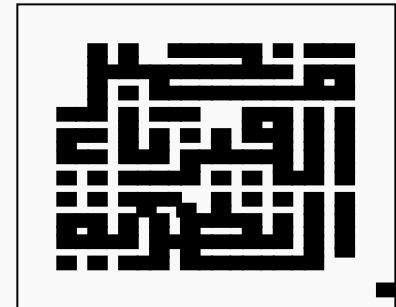
Faculté des Sciences,

Département de Physique,

Laboratoire de Physique Théorique

Equipe Photonique

elrhaleb@fsr.ac.ma



FILIÈRE SMP, ANNÉE 2013-2014

A l'origine, l'*optique* est la science qui étudie les propriétés de la lumière et les lois de la vision.

Aujourd'hui, l'optique est la discipline scientifique et technique qui étudie la *production*, la *transmission* et la *détection* de la lumière.

Le domaine spectral couvert par l'optique est très étendu, couvrant des rayonnements X aux ondes millimétriques ce qui lui permet d'intervenir dans de nombreux domaines :

- ✓ **l'industrie (télécommunication, métrologie,...),**
- ✓ **la médecine (chirurgie, imagerie,...),**
- ✓ **l'environnement,**
- ✓ **l'astronomie, en aéronautique,**
- ✓ **et dans la recherche.**

Lumière et vision

Polarisation

Intensité

Couleur

**Propriétés
quantiques**

**Propagation
de la lumière**

Diffusion

Photométrie

Vision

Laser

Holographie

Optique de Fourier

Réfraction

Réflexion

Lois de Snell-
Descartes

Lentilles

Miroir

Diffraction

Interférences

Indice de
réfraction

Prisme

Fibre optique

Fraunhofer

Couches
minces

Instruments
optique

Fresnel

Réseau

Michelson

Fabry-Perot

Plan du cours

Chapitre I – Aspect ondulatoire de la lumière

Chapitre II – Polarisation

Chapitre III – Diffraction

Chapitre IV – Interférences lumineuses

Chapitre V – Réseaux

Chapitre I

Aspect ondulatoire de la lumière

L'*optique géométrique* est une restriction de l'optique ondulatoire : en optique géométrique, on ne se préoccupe que de la direction locale $\vec{u}(M)$ de la propagation de l'onde et de la célérité locale $c(M)$.

Le but de ce chapitre est d'assurer la transition vers l'*optique ondulatoire* où on s'intéresse à la *phase* de la grandeur physique qui se propage et à l'*énergie* transportée par l'onde.

I – Généralités sur la vibration lumineuse

Les *ondes lumineuses* sont des ondes électromagnétiques, décrites par deux champs vectoriels, électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ qui vérifient l'équation d'onde suivante dans un milieu transparent, homogène et isotrope :

$$\Delta U - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec} \quad U = E \text{ ou } B$$

v est la vitesse de propagation (dépend de la nature du milieu).

L'analyse de *Fourier* permet de considérer l'onde $U(M,t)$ émise par une source ponctuelle, comme une somme de fonctions sinusoïdales du temps de pulsation ω .

I – Généralités sur la vibration lumineuse

On peut donc décomposer $U(M,t)$ en ondes monochromatiques c.à.d de la forme :

$$U(M,t) = A(M) \cos \left[\omega \left(t - \tau_M \right) - \varphi_S \right]$$

- ✓ $A(M)$ est fonction de M (l'amplitude de l'onde) ;
- ✓ ω est la pulsation. Elle est reliée à la période T et à la fréquence ν de la radiation par les relations :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

- ✓ τ_M est le temps mis par la lumière pour se propager d'un point source S à un point d'observation M .
- ✓ $\omega\tau_M + \varphi_S$ est la phase au point M .

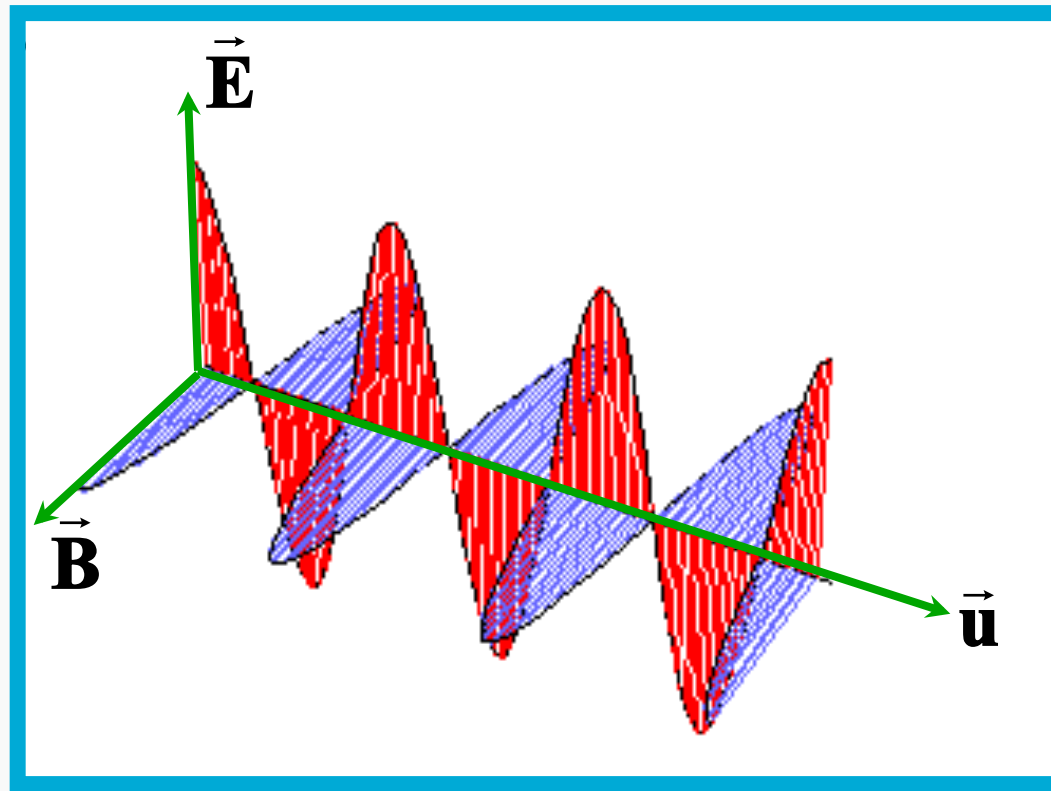
I – Généralités sur la vibration lumineuse

En reportant ces fonctions dans les équations de *Maxwell* on obtient les résultats suivants :

- ✓ Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont dans la plan d'onde perpendiculaire à la direction de propagation;
- ✓ Le vecteur de *Poynting* est perpendiculaire au plan d'onde $\Rightarrow$ la direction de propagation de l'onde est aussi la direction de propagation de l'énergie. $\vec{P} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu}$
- ✓ Les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont, à chaque instant, perpendiculaires l'un à l'autre en chaque point. $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = v$
- ✓ Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ forment un trièdre : $\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{v}$

I – Généralités sur la vibration lumineuse

Pour une onde polarisée rectilignement, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux entre eux et dans un plan fixe.



II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

II.1 - Le chemin optique

Soit ℓ l'abscisse curviligne le long du rayon lumineux allant de S à M. Le retard τ_M s'exprime alors :

$$\tau_M = \int_0^{\tau_M} dt = \int_S^M \frac{dt}{d\ell} d\ell = \int_S^M \frac{1}{v(P)} d\ell = \frac{1}{c} \int_S^M n(P) d\ell$$

On appelle *chemin optique* le long du trajet SM l'expression :

$$L_{SM} = \int_{SM} n(P) d\ell = c \tau_M$$

Le chemin optique est donc une mesure en unité de longueur du temps mis par la lumière pour se propager de S en M.

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

L'expression de l'onde lumineuse devient :

$$U(M,t)=A(M)\cos \left[\omega \left(t - \frac{L_{SM}}{c} \right) - \varphi_S \right]$$

Soit en introduisant la longueur d'onde dans le vide λ_o :

$$U(M,t)=A(M)\cos \left(\omega t - \varphi_S - 2\pi \frac{L_{SM}}{\lambda_o} \right)$$

Pour alléger l'écriture, on utilise le retard de phase φ_M :

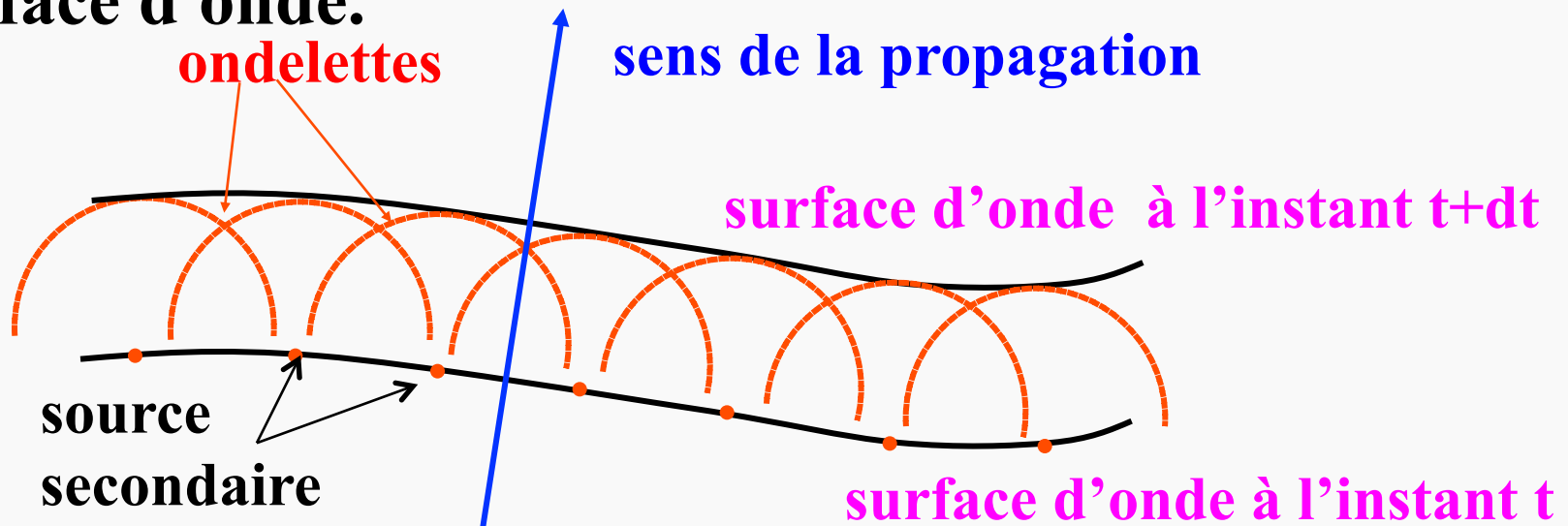
$$U(M,t)=A(M)\cos \left(\omega t - \varphi_M \right)$$

$$\text{où } \varphi_M = \varphi_S + 2\pi \frac{L_{SM}}{\lambda_o}$$

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

II.2 – Principe de Huyghens

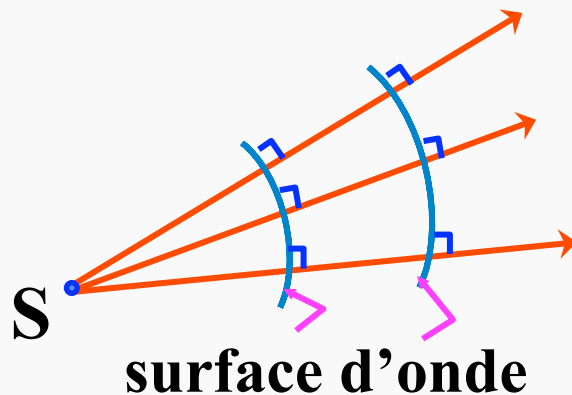
" Les points d'égale perturbation lumineuse forment un ensemble appelé *surface d'onde*. Chacun de ces points se comporte comme une source secondaire qui émet des *ondelettes* sphériques si le milieu est isotrope. L'enveloppe de ces ondelettes forme une nouvelle surface d'onde."



II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

II.3 - Théorème de Malus

Définition : Dans un milieu isotrope, les rayons lumineux sont localement perpendiculaires aux surfaces d'onde.



Le théorème de *Malus* relie directement cette notion caractéristique de l'optique ondulatoire, à la notion de rayon lumineux qui est fondamentale en optique géométrique.

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

II.4 – Notion d'éclairement

Dans le visible, les fréquences sont élevée ($\nu \sim 10^{15}$ Hz), les détecteurs d'ondes lumineuses ne donc sont sensibles qu'à une moyenne temporelle.

Un détecteur linéaire, qui serait sensible à $\langle U(M,t) \rangle$ serait inefficace car cette valeur moyenne est nulle.

Les détecteurs utilisés en optique (photodiodes, photorésistances, photomultiplicateurs, ...) sont sensibles à $\langle U^2(M,t) \rangle$.

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

On appelle intensité en un point M la grandeur :

$$I(M) = 2\langle U^2(M, t) \rangle$$

$$I(M) = \frac{2}{T} \int_0^T A^2(M) \cos^2(\omega t - \varphi_M) dt$$

Sachant que $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

$$I(M) = \frac{A^2(M)}{T} \int_0^T (1 + \cos(2\omega t - 2\varphi_M)) dt$$

En intégrant

$$I(M) = \frac{A^2(M)}{T} \left[t + \frac{\sin(2\omega t - 2\varphi_M)}{2\omega} \right]_0^T = \frac{A^2(M)}{T} (T + 0)$$

d'où

$$I(M) = A^2(M)$$

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

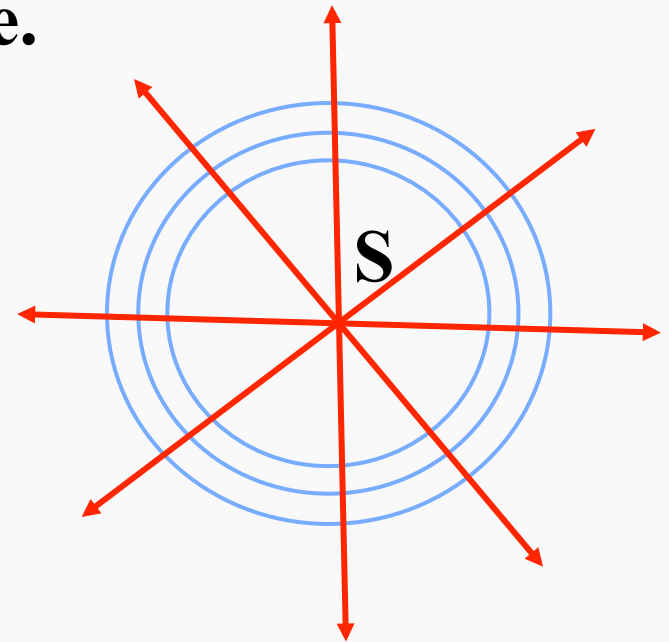
II.5 – Onde sphérique

L'*onde sphérique* est l'onde émise par une source ponctuelle dans un milieu homogène.

D'après l'expression du chemin optique, les surfaces d'ondes ont pour équation : $n\overline{SM} = \text{cte}$

de telle sorte qu'il s'agit d'une sphère de centre S.

La puissance émise par la source S se répartit de manière isotrope dans l'espace. L'intensité I ne dépend que de la distance $r = SM$.



La puissance moyenne totale reçue par une sphère de centre S et de rayon r s'écrit :

$$P = \iint_{(S)} I(r) dS = I(r) \iint_{(S)} dS = 4\pi r^2 I(r)$$

Si le milieu n'est pas absorbant, la puissance P reçue par la sphère de rayon r se trouve un peu plus tard sur une sphère de rayon $r' > r$, de telle sorte que finalement P ne dépend pas de r. Ainsi :

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2} \equiv \frac{1}{r^2} \quad \text{et} \quad A(r) = \sqrt{I(r)} \equiv \frac{1}{r}$$

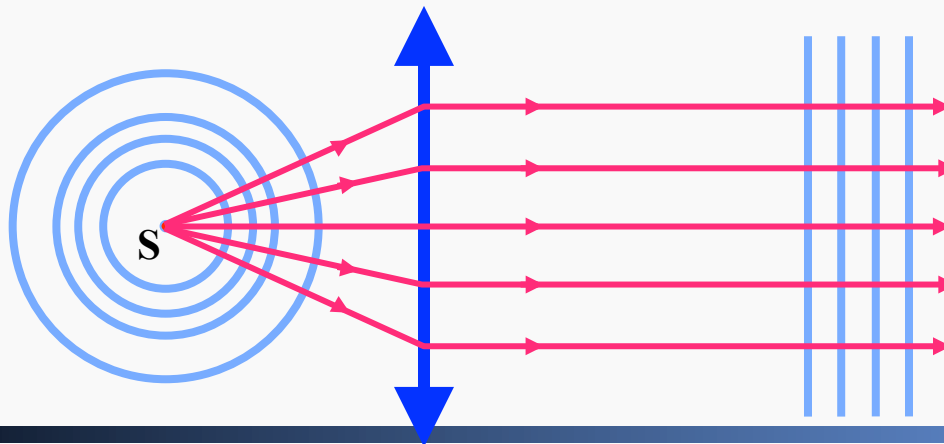
De telle sorte que l'amplitude instantanée d'une onde sphérique s'écrit :

$$U(M,t) = \frac{K}{r} \cos \left(\omega t - \varphi_S - 2\pi \frac{nr}{\lambda_0} \right)$$

II.6 – Onde plane

L'*onde plane* est la limite d'une onde sphérique, lorsque la source est infiniment loin de la zone d'observation. Dans ce cas, localement, la direction de propagation est constante et les surfaces d'ondes sphériques sont assimilables à leurs plans tangents.

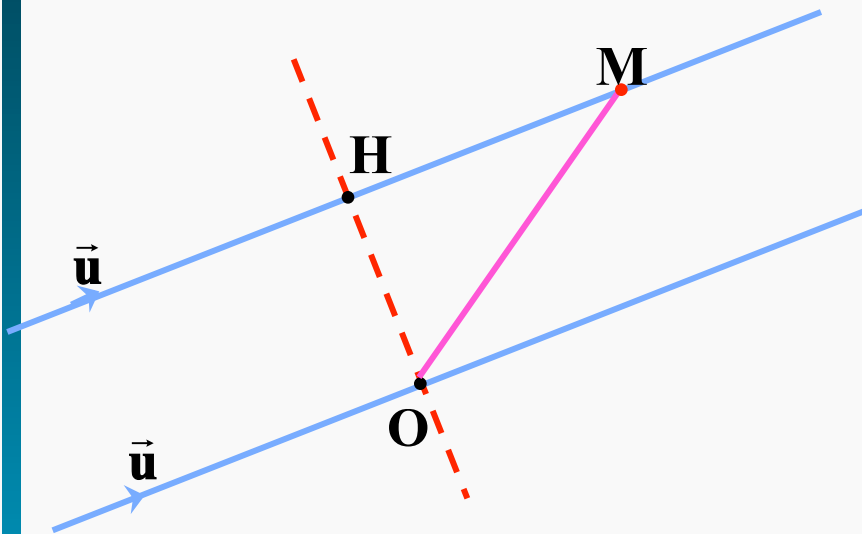
Une lentille mince utilisée en collimateur transforme une onde sphérique émise par S placée dans son plan focal objet en une onde plane, au voisinage de l'axe optique.



Phase d'une onde plane

La source S étant à l'infini, tous les chemins optiques L_{SM} sont infinis. Pour exprimer φ_M , on fait intervenir un point O quelconque et se contente de comparer φ_M et φ_O .

$$\varphi_M - \varphi_O = \frac{2\pi}{\lambda_o} (L_{SM} - L_{SO})$$



$$\begin{aligned} L_{SM} - L_{SO} &= L_{SH} + L_{HM} - L_{SO} \\ &= L_{HM} \\ &= nHM \end{aligned}$$

HM représente la projection du vecteur OM sur le rayon lumineux passant par M.

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

$$\varphi_M = \varphi_o + \frac{2\pi n \vec{u} \cdot \overrightarrow{OM}}{\lambda_o}$$

On définit le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ par :

$$\vec{k} = \frac{2\pi n}{\lambda_o} \vec{u}$$

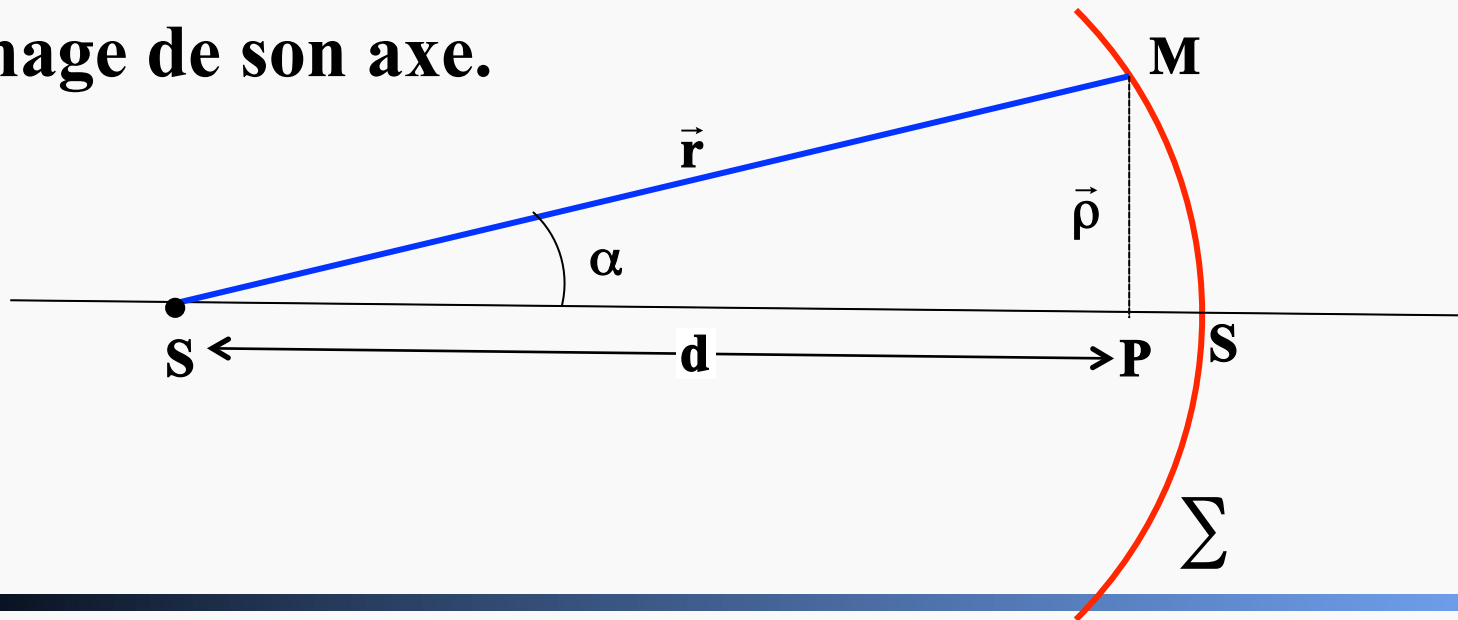
Pour une onde plane on écrit donc :

$$U(M, t) = A \cdot \cos(\omega t - \varphi_o - \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM})$$

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

II.7 - Développement limité de l'onde sphérique

Pour le calcul de la superposition des ondes sphériques émises par les sources secondaires d'*Huygens* considérées sur l'objet diffractant, il est utile au préalable de réaliser un développement limité de l'amplitude complexe d'une onde sphérique au voisinage de son axe.



II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

L'amplitude complexe en M de l'onde sphérique divergente sachant que l'origine des phases est prise en C est :

$$A(M) = \frac{\exp(ikr)}{r}$$

La variation d'amplitude due à la présence de r au dénominateur est négligeable devant la variation de phase de l'exponentielle complexe, puisque $d \gg \lambda$. Au dénominateur, on posera donc $r \approx d$.

$$CM = CP + PS = d + CM[1 - \cos(\alpha)]$$

Pour les points M près de l'axe (α faible) :

$$CM \approx d + d \frac{\alpha^2}{2}$$

En appelant ρ le vecteur de coordonnées du point M, l'amplitude devient :

$$A(M) = \frac{\exp(ikd)}{d} \exp\left(ik \frac{\rho^2}{2d}\right)$$

En général, le terme de propagation $\exp(ikd)$ est de peu d'intérêt. On prend alors l'origine des phases au niveau de l'axe où l'on travaille, c'est-à-dire en P.

Dans ce cas, l'amplitude complexe d'une onde sphérique divergente se réduit à :

$$A(\rho) = \exp\left(ik \frac{\rho^2}{2d}\right)$$

et celle d'une onde sphérique convergente à :

$$A(\rho) = \exp\left(-ik \frac{\rho^2}{2d}\right)$$

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

II.8 - Transparence en amplitude

Considérons un objet plan transparent éclairé par une onde incidente d'amplitude complexe A_i . Appelons A_e l'amplitude complexe de l'onde émergente. Les fonctions A_i et A_e désignent ces amplitudes respectivement juste avant et juste après l'objet.

On appellera transparence en amplitude de l'objet et l'on notera t le rapport :

$$t = \frac{A_e}{A_i}$$

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

Cas d'une lentille

L'effet d'une lentille convergente ou divergente peut se décrire très simplement dans le cadre de ces approximations.

Une lentille convergente transforme une onde plane en une onde convergente. Si l'on prend l'origine des phases au niveau du plan de la lentille, l'amplitude complexe d'une onde incidente plane est :

$$A_i = 1$$

et l'amplitude complexe de l'onde émergente est :

$$A(\rho) = \exp\left(-ik \frac{\rho^2}{2f}\right)$$

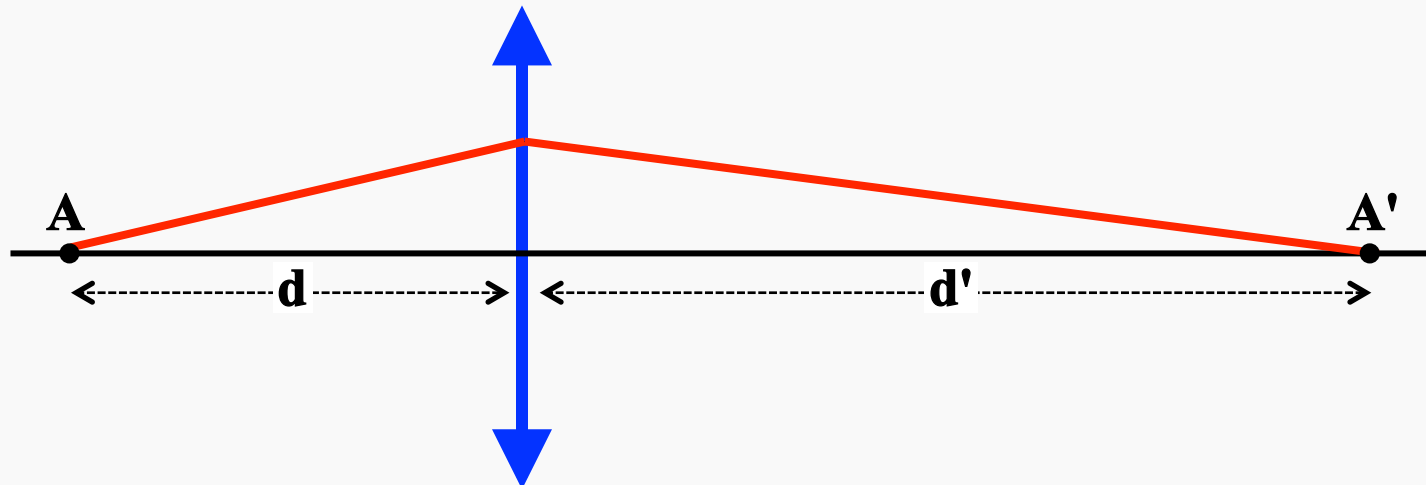
distance focale de la lentille

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

Donc, la transparence en amplitude d'une lentille convergente est :

$$t(\rho) = \exp\left(-ik \frac{\rho^2}{2f}\right)$$

Prenons maintenant une lentille convergente éclairée par une onde sphérique issue d'un point source A situé à une distance d avant la lentille.



II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

L'amplitude complexe de l'onde incidente est, dans le plan de la lentille :

$$A_i(\rho) = \exp\left(\mathrm{i}k \frac{\rho^2}{2d}\right)$$

et celle de l'onde émergente est égale à :

$$A_e(\rho) = \exp\left(-\mathrm{i}k \frac{\rho^2}{2d'}\right)$$

mais elle est aussi égale à :

$$A_e(\rho) = t(\rho)A_i(\rho) = \exp\left(-\mathrm{i}k \frac{\rho^2}{2f}\right) \exp\left(\mathrm{i}k \frac{\rho^2}{2d}\right)$$

II – Modèle scalaire des ondes lumineuses

On en déduit que nécessairement :

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

Relation de conjugaison d'une lentille mince