Chapitre II

Polarisation

H. EL RHALEB
Université Mohammed V, Rabat, Agdal
Faculté des Sciences,
Département de Physique,
Laboratoire de Physique Théorique
Equipe Photonique
elrhaleb@fsr.ac.ma

Filière SMP, année 2014-2015

Ce chapitre aborde le caractère *vectoriel* de la lumière.

Dans les chapitres qui vont suivre, les milieux transparents vont être considérés isotropes. Or, il existe des milieux pour lesquels les propriétés optiques dépendent de la direction.

Pour de tels milieux anisotropes, la description vectorielle devient nécessaire.

I - Le modèle vectoriel

I.1 - Le vecteur lumineux

Le modèle ondulatoire est un modèle vectoriel.

Par exemple les équations de *Maxwell* dans le vide conduisent à des solutions « ondes planes » telles que le trièdre ($\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{k}$) est direct.

Le vecteur lumineux n'est autre que le vecteur ***champ électrique*** de l'onde électromagnétique, c'est le seul auquel soient sensibles les récepteurs usuels (œil, cellule photoélectrique, etc.) est s'écrit donc :

$$\vec{E} = E_o \vec{u} e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$\vec{u}$: vecteur unitaire transversal

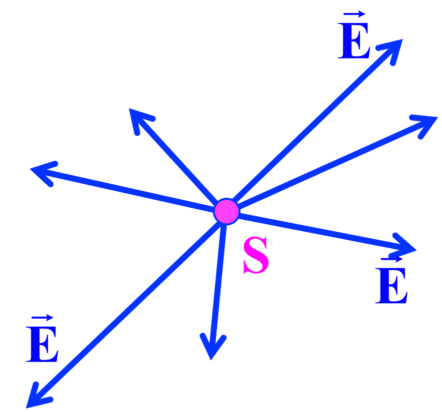
I - Le modèle vectoriel

I.2 - Les différentes polarisations

I.2.1 – La lumière naturelle

Une lumière est dite *naturelle* si dans le plan de vibration, le champ $\vec{E}$ ne présente aucune direction privilégiée. Les composantes du vecteur vibrant $\vec{E}$ n'ont aucune relation de phase.

La configuration du vecteur vibrant à l'instant $t + \Delta t$ est complètement différente de celle de l'instant t.



Ce changement est lié au caractère totalement aléatoire de l'émission lumineuse.

I.2.2 – La lumière polarisée

Une onde est dite polarisée si les composantes du vecteur champ électrique $\vec{E}$, ont une relation de phase.

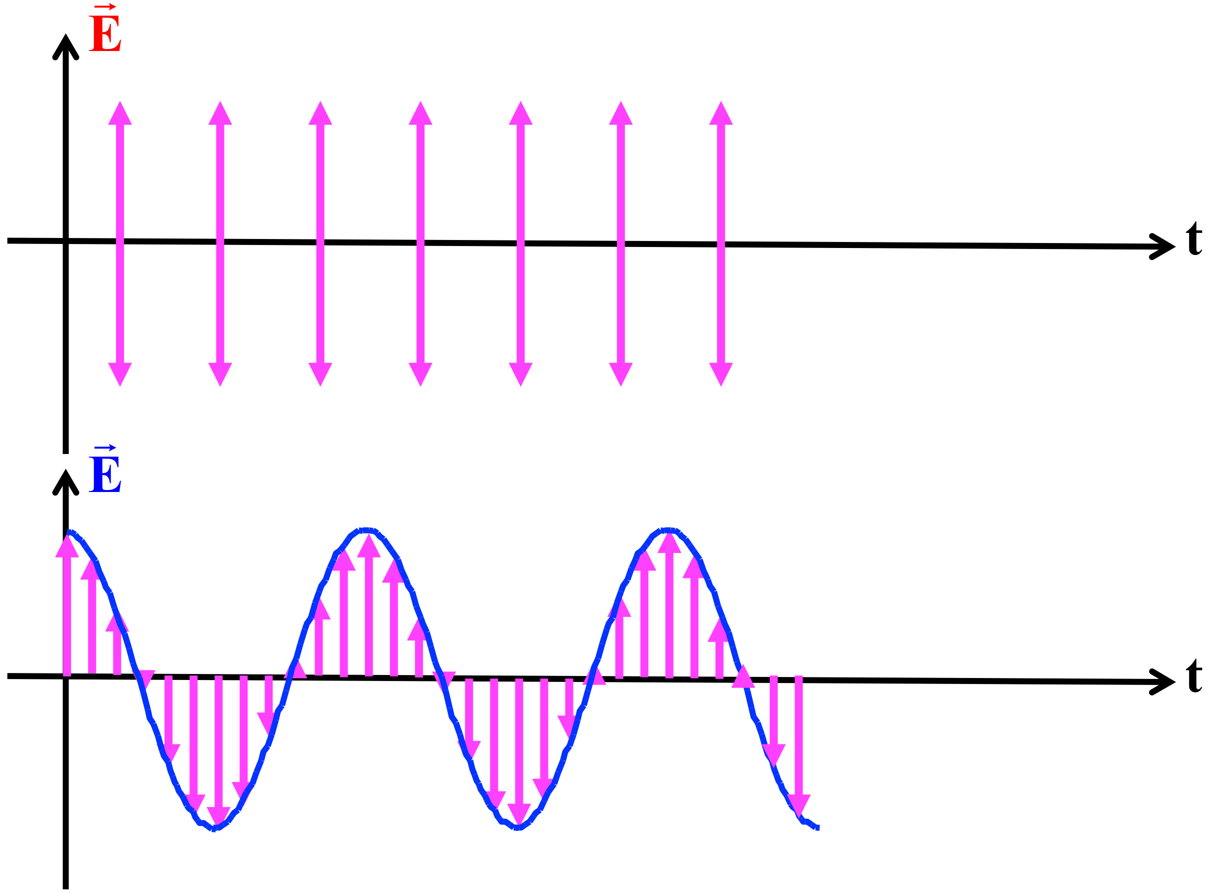
a – Description dans un plan d'onde

Pour décrire le champ, on se place dans le plan xy et on décrit l'évolution du vecteur $\vec{E}$.

$$\begin{cases} E_x = E_{ox}\cos(\omega t - \varphi_1) \\ E_y = E_{oy}\cos(\omega t - \varphi_2) \end{cases}$$

I - Le modèle vectoriel

- Si, $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$, le champ garde une direction fixe, la polarisation est ***rectiligne***.
- Si, $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$, le champ garde encore une direction fixe, la polarisation est ***rectiligne***.



I - Le modèle vectoriel

- Dans le cas général $\varphi_2 - \varphi_1$ n' est pas un multiple de π.

Avec une nouvelle origine, on peut écrire :

$$\begin{cases} E_x = E_{ox}\cos(\omega t) & (1) \\ E_y = E_{yo}\cos(\omega t - \varphi) & (2) \end{cases} \qquad \text{avec} \qquad \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$(2) \Rightarrow \quad \frac{E_y}{E_{oy}} = \cos(\omega t)\cos(\varphi) + \sin(\omega t)\sin(\varphi)$$

$$= \frac{E_x}{E_{ox}}\cos(\varphi) + \sin(\omega t)\sin(\varphi)$$

$$\Rightarrow \quad \sin(\omega t)\sin(\varphi) = \frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}}\cos(\varphi)$$

$$(1) \Rightarrow \quad \cos(\omega t)\sin(\varphi) = \frac{E_x}{E_{ox}}\sin(\varphi)$$

I - Le modèle vectoriel

En éliminant le temps, on obtient l'équation de la courbe cherchée :

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos(\varphi) = \sin^2(\varphi)$$

C'est l'équation d'une *ellipse* : l'extrémité du champ décrit une ellipse. Suivant la valeur de φ, l'ellipse est décrite dans un sens ou dans l'autre.

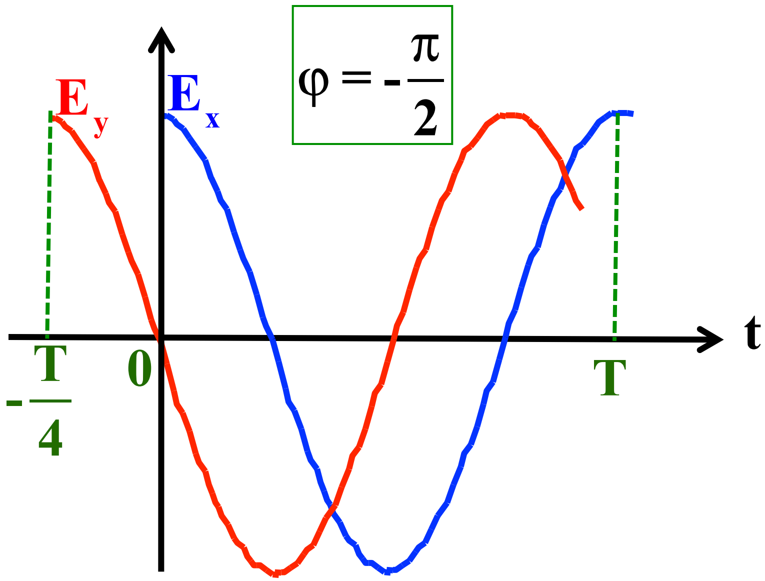
I - Le modèle vectoriel

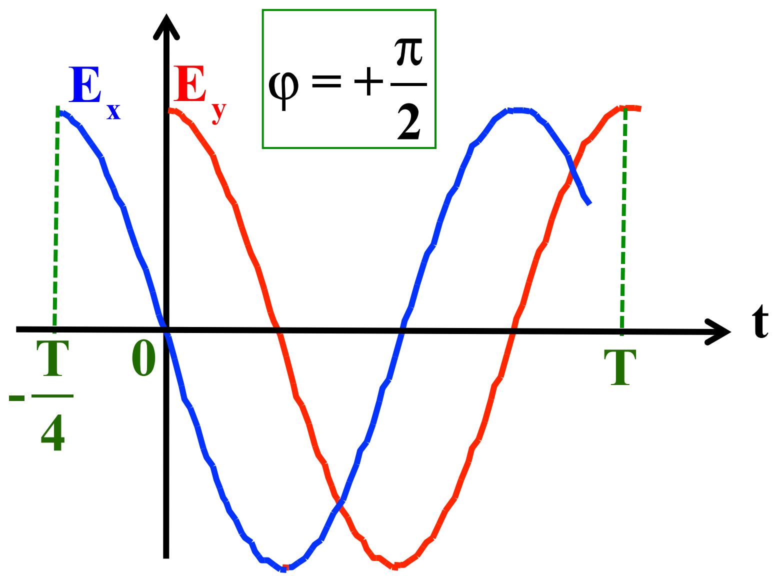
Remarque

Pour obtenir le sens de rotation de l'ellipse, il consiste à remarquer que E_x est maximal pour $t = 0$ et que :

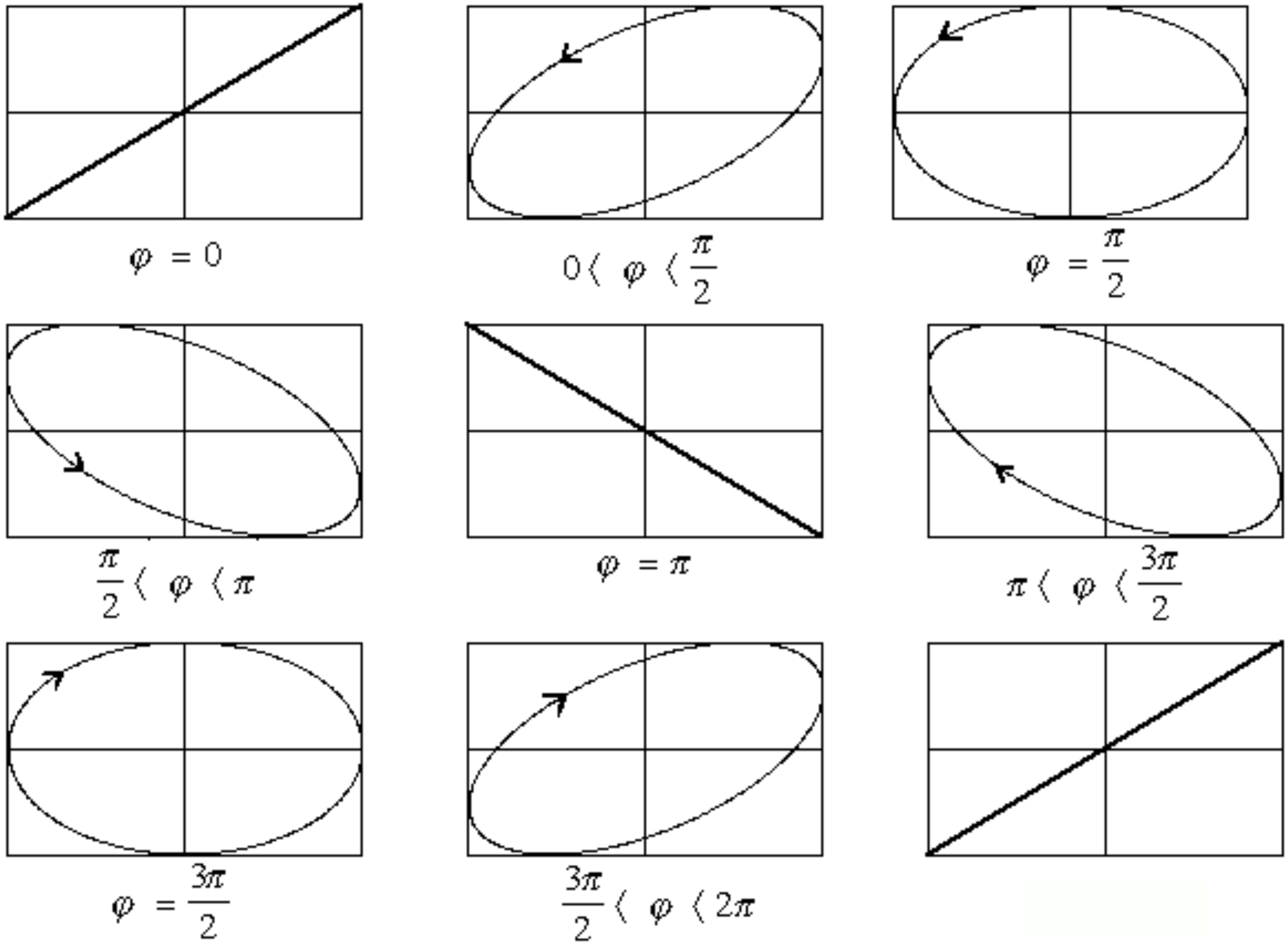
$$\left(\frac{dE_y}{dt}\right)_{t=0} = E_{oy}\omega \sin\varphi$$

le sens de rotation dépend donc du signe de $\sin\varphi$.





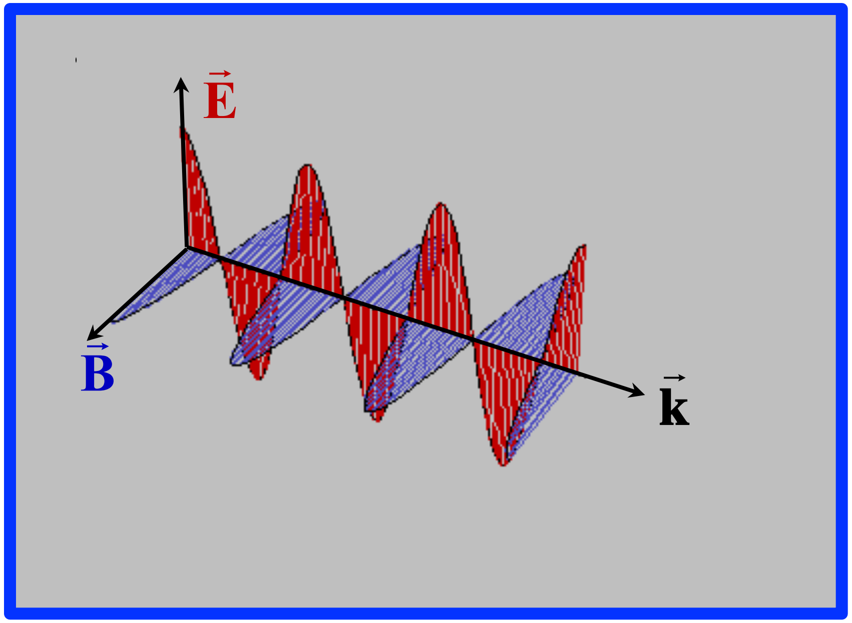
I - Le modèle vectoriel

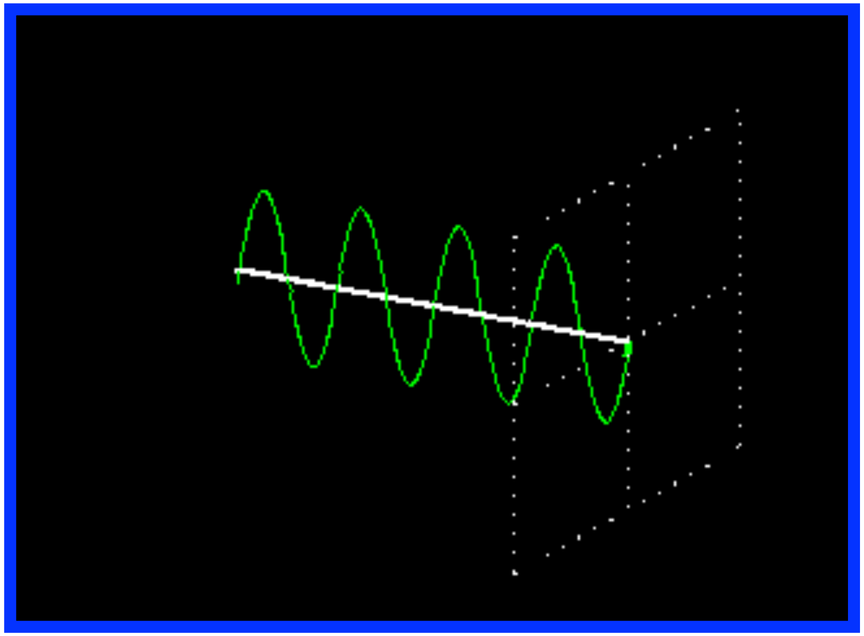


I - Le modèle vectoriel

b – Description à t donné

Autre représentation à un temps t donné d'une onde polarisée rectilignement.





Cette représentation permet de comprendre de façon intuitive la notion de polarisation.

II – Polariseur, Analyseur, lames à retard

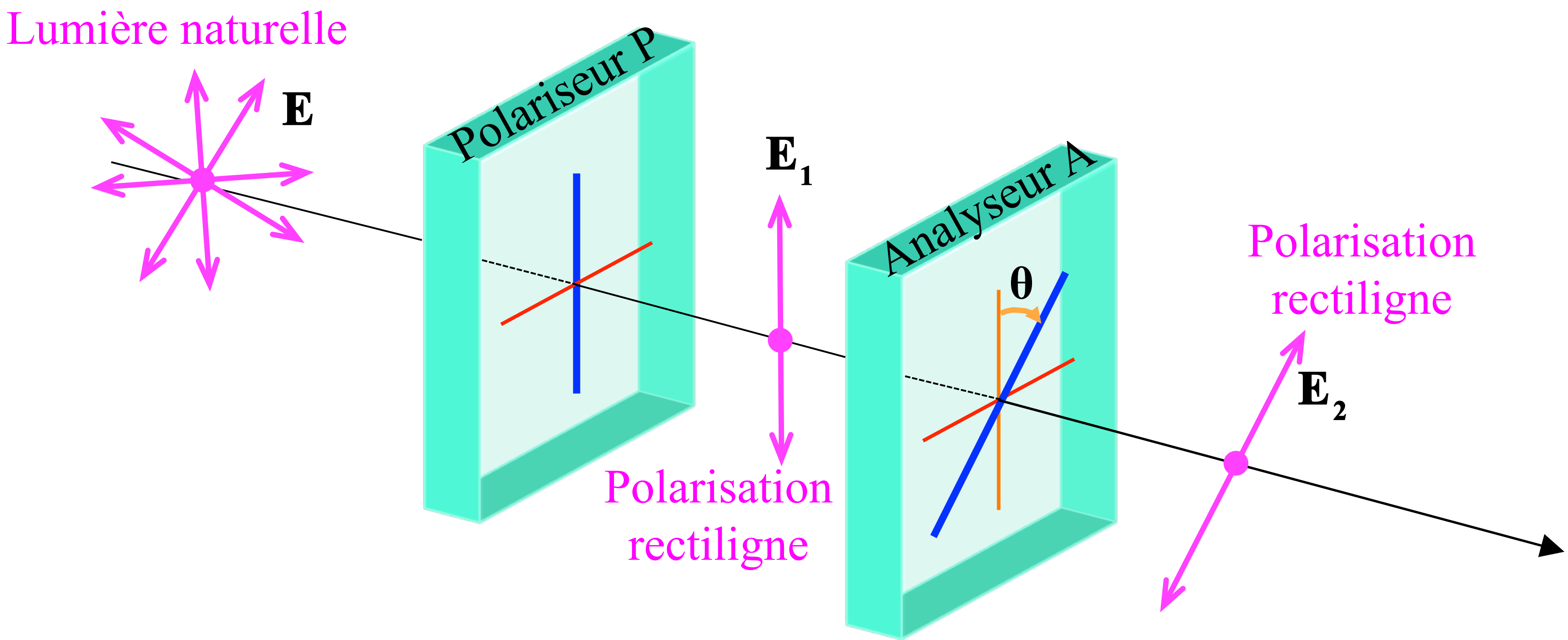
II.1 – Action du polariseur sur la lumière naturelle

Le polariseur est un système optique qui permet de transformer un faisceau parallèle de lumière naturelle en un faisceau parallèle de lumière polarisée rectilignement.

Généralement, les polariseurs sont des lames "polaroid" ne laissant passer, du champ incident, que la composante parallèle à une certaine direction de la lame "*direction de polarisation*".
La composante du champ perpendiculaire à la direction de polarisation est totalement absorbée.

II – Polariseur, Analyseur, lames à retard

II.2 – Analyseur, loi de Malus



Si le champ ayant traversé P a pour amplitude E_1, le champ traversant A est, à un facteur près, la projection de $\vec{E}_1$ sur la direction de polarisation de A :

$$E_2 = tE_1 \cos\theta$$

t : facteur de transmission de l'analyseur A.

II – Polariseur, Analyseur, lames à retard

L' intensité lumineuse qui sort de A est :

$$I_2 = t^2 I_1 \cos^2\theta = I_o \cos^2\theta$$

Si I_o est la valeur de I_2 pour $\theta = 0$.

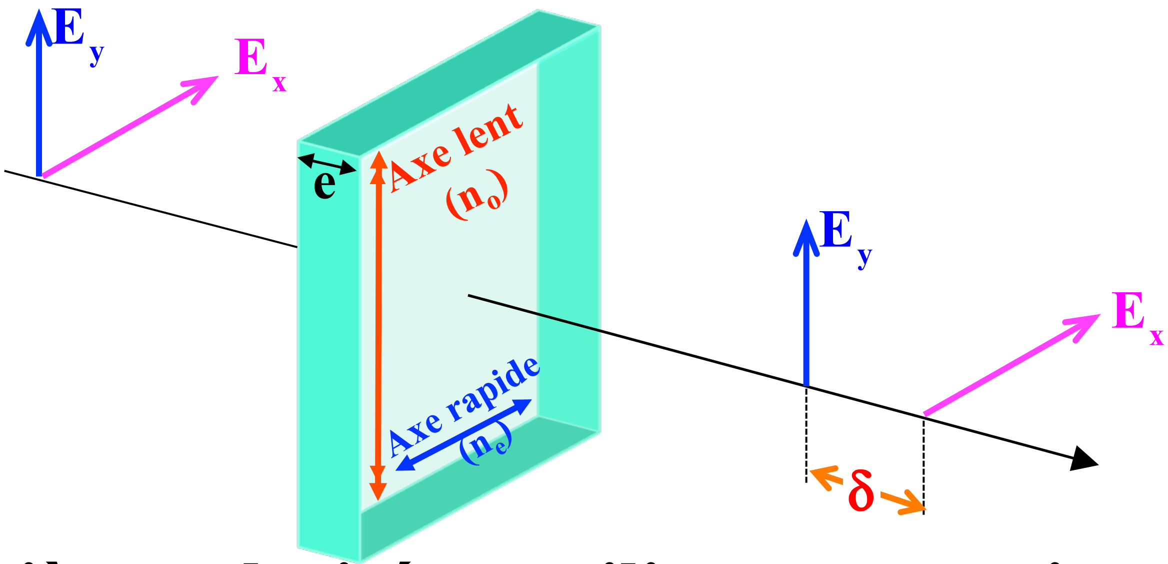
$$\boxed{I_2 = I_o \cos^2\theta}$$

Loi de *Malus*

II – Polariseur, Analyseur, lames à retard

II.3 – Lames à retard

Se sont des lames minces taillées dans un cristal ayant des propriétés optiques anisotropes, agissant sur l'état de polarisation d'une onde.



Pour une lumière polarisée rectilignement qui traverse la lame d'épaisseur e, la composante de la vibration incidente suivant l'axe lent subit un retard de phase par rapport à la composante suivant l'axe rapide.

II – Polariseur, Analyseur, lames à retard

Ceux deux ondes de même fréquence polarisées suivant les axes lent et rapide, subissent le déphasage :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_o}\delta \quad \text{avec} \quad \delta = (n_e - n_o)e$$

où n_o : indice ordinaire

n_e : indice extraordinaire

e : l'épaisseur de la lame.

- **si** $|\delta| = \frac{\lambda_o}{4} \Rightarrow |\varphi| = \frac{\pi}{2}$ **la lame est dite *quart-d'onde* ou lame λ/4.**

- **si** $|\delta| = \frac{\lambda_o}{2} \Rightarrow |\varphi| = \pi$ **la lame est dite *demi-d'onde* ou lame λ/2.**

II – Polariseur, Analyseur, lames à retard

Action d'une lame à retard

Soit une onde incidente polarisée rectilignement.

A la traversée de la lame :

$$\begin{cases} E_x = E_i \cos(\alpha)\cos(kz - \omega t) \\ E_y = E_i \sin(\alpha)\cos(kz - \omega t + \varphi) \end{cases} \qquad \text{avec } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_o}\delta$$

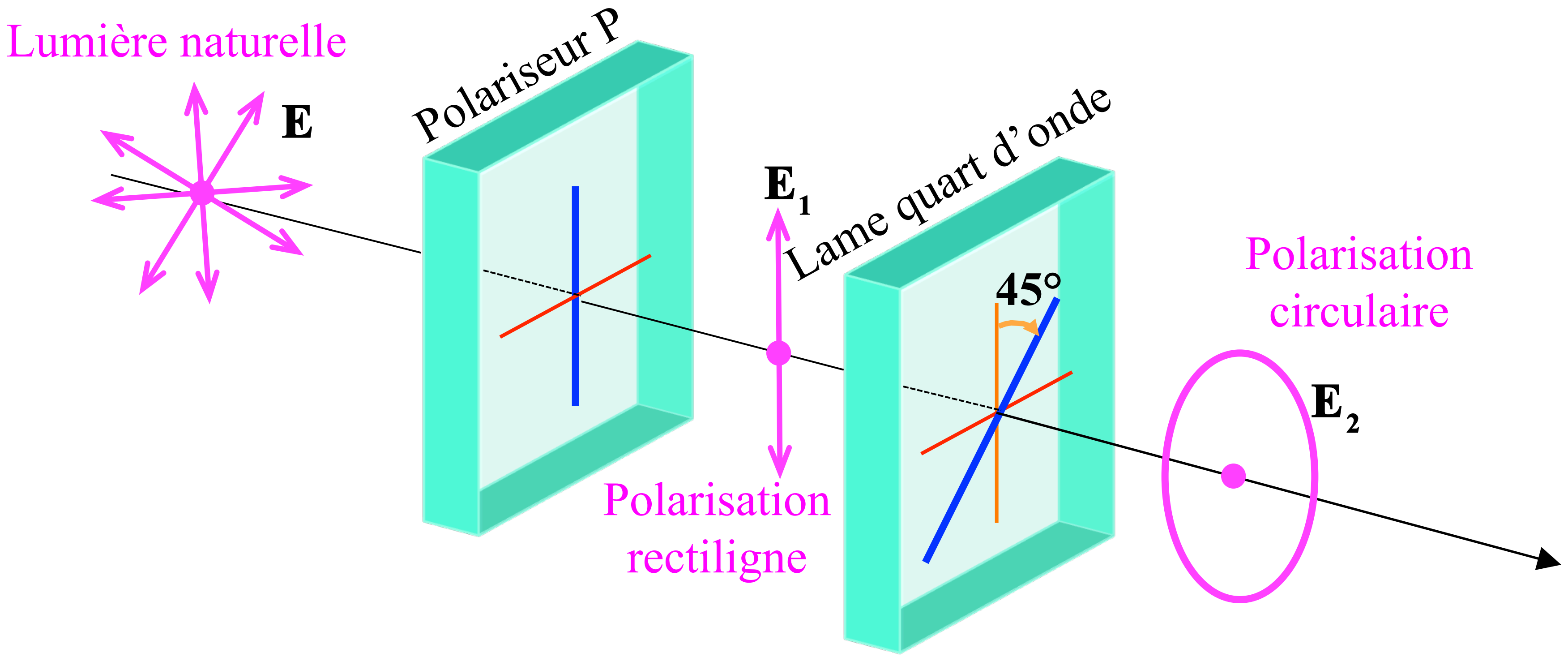
On remarque que pour $\alpha = 0$ ou $\alpha = \pi/2$ la polarisation reste rectiligne quel que soit φ.

On obtient, à partir d'une onde incidente rectiligne, une lumière polarisée elliptiquement, les axes de l'ellipse correspondent aux lignes neutres de la lame.

II – Polariseur, Analyseur, lames à retard

Lorsque $\varphi = \pi/2$ et $\alpha = \pi/4$, la lumière transmise est polarisée circulairement (gauche).

Pour $\varphi = -\pi/2$ et $\alpha = \pi/4$, la lumière transmise est circulaire (droite).



Exercice 1

De la lumière naturelle d'intensité $\mathbf{I_o}$ traverse quatre polariseurs rectilignes. Le plan du polariseur **m** fait un angle de **30°** avec le plan du polariseur **(m-1)**.

1. Quelle est l'intensité du faisceau transmis ?

2. Même question si on enlève les **2** polariseurs du milieu ?

Corrigé

A chaque instant $I(t) = I_o\cos^2\theta(t)$ sur une direction donnée; donc en moyenne $I = <I(t)> = I_o/2$.

1.

$$I_1 = I_o/2,$$
$$I_2 = I_1\times\cos^2\theta,$$
$$I_3 = I_2\times\cos^2\theta,$$
$$I_4 = I_3\times\cos^2\theta = (I_o\times\cos^6\theta)/2 = 0{,}21\times I_o$$

2. On enlève deux polariseurs du milieu, soit :

$$I_4 = I_1\times\cos^2 3\theta = (I_o\times\cos^2 3\theta)/2 = 0$$

Exercice 2

Un faisceau lumineux de pulsation **ω** et de longueur d'onde **λ** dans le vide se propageant suivant **Oz** est décrit par :

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz)$$
$$E_y = E_0 \sin(\omega t - kz)$$
$$E_z = 0$$

avec : $k = \omega / c = 2\pi / \lambda$

1. Montrer qu'il s'agit d'une vibration circulaire dont on précisera le sens de parcours.

2. Un analyseur est placé dans le plan dans le plan $z = 0$; sa direction de polarisation fait un angle **θ** avec **Ox**.

Déterminer le champ **E** à la sortie de l'analyseur.

Comment l'intensité lumineuse **I** après l'analyseur varie-elle en fonction de **θ** ?

3. Reprendre les questions précédentes pour le champ incident :

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz)$$
$$E_y = - E_0 \sin(\omega t - kz)$$
$$E_z = 0$$

Corrigé

1. Décrivons le champ dans le plan z = 0 :

$$E_x = E_o \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad E_y = E_o \sin(\omega t)$$

Le champ $\vec{E}$ décrit un cercle paramétré par t.

En éliminant le temps t :

$$(E_x / E_o)^2 + (E_y / E_o)^2 = \cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t) = 1$$

C'est bien l'équation d'un cercle.

En suivant par continuité le champ E à partir de t = 0, on note que la polarisation est gauche (sens inverse des aiguilles d'une montre).

2. Le champ transmis est (dans le plan z = 0) : $\vec{E}_t = \tau(\vec{E}_i.\vec{u})\vec{u}$

$\vec{E}_t$ est le champ transmis ;

$\vec{E}_i$ est le champ incident

τ est le facteur de transmission compris entre 0 et 1.

Dans le plan z = 0 : $\vec{E}_t = \tau E_o\left[\cos\theta.\cos(\omega t) + \sin\theta.\sin(\omega t)\right]\vec{u}$

Ou encore en notation complexe :

$$\vec{E}_t = A\vec{u} \qquad \text{avec} \quad A = \tau E_o \exp(i\omega t)\left[\cos\theta - i\sin\theta\right]$$

L'intensité s'écrit alors : $I = A.A^*$

$$I = \tau^2 E_o^2 \qquad \text{Indépendante de l'angle } \theta.$$