Cours SVT_S2
Chapitre:

Changements de référentiels

Pr. Farida Fassi
Faculté des Sciences de Rabat

Introduction

- **L'étude de mouvement d´un objet diffère selon le référentiel dans le quel on se place**
  - Un référentiel absolu est immobile pour l'observateur comme si l'observateur faisait parti du référentiel. L'origine et les vecteurs de base restent donc immobiles dans la description du mouvement, indépendants du temps.

- **Exemple**
  - ❖ Pour un observateur immobile sur le quai, el **référentiel absolu** est le quai,
    - ❖ notons le référentiel correspondant R.
  - ❖ Pour un observateur immobile dans un train, le **référentiel relative** est le train,
    - ❖ notons le référentiel correspondant R´.
  - ❖ **Quelle est la vitesse d'un passager (repère par M) qui se déplace dans le train?**
  - ❖ **La réponse sera différente selon l'observateur**

Definitions

- Soit un référentiel R supposé fixe. Soit un autre référentiel Mobile R´par rapport à R.
- L’étude a pour objet un point M qui se déplace.
- **On appelle point coïncidant de M dans R’,**
  - **Le point P fixe dans R’ qui coïncide à l’instant t avec M.**
- **On appelle vitesse/accélération absolue:**
  - **La vitesse/accélération du point M dans le référentiel Fixe R.**
- **On appelle vitesse/accélération relative:**
  - **La vitesse/accélération du point M dans le référentiel mobile R´.**
- **On appelle vitesse/accélération d’entraînement:**
  - **La vitesse/accélération du point M dans le référentiel Fixe R.**

Deux référentiels différents

R´: train

le référentiel mobile: repère relatif

le référentiel Fixe : repère absolu

Loi de composition des vitesses

Dans le référentiel **R** $\left(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K}\right)$, le point M a pour coordonnées (X,Y,Z)

Dans le référentiel **R'** $\left(O', \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, le point M a pour coordonnées (x,y,z)

Comme $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$: $\overrightarrow{OM} = X\,\vec{I} + Y\,\vec{J} + Z\,\vec{K} = \overrightarrow{OO'} + x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

La vitesse absolue du point M est : $\boxed{\vec{v}_a = \vec{v}(M)\big|_{\mathbf{R}} = \dot{X}\,\vec{I} + \dot{Y}\,\vec{J} + \dot{Z}\,\vec{K}}$

La vitesse relative du point M est : $\boxed{\vec{v}_r = \vec{v}(M)\big|_{\mathbf{R'}} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}}$

Remarque :dans le référentiel R, les vecteurs dépendent du temps. Par contre, dans le référentiel R', ils sont indépendants du temps. Dans le cas où R' est en translation par rapport à R, ces vecteurs sont indépendants du temps même dans R mais uniquement dans ce cas particulier

Loi de composition des vitesses

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K} = \overrightarrow{OO'} + x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}$$

$$\boxed{\left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_{R} = \vec{v}_a = \dot{X}\vec{I} + \dot{Y}\vec{J} + \dot{Z}\vec{K} = \left.\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_{R} + \left.\frac{d\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right)}{dt}\right|_{R}}$$

$$\boxed{\vec{v}_a = \underbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_{R} + x\dot{\vec{i}} + y\dot{\vec{j}} + z\dot{\vec{k}}}_{\vec{v}_e} + \underbrace{\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}}_{\vec{v}_r = \vec{v}(M)|_{R'}}}$$

$$\boxed{\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r}$$

Composition des vitesses

- ❖ **Ve: vitesse d'entraînement du point M**
- ❖ la vitesse qu'aurait le point M dans le référentiel absolu

Le point M a une vitesse nulle dans R’ $\Rightarrow$ donc $\vec{v}_r = \vec{0}$.

Loi de composition des Accélérations

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = X\,\vec{I} + Y\,\vec{J} + Z\,\vec{K} = \overrightarrow{OO'} + x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}}$$

$$\left.\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right|_R = \vec{a}_a = \ddot{X}\,\vec{I} + \ddot{Y}\,\vec{J} + \ddot{Z}\,\vec{K} \Rightarrow \left.\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right|_R = \left.\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right|_R + \left.\frac{d^2\left(x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}\right)}{dt^2}\right|_R$$

$$\vec{a}_a = \underbrace{\left.\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right|_R + x\,\ddot{\vec{i}} + y\,\ddot{\vec{j}} + z\,\ddot{\vec{k}}}_{\vec{a}_e} + \underbrace{\ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j} + \ddot{z}\,\vec{k}}_{\vec{a}_r = \vec{a}(M)|_{R'}} + \underbrace{2\left(\dot{x}\,\dot{\vec{i}} + \dot{y}\,\dot{\vec{j}} + \dot{z}\,\dot{\vec{k}}\right)}_{\vec{a}_c}$$

l’accélération d'entraînement.

M a une accélération nulle dans R’

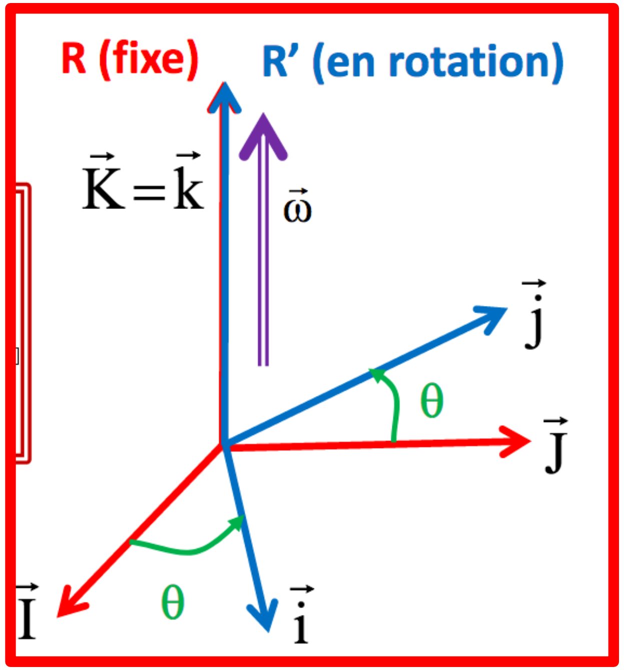
accélération de Coriolis.

$$\boxed{\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c}$$

Cas particuliers: Translation

- Si R´est en translation par rapport a R, les axes de R´gardent une direction fixe par rapport à ceux de R $\Rightarrow \boxed{\vec{a}_c = \vec{0}}$

Application à deux référentiels en rotation



Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ correspondent aux vecteurs $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ des coordonnées polaires dans le repère $\left(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K}\right)$

On définit le **vecteur rotation** $\vec{\omega}$ par :

$$\boxed{\vec{\omega} = \omega\, \vec{K} = \omega\, \vec{k}}$$

Définition :

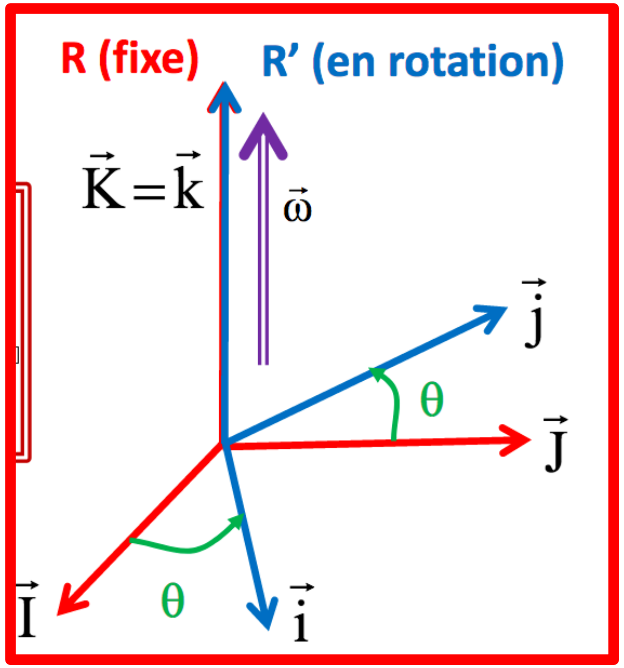
$\vec{\omega}_{R'/R} (= \vec{\omega}) = \dot{\theta} \cdot \vec{k}$, vecteur rotation du référentiel (R') par rapport à (R)

Direction : axe de rotation

Module : $|\dot{\theta}|$, vitesse angulaire de rotation

Sens : tel que (R') tourne dans le sens trigonométrique associé à $\vec{\omega}$

Application à deux référentiels en rotation



Definitions

Pour un vecteur $\vec{A}$ de norme constante,

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{A}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\vec{i}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{i} = \omega\ \vec{j} \\ \dfrac{d\vec{j}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{j} = -\omega\ \vec{i} \\ \dfrac{d\vec{k}}{dt} = \vec{0} = \vec{\omega} \wedge \vec{k} \end{cases}$$

$$\vec{v}_a = \underbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_R + x\ \dot{\vec{i}} + y\ \dot{\vec{j}} + z\ \dot{\vec{k}}}_{\vec{v}_e} + \underbrace{\dot{x}\ \vec{i} + \dot{y}\ \vec{j} + \dot{z}\ \vec{k}}_{\vec{v}_r = \left.\vec{v}(M)\right|_{R'}}$$

Vitesse d'entraînement du point M

$$\vec{v}_e = x\ \dot{\vec{i}} + y\ \dot{\vec{j}} + z\ \dot{\vec{k}} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$$

Vitesse absolue

$$\vec{v}_a = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{v}_r$$

Application à deux référentiels en rotation:

$$\vec{a}_a = \underbrace{\left.\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right|_R + x\,\ddot{\vec{i}} + y\,\ddot{\vec{j}} + z\,\ddot{\vec{k}}}_{\vec{a}_e} + \underbrace{\ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j} + \ddot{z}\,\vec{k}}_{\vec{a}_r = \vec{a}(M)\big|_{R'}} + \underbrace{2\left(\dot{x}\,\dot{\vec{i}} + \dot{y}\,\dot{\vec{j}} + \dot{z}\,\dot{\vec{k}}\right)}_{\vec{a}_c}$$

=0 car O=O'

$$\dot{\vec{i}} = \frac{d\vec{i}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{i} \qquad \ddot{\vec{i}} = \frac{d\left(\vec{\omega} \wedge \vec{i}\right)}{dt} = \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{i} + \vec{\omega} \wedge \dot{\vec{i}} = \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{i} + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \vec{i}\right)$$

l’accélération d'entraînement.

$$\boxed{\vec{a}_e = \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)}$$

Accélération de Coriolis.

$$\boxed{\vec{a}_c = 2\,\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r}$$

Accélération absolue

$$\boxed{\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c}$$