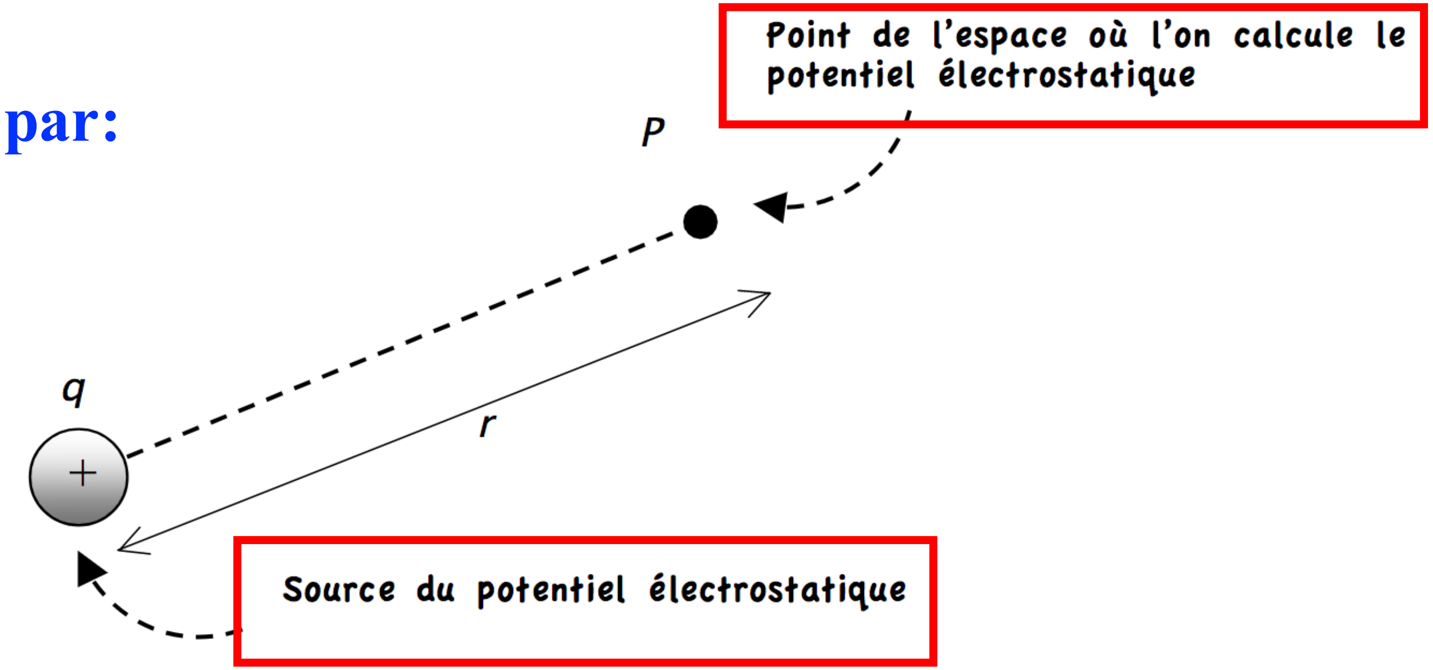
Cours SVT_S2
Chapitre-7: Le potentiel électrostatique dans le vide et Dipôle électrostatique

Pr. Farida Fassi
Faculté des Sciences de Rabat

Potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle

- Une charge ponctuelle « q » placé en O, crée à la distance « r » en un point P
  - le potentiel scalaire V donné par:

$$\boxed{V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + cte}$$



- Un potentiel électrostatique est toujours défini à une constante près.
  - Lorsqu'il n'y a pas de charges à l'infini, on choisit la constante nulle, c.à.d. que l'action des charges tend vers zéro lorsque « r » tend vers l'infini.

Potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle

- Si la charge source « q » se trouve au point de coordonnées (x_1, y_1, z_1) le potentiel électrostatique au point P (x, y, z) dans un système de coordonnées cartésiennes, vaut:

$$\boxed{V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2+(z_1-z)^2}}}$$

- **Remarque:**
  - Le potentiel V croît des charges négatives aux charges positives
  - Le potentiel décroît dans la direction du champ électrostatique et croît dans la direction opposée

- Les surfaces de potentiel constant sont appelées équipotentielles
  - V est un scalaire exprimé en Volt (V)

Potentiel électrostatique et champ électrostatique

- **Pour une charge ponctuelle, il existe un champ scalaire. Il est défini, en fonction du champ électrostatique par les relations suivantes :**

$$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}V}, \qquad \boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl}}$$

- L'intégrale curviligne $\int_A^B \vec{E}.\vec{dl}$ est appelée circulation du champ électrostatique entre deux points.
- On peut donc dire que la circulation du champ électrostatique entre deux points correspond à l'opposée de la variation de potentiel entre ces deux point
  - **Physiquement, c'est la différence de potentiel entre deux points qui a un sens et qui est mesurable.**

Potentiel électrostatique et le champ électrostatique

- De la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ on peut calculer $\vec{E}$ connaissant V : on a

On repart de $\int_a^b \vec{E}.\overrightarrow{d\ell} = -(V_b - V_a)$. On peut écrire que $V_b - V_a = \int_a^b dV$ donc : $\boxed{\vec{E}.\overrightarrow{d\ell} = -dV}$

- **En coordonnées cartésiennes**, $\boxed{\overrightarrow{d\ell} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \text{ donc } \vec{E}.\overrightarrow{d\ell} = E_x dx + E_y dy + E_z d_z}$

- **dV de cette fonction s'écrit mathématiquement:**

$$\boxed{dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz}$$

- **Les composantes du champ électrostatique en fonction des dérivées partielles du potentiel électrostatique :**

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

- En coordonnées cylindriques :

$$\boxed{E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}, \quad E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \vartheta}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}}$$

Remarque

- Les champs et les potentiels électriques ont été exprimés dans le cas où les charges sont dans le vide. On a utilisé la constante $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\,\mathrm{SI}$,

ε_0 est la permittivité du vide. Dans le cas où on a de la matière à la place du vide on remplace ε_0 par ε ; donc la constante $1/4\pi\varepsilon_0$ change de valeur mais la structure des formules reste la même.

Potentiel crée par un ensemble de charges ponctuelles

- **Le potentiel en un point P de l'espace créé par ensemble de charges ponctuelle:**
- **En utilisant le principe de superposition**, le potentiel électrique en P, **est la somme du potentiel électrostatique créé par chaque charge**:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} + cte$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \text{ avec } V = 0 \text{ quand } r_i \to \infty}$$

où r_i est la distance entre la charge q_i et le point P.

Potentiel créé par une distribution continue de charges

On passe des charges ponctuelles à la distribution continue de charges en changeant $\sum \frac{q_i}{r_i}$:

- $\boxed{\text{par } \int \frac{\lambda.dl}{r}}$ pour un fil chargé → $\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\lambda.dl}{r} + cte\ ,}$

- $\boxed{\text{par } \iint \frac{\sigma.ds}{r}}$ pour une surface chargée → $\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\int \frac{\sigma.ds}{r} + cte\ ,}$

- $\boxed{\text{par } \iiint \frac{\rho.dv}{r}}$ pour un volume chargé → $\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{\rho.dv}{r}. + cte\ ,}$

Travail de la force électrostatique

Le travail élémentaire de la force $\boxed{\vec{F} = q.\vec{E}}$ lors d'un déplacement élémentaire $\boxed{d\vec{l}}$ de la charge q est :

$$\boxed{\delta W = \vec{F}.d\vec{l} = q\vec{E}.d\vec{l} = -q.\,\overrightarrow{\text{grad}V}\,.d\vec{l} = -qdV = -d(qV)}$$

Lorsque la charge se déplace de A à B, le travail total est :

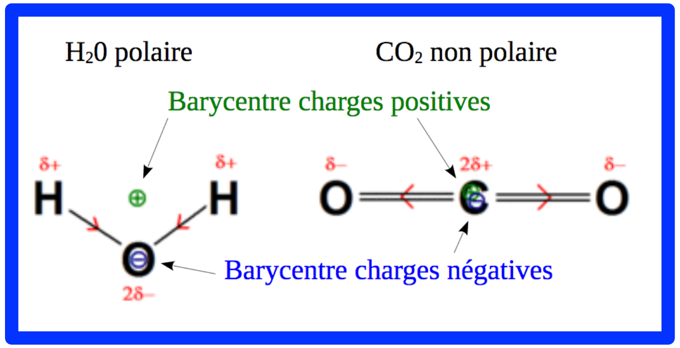
$$\boxed{W_{AB} = \int_A^B \delta W = -q\int_A^B dV = -q(V_B - V_A)}$$

Dipôle électrostatique

Dipôle électrostatique: introduction

- **Un dipôle électrostatique est défini par ensemble de charges distinctes disposées de telle sorte que le barycentre des charges positives ne coïncide pas avec le barycentre des charges négatives.**

Molécule neutre polarisée : le barycentre des charges positives et le barycentre des charges négatives ne se superposent pas. : HCl , H_2O.



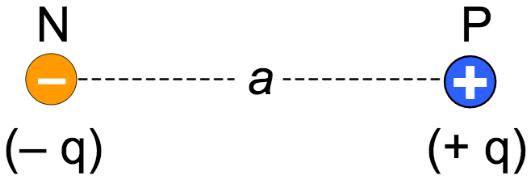
- Tout se passe comme si l'atome d'oxygène acquérait une petite charge négative **– 2δe** alors que les atomes d'hydrogène avaient chacun une petite charge positive **δe**.
- **On dit que chaque liaison OH est une liaison polarisée**

- **Cette propriété est très importante dans la nature, un grand nombre d'interactions sont des interactions entre molécules polarisées, chacune restant neutre globalement.**

Remarque : les molécules non polaires peuvent se polariser sous l'action d'un champ extérieur.

Modèle du dipôle électrostatique

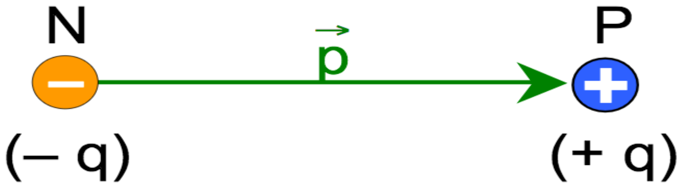
➢**Le dipôle le plus simple consiste en 2 charges ponctuelles (+q; -q) situées respectivement en P et N, la distance NP étant petite devant les autres distances envisagées.**



- Cette configuration est observable pour certaines molécules (H_2O , HCl par exemple).

- **Moment dipolaire électrique :**

Le moment dipolaire, noté $\vec{p}$ est défini par : $\boxed{\vec{p} = q\,\overrightarrow{NP}}$



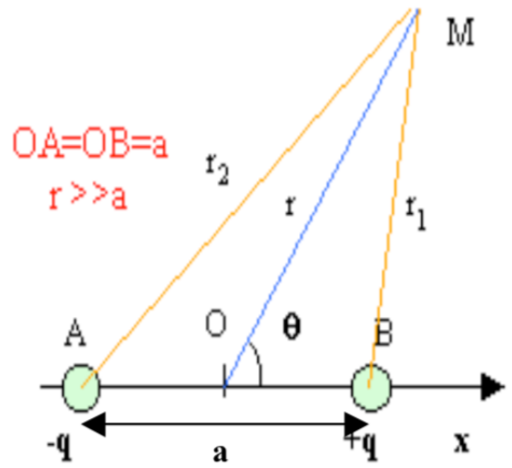
Dans SI, p s'exprime en C.m. Cette unité étant très grande on utilise le debye(D) : $1D = \frac{1}{3}.10^{-19}\,C.m$

Potentiel crée par un dipôle

- On peut calculer le potentiel en un point M quelconque en utilisant le principe de superposition. Ce potentiel sera la somme des potentiels crées par chacune des charges :

Le point M où l'on veut calculer le potentiel est repéré par ses coordonnées polaires : r = OM, θ = (Ox,OM). On suppose r >> a = AB, O étant le milieu de AB. Le potentiel V créé en M par le dipôle est :

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{AM} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+q}{BM} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{BM} - \frac{1}{AM}\right)}$$



- **Le calcul détailler du terme ci-dessous est à la fin de la présentation :**

$$\boxed{\left(\frac{1}{BM} - \frac{1}{AM}\right)}$$

Après calcul, on obtient le Potentiel créé par un dipôle :

$$\boxed{V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{BM} - \frac{1}{AM}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{a}{r^2}\right).\cos(\theta)}$$

Finalement :

$$\boxed{V = \frac{q.a.\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p}.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad avec \quad r = \overrightarrow{OM}}$$

Pour $\theta = \pi/2$, V=0 pour tous les points du plan médiateur de AB. Ce plan est une surface équipotentielle.

Champ électrique créé par le dipôle

Comme V ne dépend que de r et de θ, seules les composantes Er et E_θ de $\vec{E}$ seront non nulles. On a : $\vec{E} = -\vec{grad}V$, donc :

$$\vec{E}\begin{cases}\boxed{E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p.\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}} \\ \boxed{E_\vartheta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{p.\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}} \\ \boxed{E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 0}\end{cases}$$

Conclusion :

- **Potentiel et le champ électrostatique créé par un dipôle est proportionnel à:**

$$\boxed{V \sim \frac{1}{r^2} \text{ et } E \sim \frac{1}{r^3} \;;}$$

alors que pour une charge ponctuelle :

$$\boxed{V \sim \frac{1}{r} \text{ et } E \sim \frac{1}{r^2} \,.}$$

→ pour M éloigné, $\vec{E}$ et V créés par le dipôle seront négligeable / à $\vec{E}$ et V créés en un point à proximité du dipôle.

- **Le calcul détailler du terme ci-dessous est à la fin de la présentation :**

$$\boxed{\left(\frac{1}{BM}-\frac{1}{AM}\right)}$$

L'expression de AM et BM en fonction des données du problème, par exemple r, θ et a se calcule :

$$\boxed{\begin{aligned} AM &= \left\|\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM}\right\| \\ &= \sqrt{\left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM}\right)^2} \\ &= \sqrt{\overrightarrow{AO}^2 + \overrightarrow{OM}^2 + 2\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{OM}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + r^2 + 2\left(\frac{a}{2}\right) r.\cos(\theta)} \end{aligned}}$$

pour BM, on obtient presque le même résultat, mais le vecteur $\overrightarrow{BO}$ étant dirigé vers les z négatifs, le produit scalaire négatif. On obtient (noter le signe "$-$" dans l'expression sous la racine) :

$$\boxed{BM = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + r^2 - 2\left(\frac{a}{2}\right) r.\cos(\theta)}}$$

- pour r>>a, Développons 1/AM au premier ordre.
- On connaıt le développement de $(1+x)^{\alpha}$
- Il est facile de transformer 1/AM pour obtenir une expression similaire, il suffit de mettre r^2 en facteur :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{1}{AM} &= \left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + r^2 + 2\left(\frac{a}{2}\right)r.\cos(\theta)\right)^{-\frac{1}{2}} \\ &= r^{-1}\left(1+\left(\frac{a}{2r}\right)^2 + 2\left(\frac{a}{2r}\right).\cos(\theta)\right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}}$$

Puisqu'on a $r \gg a$, le rapport $\frac{\left(\frac{a}{2}\right)}{r} = \frac{a}{2r}$ est très petit. Donc on a bien une expression du type $(1+x)^{\alpha}$ avec $\alpha = -1/2$ et $x =$l'expression qui suit le "$1+\ldots$". Le développement donne (rappel : $(1+x)^{\alpha} = 1+\alpha x+O(x^2)$) :

$$\boxed{\frac{1}{AM} \approx r^{-1}\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2r}\right)^2 - \frac{1}{2}2\left(\frac{a}{2r}\right).\cos(\theta)\right)}$$

de même pour $\frac{1}{BM}$ (faites le calcul complet vous-mêmes...)

$$\boxed{\frac{1}{BM} \approx r^{-1}\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2}2\left(\frac{a}{2r}\right).\cos(\theta)\right)}$$