

Cours SVT_S2
Chapitre-5:

Mécanique des fluides

Pr. Farida Fassi
Faculté des Sciences de Rabat

Mécanique des fluides

- La mécanique des fluides est une branche de **la physique qui étudie les écoulements de fluides** (des liquides et des gaz) lorsque ceux-ci **subissent des forces ou des contraintes**.
- Elle comprend deux grandes sous branches:
 - **Hydrostatique :**
 - Qui étudie **l'équilibre des liquides**
 - Elle étudie en particulier **la transmission des pressions**.
 - C'est historiquement le début de la mécanique des fluides, avec la poussée d'Archimède et l'étude de la pression.
 - **Hydrodynamique:**
 - La dynamique des fluides, l'étude des **fluides en mouvement**
- La mécanique des fluides a de nombreuses applications dans divers domaines comme l'ingénierie navale, l'aéronautique, la météorologie, la climatologie, etc

Les caractéristiques des fluides (Généralités)

- Les fluides (les gaz et les liquides) prennent la forme du récipient qui les contient.
- Les gaz occupent tout le volume qui leur est offert, leur volume s'adapte.
- Les solides possèdent une forme propre

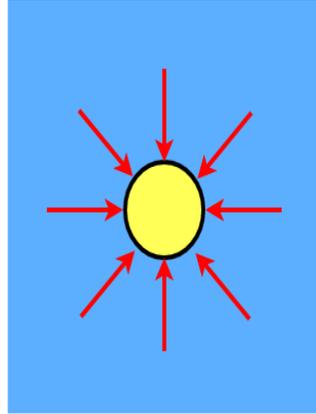
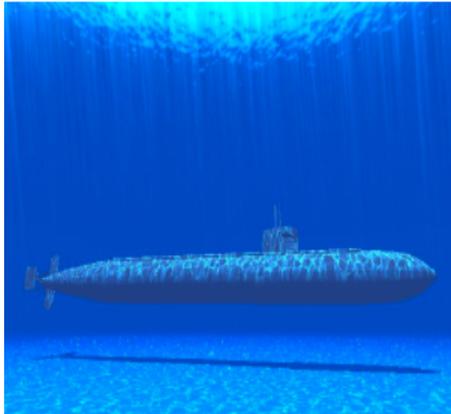
- **Incompressibilité**
 - La plupart des liquides sont incompressibles
 - les variations de volume tant que les pressions ne dépassent pas quelques dizaines d'atmosphères, restent faibles par rapport au volume total.

- **Compressibilité**
 - Les gaz sont largement compressibles
 - mais ils peuvent être supposés incompressibles si la pression ne subit pas de trop grandes variations.

Notion de Pression

- La pression dans un liquide ou gaz est définie comme **une force agissant uniformément et perpendiculairement** à une surface de grandeur A (surface S)

Un objet immergé subit une pression de toutes parts.



force normale !

$$p = \frac{\vec{F} \cdot \vec{n}}{A} = \frac{F}{A}$$

- ❖ Quand le fluide est en contact avec un solide, la pression est exercée par le fluide sur le solide.

- ❖ La pression est une grandeur scalaire positive (P ou p).
- ❖ Elle représente une force par unité de surface qui s'exerce à l'intérieur d'un fluide.
- ❖ **La force de pression est une grandeur vectorielle.**
- ❖ **L'unité de pression est le Pascal (Pa)**
Cette unité est très petite. On utilise le plus souvent ses multiples: kPa, MPa, GPa. etc

Notion de Pression

Si la droite d'action fait un angle θ avec la normale à la surface, alors dans ce cas:

$$p = \frac{F \cdot \cos \theta}{S}$$

P est en N/m² ou en J/m³.

➤ Pression atmosphérique:

- La pression atmosphérique : est la pression de l'air en un lieu donné.
- Au niveau de la mer : $P_{\text{atm}} = 1 \text{ atm} \approx 1,013 \text{ bar}$
- Le bar est égal à peu près à la pression atmosphérique moyenne :

Unités de la pression :

- Dans le S.I, l'unité est le Pascal Pa.: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$
- $1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- $1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 1 \text{ bar}$
- $1 \text{ torr} = 1 \text{ mm Hg} = 0.133 \text{ KPa}$

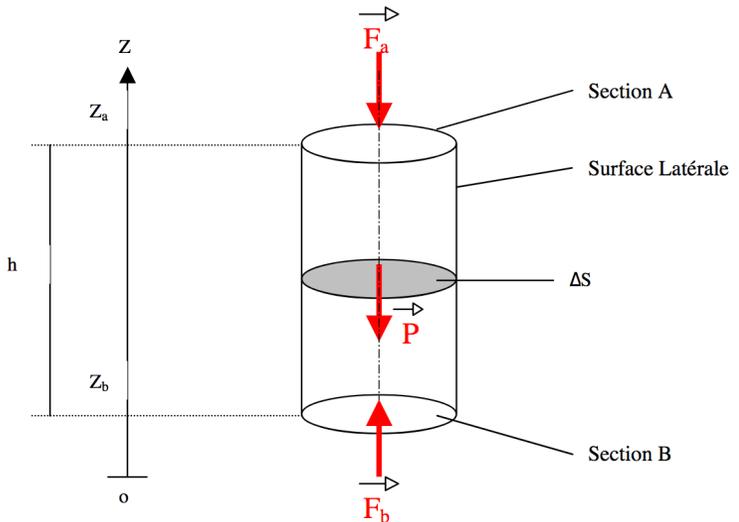
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa.}$$

Statique d'un fluide incompressible:

- Théorème fondamental de l'hydrostatique
- **Loi de Pascal**

Théorème fondamental de l'hydrostatique: Loi de Pascal

Définition: L'hydrostatique est l'étude d'un fluide au repos.



- Considérons une partie de fluide en forme de cylindre vertical de section très petite ΔS et d'une hauteur « h » sous l'action de la Pesanteur.
- Le cylindre est soumis à l'action de son poids et à l'action des forces de pression du milieu liquide extérieur.
- **Poids: $P = m.g$**
 - or $m = \rho.V$ donc **$P = \rho V.g$** (avec $V = h.\Delta S$)
- **Forces de pression:**
 - section A : **$F_a = P_a . \Delta S$**
 - section B : **$F_b = P_b . \Delta S$**

➤ A l'équilibre :
On projette l'équation sur l'axe OZ :

$$-P - F_a + F_b = 0$$

$$-\rho.V.g - P_a . \Delta S + P_b . \Delta S = 0$$

$$-\rho.h.\Delta S.g - P_a . \Delta S + P_b . \Delta S = 0$$

$$-\rho.h.g - P_a + P_b = 0$$

$$\implies P_a + \rho.g.Z_a = P_b + \rho.g.Z_b$$

or $h = Z_a - Z_b$

Théorème de Pascal

Enoncé

- Dans un fluide **incompressible en équilibre**, les variations de pression se transmettent intégralement en tout point du fluide.
- La différence entre deux pressions ($P_B - P_A$) reste constante quelles que soient les pressions.
- **Si P_A varie, P_B varie simultanément de la même quantité.**
- Ceci constitue le théorème de Pascal.

$$P + \rho \cdot g \cdot z = \text{Constante}$$

avec: P : Pression au sein du fluide (en Pa)
 ρ : Masse volumique du fluide (en Kg/m³)
g : Accélération de pesanteur (9,81 m/s²)
z : Altitude (en m) du point où l'on mesure P.

La poussé d'Archimède

➤ Notion d'Archimède :

- Tout solide plongé dans un liquide subit de la part de celui-ci, une poussée verticale dirigée de bas en haut, est égale au poids du volume du liquide déplacé.
- Donc, cette force de poussée verticale est variable en fonction du volume immergé dit (V_i) du corps, de la masse volumique (ρ_{fluide}) du fluide

$$F_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot V_i \cdot g$$

Légende des symboles et leur [unité SI] (Système International):

F_A → poussée (ou force) d'Archimède en [N](newton)

ρ_{fluide} → masse volumique du fluide en [kg/m^3]

V_i → volume immergé du corps en [m^3]

g → gravité en [N/kg] (ou accélération de la pesanteur en [m/s^2])

Dynamique d'un fluide incompressible

Débit massique et débit volumique d'un liquide

➤ Débit massique

- Le débit massique Q_m est le rapport de la masse m de liquide s'écoulant pendant le temps t

$$Q_m = \frac{m}{t} = \rho S v$$

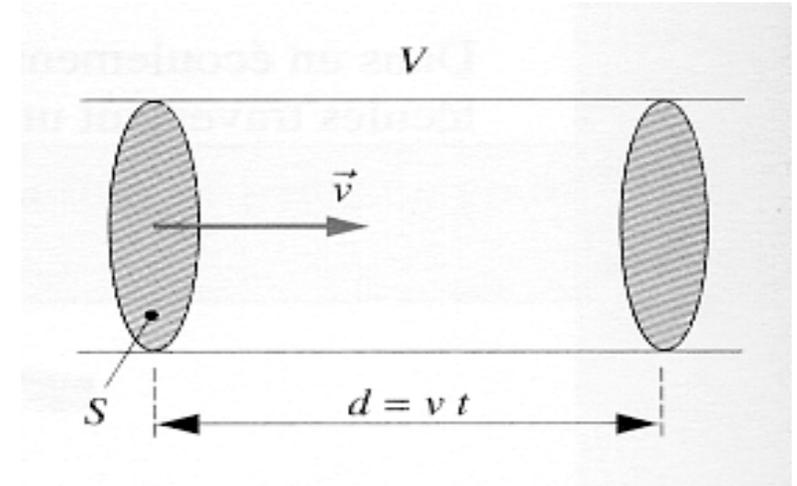
- m (*masse*) en kg;
 - t (*durée*) en s;
 - Q_m (*débit massique*) en kg/s
-
- **S**: l'aire de la section en m²;
 - **V**: vitesse moyenne d'écoulement du fluide en m/s

Débit massique et débit volumique d'un liquide

➤ Débit volumique

- Le débit volumique Q_v est le volume de fluide, par unité de temps, qui traverse une section droite:

$$Q_v = \frac{V}{t} = S v$$



Q_v : (débit volumique) en m^3/s

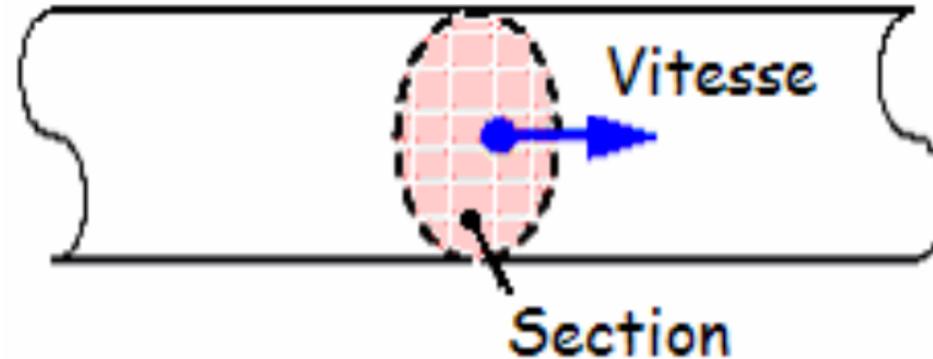
Unité : mètre cube par seconde (m^3/s)

- V (volume) en m^3 ;
- t (durée) en s;
- S (l'aire de la section) en m^2 ;
- v (vitesse moyenne d'écoulement du fluide) en m/s

Relation entre débit et vitesse

$$Q_m = \frac{m}{t} = \rho S v$$
$$Q_V = \frac{V}{t} = S v$$

V: vitesse moyenne d'écoulement du fluide en m/s



Remarque:

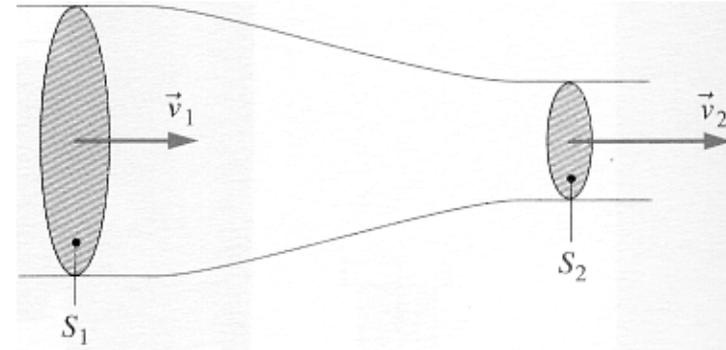
ρ étant la masse volumique du liquide, on constate:

$$Q_m = \rho \times Q_V$$

Équation de continuité

Un tube de section S_1 , et d'extrémité S_2 plus petite que S_1 .
Le flux s'écoule de S_1 vers, S_2 .
Comme le débit est constant, la vitesse est plus importante
au niveau de S_2 .

- Puisque le liquide est incompressible, le volume entrant à la conduite est égal au volume sortant, on obtient l'équation suivante :



$$V_1 = V_2$$
$$S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$$
$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

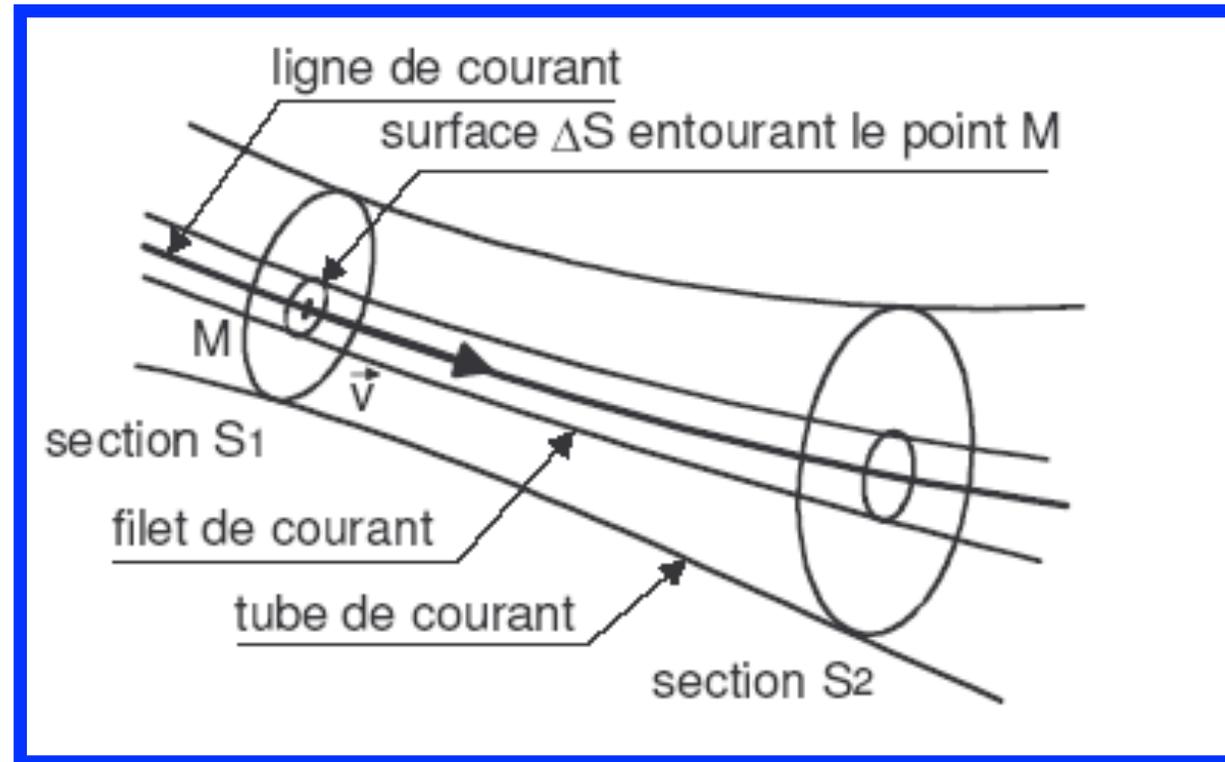
➤ **équation de continuité :**

Théorème de Bernoulli

Lignes de courant

➤ Définition:

- Les lignes de courant sont les trajectoires suivies par les molécules d'un fluide en mouvement

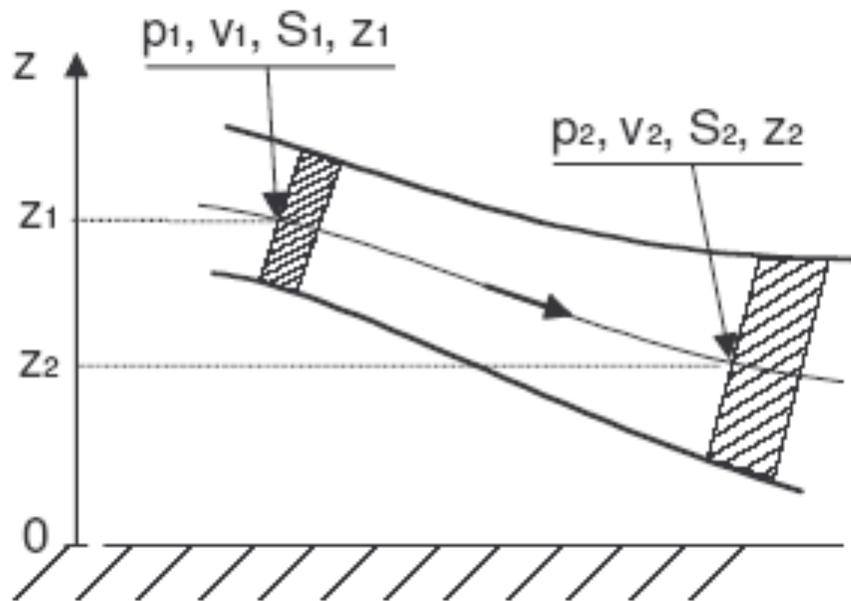


Régime/Écoulement permanent

- Un écoulement est dit permanent lorsque les lignes de courant ne varient pas au cours du temps.
- En un point du fluide, toutes les molécules passent avec la même vitesse (les vitesses sont indépendantes du temps).
- **Dans un écoulement parfait**, on considère que toutes
 - les molécules traversant une même section ont la même vitesse.
 - **Liquide parfait:**
 - pas de frottements du liquide lorsqu'il se déplace;
 - **Energie mécanique = Cte**

Équation de Bernoulli

- Soit un fluide parfait, incompressible, s'écoulant dans une conduite non constante ($S_1 < S_2$).
- Considérons une portion de ce fluide de masse volumique ρ et de volume V .



- Équation de Bernoulli peut être considérée comme **un principe de conservation d'énergie** adapté aux fluides en mouvement.
- Un certain travail est fourni au fluide lorsqu'il passe **d'un point 1** à **un autre point 2** et ce travail est égal à la variation d'énergie mécanique:

$$\frac{1}{2} \rho v^2_1 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2} \rho v^2_2 + p_2 + \rho g z_2$$

Energie
cinétique

Energie
de pression

Energie
potentielle

Théorème de Bernoulli

Hypothèses:

- **Régime permanent:** liquide en mouvement avec débit constant
 - Vitesse, pression, température indépendants du temps
- **Liquide parfait:** pas de frottements du liquide lorsqu'il se déplace, viscosité négligeable
- **Energie mécanique = Cte**

$$E_c + E_p = cte$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho Vv^2,$$

$$E_p = mgz + F.l = \rho Vgz + p.S.l$$

$$\frac{1}{2}\rho Vv^2 + \rho Vgz + p.V = cte$$

$$\rightarrow p + \rho gz + \frac{1}{2}\rho v^2 = cte \quad \text{Th. de Bernoulli}$$

➤ La somme:

$$p + \rho gz + \frac{1}{2}\rho v^2$$

s'appelle la charge du fluide. Cette charge reste **constante pour un fluide parfait.**

En tout point d'une ligne de courant
Conservation de l'énergie par unité
de volume

Fluide visqueux

Viscosité d'un fluide:

➤ Introduction

- La viscosité permet de faire la distinction entre un fluide parfait et un fluide réel
 - Dans le cas des fluides parfaits,
 - on considère que l'écoulement se déroule sans perte d'énergie
 - Dans le cas des fluides réel,
 - il existe des forces dites de viscosité
 - Elles sont dues à des frottements qui existent entre les couches de vitesses différentes et sur les parois.
- La viscosité intervient fréquemment dans les équations de la mécanique des fluides
 - Elle traduit la résistance d'un fluide à l'écoulement,
 - car elle ralentit le mouvement du liquide au voisinage des parois.

Fluide visqueux et Pertes de charge

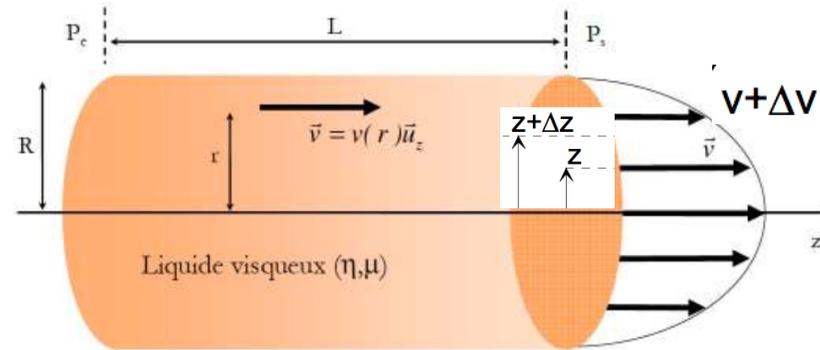
Définition:

- Un **fluide visqueux** est un fluide incompressible où **il y'a des frottements entre ses molécules au cours de son déplacement.**
- « La viscosité du fluide » et « la longueur de la conduite » engendrent des **pertes de pression appelées aussi Pertes de charge**
 - L'existence de frottement entraîne une perte d'énergie du fluide sous forme de chaleur.
- **La perte de charge** entre l'état initial et l'état final du fluide correspond à l'énergie perdue par frottement entre les deux états.

Forces de frottements

- Considérons deux couches d'un fluide en mouvement dans une conduite.
 - Ces deux couches ont des vitesses différentes « v » et « $v+\Delta v$ ».
 - Entre ces deux couches s'exercent des **forces de frottements** dont la résultante est donnée par :

$$F = \eta S \cdot \frac{\Delta v}{\Delta z}$$



- « **F** » est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit Δv , à leur surface **S** et inversement proportionnelle à Δz

η est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

- l'unité de viscosité dynamique est:
 - le Pascal seconde (Pa s) ou Poiseuille (Pl)

$$[\eta] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$$

$\frac{\Delta v}{\Delta z}$: Le taux de cisaillement

Les fluides Newtoniens et non-newtoniens

➤ Les fluides Newtoniens:

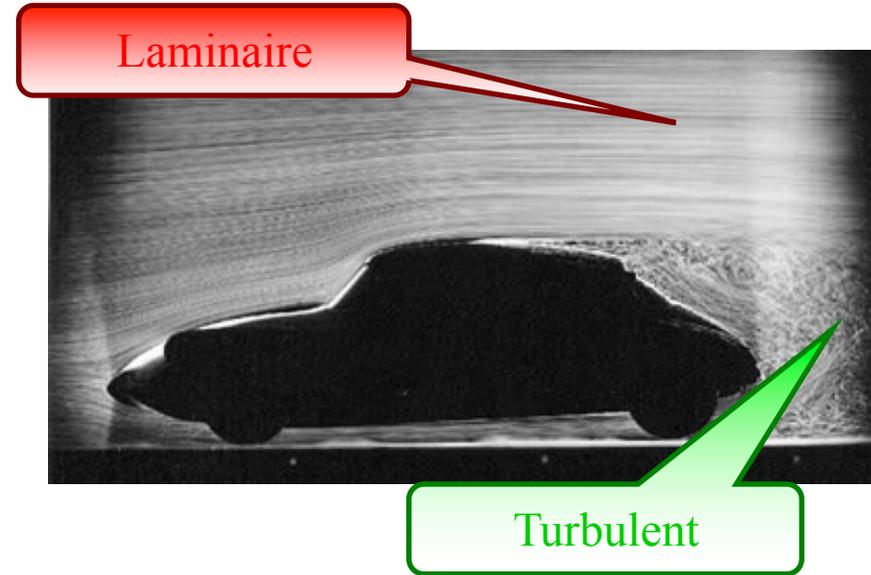
- lorsque la **viscosité dynamique** ne dépend pas des contraintes (malaxage) qu'on applique au fluide (indépendante envers la pression).
 - Des fluides parfaitement newtoniens n'existent pas en vrai.
 - **On considère que des fluides comme l'eau ou l'air sont newtoniens**

➤ Les fluides non-newtoniens:

- Si sa **viscosité dynamique** est variable quand le fluide subit des contraintes mécanique (pression, malaxage, cisaillement, etc)
 - Un fluide dont la viscosité augmente lors de l'application d'une action mécanique

Régime d'écoulement d'un fluide visqueux

- On distingue deux régimes d'écoulement: **Laminaire** ou **Turbulent**
 - **Écoulement laminaire**: Aux faibles vitesses
 - **débit faible et vitesse de déplacement des molécules à le même sens que le sens de l'écoulement.**
 - **Écoulement turbulent**: A partir de certaines valeurs élevées des vitesses
 - **débit élevé et vitesse de déplacement des molécules n'est plus parallèle au sens de l'écoulement.**
- Les régimes d'écoulement sont déterminés à l'aide d'un nombre appelé **nombre de Reynolds** (sans unité), **noté Re**
- Les conditions qui déterminent si un écoulement sera laminaire ou turbulent sont liées à un fragile équilibre entre les forces visqueuses, qui essaient de dissiper les perturbations, **et l'accélération du fluide qui favorise leur propagation.**



Définition du nombre de Reynolds

- Un fluide visqueux **de masse volumique ρ** , de **viscosité η** en écoulement dans **un tube de diamètre d** , avec une **vitesse moyenne v_m** est caractérisée par **le nombre de Reynolds** défini par:

$$R_e = \frac{\rho \cdot d \cdot v_m}{\eta}$$

Si $Re < 2400 \rightarrow$ régime laminaire

$$\frac{\rho \cdot d \cdot v_m}{\eta} < 2400 \Rightarrow v_m < \frac{2400 \cdot \eta}{\rho \cdot d} = v_c$$

v_c vitesse critique

Si $R_e > 10^4 \rightarrow$ régime turbulent

Loi de Poiseuille : débit dans un tube cylindrique

- Lorsqu'un liquide s'écoule dans un tuyau, la pression diminue lorsqu'on se déplace dans le même sens que l'écoulement : **cela crée une force dans le sens de l'écoulement qui contrebalance la force de frottement causée par la viscosité du liquide**. La diminution de pression est la **Perte de Charge** ΔE (ou ΔP)
- Pour **l'écoulement laminaire** de liquide **la vitesse est maximale sur l'axe de la conduite** et diminue pour s'annuler sur les parois de la conduite.

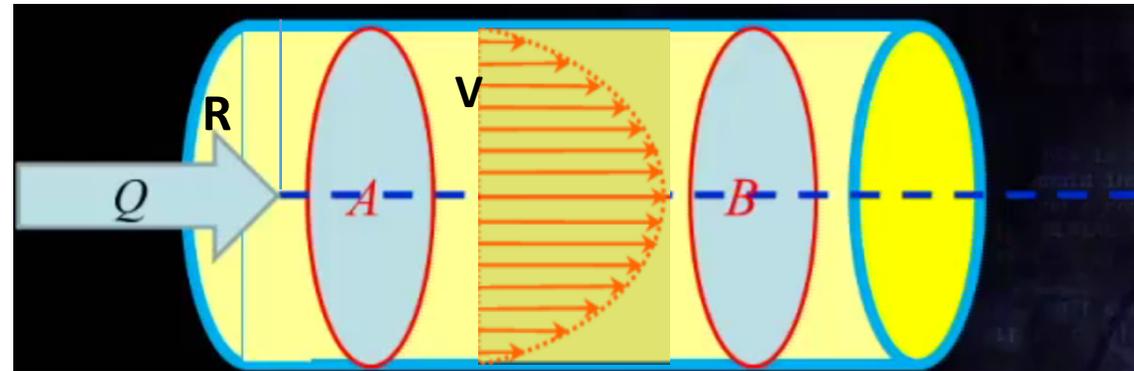
Sur l'axe de la conduite:

$$v_m = \frac{R^2 \cdot \Delta E}{4 \cdot \eta \cdot \Delta l}$$

Vitesse maximale

Profil de vitesse parabolique

- Entre A et B, on a une perte de charge ΔE pour un débit moyen Q



Profil des vitesses:

- Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse. **On dit qu'il existe un profil de vitesse**

Loi de Poiseuille : débit dans un tube cylindrique

➤ Par intégration sur la section de la conduite, on obtient le débit:

$$Q = \int v_m \cdot dS = \int \frac{r^2 \cdot \Delta E}{4 \cdot \eta \cdot \Delta l} \cdot 2\pi r \cdot dr$$

(Rappel débit: Voir page 12)

$$Q = \frac{\pi \cdot \Delta E}{2 \cdot \eta \cdot \Delta l} \int r^3 dr$$

débit dans un tube cylindrique

$$\Rightarrow Q = \frac{\pi \cdot R^4 \Delta E}{8 \cdot \eta \cdot \Delta l} \quad \text{loi de Poiseuille}$$

Résistance à l'écoulement

- La résistance à l'écoulement R_f (appelée en physiologie la résistance vasculaire) est **définie par le rapport de la perte de charge ΔP (ou ΔE) au débit Q :**

$$R_f = \frac{\Delta P}{Q}$$

- **Dans le cas d'un écoulement laminaire dans un tube de rayon R et de longueur l , on a:**

$$Q = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta P}{8 \cdot \eta \cdot l} \Rightarrow R_f = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{8 \eta \cdot l}{\pi R^4}$$

La Loi de Stokes

- Soit un corps solide en mouvement dans un fluide. Outre son poids et la poussée d'Archimède, **le solide subit également une force de résistance f , développée par le fluide, qui s'oppose à son déplacement**
- Cette force dépend, d'une part, de la vitesse v et de la forme géométrique du corps solide et, d'autre part, de la viscosité η et de la masse volumique ρ du fluide.

- la résultante f est donc:

$$\vec{f} = -k.\eta.\vec{v}$$

\vec{f} est de sens opposé à \vec{v}

- Le coefficient de proportionnalité k dépend de la forme géométrique du corps en mouvement, dans le cas d'une sphère de Rayon R :

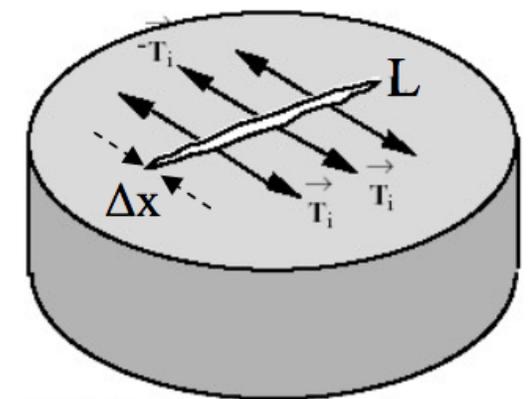
$$k = 6.\pi.R \text{ et } \vec{f} = -6.\pi.R.\eta.\vec{v} \text{ c'est la loi de Stokes}$$

Tension superficielle: Force de tension superficielle

- Ce phénomène est dus à l'existence de forces existants à la surface libre du liquide:
 - **Lorsqu'on veut créer à la surface libre d'un liquide une petite ouverture de longueur L et de largeur Δx**
 - **il faut exercer en plusieurs points de l'ouverture des forces T_i , alors que le liquide tend à s'opposer à cette opération en développant une force F qui s'oppose aux forces T_i et qui est proportionnelle à la longueur L de l'ouverture.**

$$F = \gamma \cdot L$$

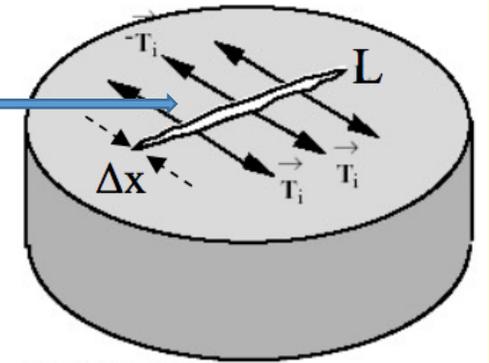
Le coefficient γ s'appelle tension superficielle et se mesure en N/m.



H.B. sch. tension superf.

Aspect énergétique: Energie potentielle de surface

- Pour “ouvrir” une fente à la surface du liquide, il faut apporter de l’énergie, pour lutter contre la force F qui s’oppose à cette action.
- Cette énergie correspond au travail résistant de F au cours de l’accroissement de surface.



H.B. sch. tension superf.

- L’augmentation d’énergie apporté à la surface est donc :
- soit :

$$\Delta E = F \cdot \Delta x = \gamma \cdot L \cdot \Delta x$$

$$\Delta E = \gamma \cdot \Delta S$$

- Ainsi la tension superficielle γ peut aussi se définir comme le **rapport de l’augmentation d’énergie potentielle de surface par unité de surface accrue.**
- La tension superficielle peut donc aussi se mesurer en Joules / m².

$$\gamma = \frac{\Delta E}{\Delta S}$$

Surpression dans les gouttes – Loi de Laplace

- Soit une goutte sphérique de rayon R : les forces de tension superficielle, qui sont dirigées vers l'intérieur de la goutte, exercent une compression à l'intérieur de celle-ci.
- La pression p_i dans la goutte est donc supérieure à celle du milieu extérieur, p_0
- Cette compression est, bien sûr, d'autant plus grande que les forces superficielles sont grandes, donc que la tension superficielle γ est élevée.
- La loi de Laplace permet de calculer la différence $p_i - p_0 = \Delta p$ en fonction de R et de γ .

- Si on augmente le rayon R de la goutte de dR , son volume augmente de: $dV = S \cdot dr = 4\pi R^2 dR$ où S est la surface de la goutte.

- Travail des forces de pression au cours de cette opération :

$$dW_0 = -p_0 \cdot 4 \cdot \pi R^2 dR$$

$$dW_i = p_i \cdot 4 \cdot \pi R^2 dR$$

Le travail total est donc $dW_i = (p_i - p_0) \cdot 4 \cdot \pi R^2 dR$

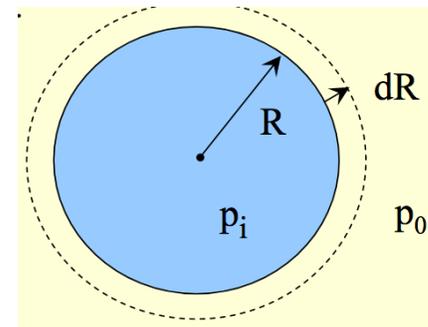
- Ce travail est égal à celui des forces de tension de surface : $dW_i = \gamma \cdot dS$

Pour une sphère :

$$S = 4\pi R^2 \rightarrow dS = 8\pi R dR$$

$$d'où : \Delta p = p_i - p_0 = \frac{2\gamma}{R} \text{ loi de Laplace}$$

- La surpression Δp est une fonction inverse du rayon de la goutte.



Backup

Équation de Bernoulli

$$\frac{1}{2} \rho v^2_1 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2} \rho v^2_2 + p_2 + \rho g z_2$$

➤ **Le premier terme**

➤ représente l'énergie cinétique (par unité de volume)

➤ **Le deuxième terme**

➤ représente le travail des forces de pression (par unité de volume)

➤ **Le troisième terme**

➤ représente l'énergie potentielle de situation (par unité de volume)

➤ **Le deuxième terme est le travail des forces de pression P du fluide**

• Travail des forces de pression P du fluide

• ➔ $W(P)$, avec $W(P) = F.l$

• $F = P.S$ donc $W(P) = P.S.l$

• $S.l = \text{Volume de fluide déplacé}$

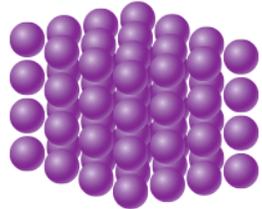
l : déplacement du fluide en m

S : Surface de fluide déplacé en m^2

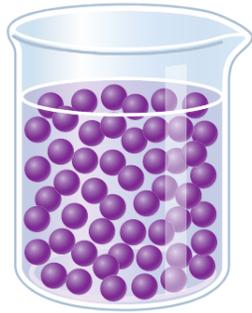
P : pression en Pa

Les caractéristiques des fluides (Généralités)

- Les fluides (les gaz et les liquides) prennent la forme du récipient qui les contient.
 - Les gaz occupent tout le volume qui leur est offert, leur volume s'adapte.
- Les solides possèdent une forme propre

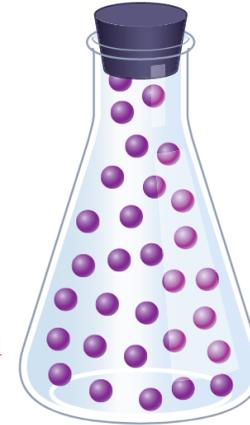


solide



liquide

- Les particules d'un liquide sont plus éloignées les unes des autres que les particules d'un solide.
- Elles peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres parce que **les liens qui les unissent sont plus souples.**



- Les particules d'un gaz sont beaucoup plus éloignées les unes des autres et **leur force d'attraction est extrêmement faible.**

➤ Incompressibilité

- **La plupart des liquides le sont**, les variations de volume tant que les pressions ne dépassent pas quelques dizaines d'atmosphères, restent faibles par rapport au volume total.
- **Les gaz sont largement compressibles**, mais ils peuvent être supposés incompressibles si la pression ne subit pas de trop grandes variations.