

Filière SMI-SM
 Section A

Travaux Dirigés de Mécanique du Solide
 Série-3

Exercice 1

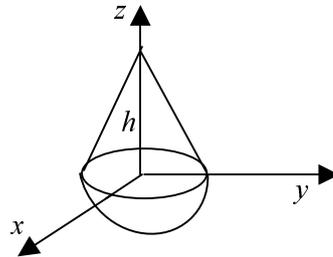
Soit un cylindre de révolution (S), plein et homogène, de rayon r , de hauteur h et de masse m .

- Déterminer la matrice d'inertie en son centre d'inertie.
- En déduire sa matrice d'inertie au point K : $\overrightarrow{OK} = -r \vec{e}_y + h/2 \vec{e}_z$.

Exercice 2

Un solide homogène (S) et plein est formé par un cône de révolution de hauteur h et de masse m_1 et par une $\frac{1}{2}$ sphère de masse m_2 extérieure au cône ayant pour grand cercle la base du cône.

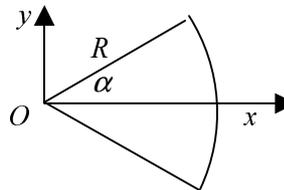
- 1- Déterminer la position du centre d'inertie G du solide (S).
- 2- Déterminer la matrice d'inertie du solide au point O dans la base du repère $R(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.
- 3- Exprimer dans cette même base la matrice d'inertie au point G .
- 4- Déterminer le moment d'inertie du solide par rapport à la droite Δ passant par O et d'équations : $z = y, x = 0$.



Exercice 3

Calculer le centre d'inertie d'une plaque homogène de masse m et qui a la forme d'un secteur circulaire de rayon R et d'angle α au sommet.

- Déterminer sa matrice d'inertie au point O .
- En déduire sa matrice d'inertie au centre d'inertie.



Exercice 4

1- Déterminer le centre d'inertie ainsi que la matrice d'inertie de $\frac{1}{4}$ d'une plaque elliptique homogène très mince de masse m . En déduire sa matrice d'inertie par rapport au point $A(0, b, 0)$ ainsi que son moment d'inertie par rapport à l'axe Δ engendré par le vecteur unitaire $\vec{u}(1, -1, 0)$.

2- Déterminer le centre d'inertie et la matrice d'inertie de l'ellipsoïde homogène de masse m définie par les équations suivantes :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

Exercice 5

Soit une tige T rectiligne homogène (OP), de longueur ℓ et de masse m , articulée en son extrémité O origine d'un repère fixe orthonormé direct $R_0(O, \vec{e}_{x0}, \vec{e}_{y0}, \vec{e}_{z0})$.

- 1- Déterminer le vecteur rotation instantanée, $\vec{\omega}(T/R_0)$.
- 2- Déterminer le vecteur moment cinétique, $\vec{\sigma}_0(T/R_0)$, en O .
- 3- Déterminer le vecteur moment dynamique, $\vec{\delta}_0(T/R_0)$, en O .
- 4- Donner l'expression de l'énergie cinétique $E_c(T/R_0)$.

Exercice6

Un cône (S) de rayon R de hauteur h et de masse m roule sans glisser sur un plan (x_0Oy_0) d'un repère orthonormé direct $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ de sorte que son sommet O reste fixe. La droite Oz du repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié au solide passe par le sommet et le centre de la base du cône.

- 1- Déterminer le vecteur rotation instantanée, $\vec{\omega}(S/R_0)$ dans la base (x, y, z) .
- 2- Etablir à partir de la condition de roulement sans glissement une équation différentielle qui lie les paramètres du système.
- 3- Déterminer le torseur cinétique de (S) au point O .
- 4- Calculer l'énergie cinétique du système
- 5- Déterminer le torseur dynamique de (S) au point O

