Correction **Série 4** **SMP4 : Electronique Sections A/B/C**

Transoistors à effet de champs/Ampli Op.

Exercice 1 :

1. Le schéma en statique de l'amplificateur de la figure 1 est représenté à la figure 1.a.

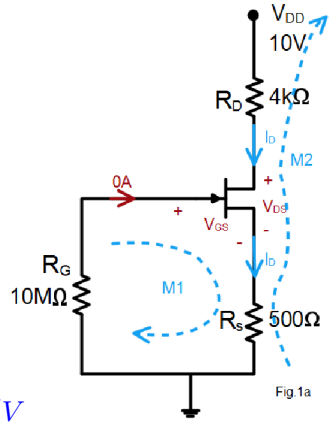


Fig.1a

On suppose que le transistor fonctionne en mode de saturation.

Maille M1 :

$$V_{GS} = -R_S I_D$$

Or :

$I_D = K(V_{GS} - V_p)^2, \qquad K = I_{DSS}/V_p^2 = 4/4\ mA/V = 1mA/V$

Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} V_{GS}^2 - 2V_pV_{GS} + V_p^2 - \frac{I_D}{K} &= 0 \\ V_{GS}^2 - 2V_pV_{GS} + V_p^2 + \frac{V_{GS}}{R_SK} &= 0 \\ V_{GS}^2 + \left(\frac{1}{R_SK} - 2V_p\right)V_{GS} + V_p^2 &= 0 \\ V_{GS}^2 + \left(\frac{1}{0.5} - 2\,(-2)\right)V_{GS} + 4 &= 0 \\ V_{GS}^2 + 6V_{GS} + 4 &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de cette équation sont :

$$V_{GS1} = -5.236\,V, \qquad V_{GS2} = -0.764V$$

Pour avoir un courant $I_D \neq 0A$, il faut que $V_p = -2V < V_{GS} < 0V$. Il en résulte que $V_{GS} = -0.764V$. Le courant drain vaut :

$$I_D = K(V_{GS} - V_p)^2 = 1(-0.764 + 2)^2 mA \simeq 1.528mA$$

Maille M2 :

$$-R_SI_D - V_{DS} - R_DI_D + V_{DD} = 0$$

Soit :

$$\begin{aligned} V_{DS} &= V_{DD} - (R_S + R_D)I_D \\ &= 10V - (0.5 + 4)\,1.528\ V \\ V_{DS} &\simeq 3.124V \end{aligned}$$

Du fait que la tension $V_{DS} > V_{GS} - V_P = -0.764 + 2V = 1.236V$, le transistor fonctionne effectivement en mode de saturation.

2. $I_D = I_{DSS}/2 = 2mA$, $V_{DS} = V_{DD}/2 = 5V$

On a :

$$V_{GS} = -R_S I_D$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} I_D &= K(V_{GS} - V_p)^2 \\ \sqrt{\frac{I_D}{K}} &= V_{GS} - V_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{GS} &= \sqrt{\frac{I_D}{K}} + V_p \\ &= |V_p| \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}} + V_p \\ V_{GS} &= 2\sqrt{\frac{2}{4}} - 2V \simeq -0.585V \end{aligned}$$

La résistance R_S est donc donnée par :

$$R_S = -\frac{V_{GS}}{I_D} = \frac{0.585}{2} k\Omega \simeq 0.293 k\Omega.$$

De plus, la maille M2 entraînne :

$$V_{DD} = (R_D + R_S)\, I_D + V_{DS}$$

Soit :

$$\begin{aligned} R_D &= \frac{V_{DD} - V_{DS}}{I_D} - R_S \\ &= \left(\frac{10-5}{2} - 0.293\right) k\Omega \simeq 2.21 k\Omega \end{aligned}$$

Exercice 2:

1. **Schéma en statique de l'amplificateur de la figure 2** (Cf. fig. 2a)

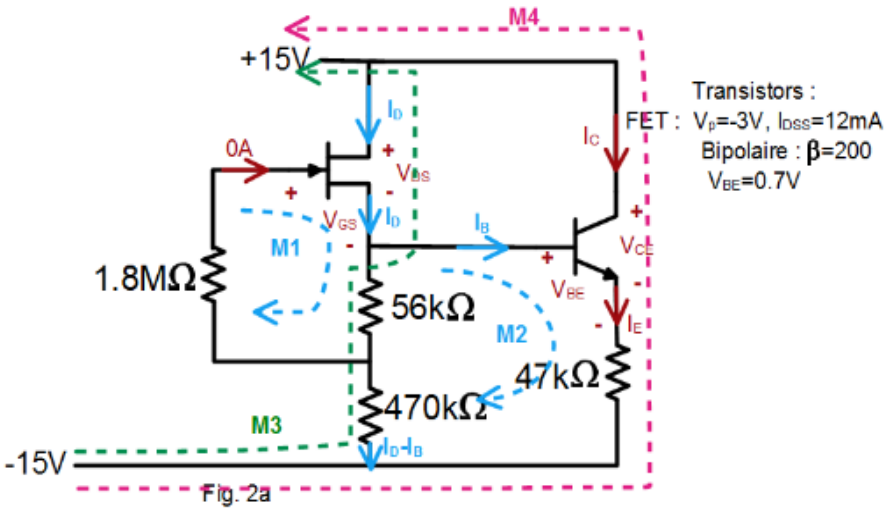


Fig. 2a

On suppose un mode en saturation pour le FET et un mode actif direct pour le bipolaire.

Maille M1 :

$$+V_{GS} + 56k\,(I_D - I_B) = 0$$
$$V_{GS} = -56k\left(I_D - \frac{I_C}{\beta}\right)$$

Maille M2 :

$$+V_{BE} + 47kI_E - (56k + 470k)\left(I_D - \frac{I_C}{\beta}\right) = 0, \qquad I_E \simeq I_C \text{ car } \beta \gg 1, \quad k = 10^3$$

$$+V_{BE} + 47kI_C - (56k + 470k)\left(I_D - \frac{I_C}{\beta}\right) = 0$$
$$I_C = -\frac{1}{47k + \frac{526k}{\beta}}\left(-526k\ I_D + V_{BE}\right) \tag{1}$$

En reportant l'expression de I_C dans l'expression de la tension V_{GS}, il s'ensuit que :

$$V_{GS} = -56k\left(I_D - \frac{-\frac{1}{47k+\frac{526k}{\beta}}\left(-526k\ I_D + V_{BE}\right)}{\beta}\right) = -\frac{56V_{BE} + 2632k\beta I_D}{47\beta + 526}$$

Le courant drain s'écrit :

$$I_D = K(V_{GS} - V_p)^2 = -\frac{1}{2632k\beta}\left(526V_{GS} + 56V_{BE} + 47\beta V_{GS}\right),$$

Où : $K = I_{DSS}/V_p^2 = \frac{12}{9}mA/V^2 = 1.33mA/V^2$. On peut réécrire l'équation en V_{GS} ainsi :

$$\begin{aligned} K(V_{GS} - V_p)^2 + \frac{1}{2632k\beta}\left(526V_{GS} + 56V_{BE} + 47\beta V_{GS}\right) &= 0 \\ \frac{1.33}{10^3}(V_{GS} + 3)^2 + \frac{1}{2632 \times 10^3 \times 200}\left(526V_{GS} + 56 \times 0.7 + 47 \times 200\ V_{GS}\right) &= 0 \\ (V_{GS} + 3)^2 + \frac{1}{1.33 \times 2632 \times 200}\left(526V_{GS} + 56 \times 0.7 + 47 \times 200\ V_{GS}\right) &= 0 \end{aligned}$$

$$V_{GS}^2 + 6.014\,2V_{GS} + 9. = 0$$

Les racines de l'équation du second degré en V_{GS} sont $V_{GS1} = -2.8V$, $V_{GS2} = -3.214V$. La valeur de V_{GS} qui correspond à un courant drain non nul est celle vérifiant $V_p = -3V < V_{GS} < 0V$; ce qui se traduit par :

$$V_{GS} = -2.8V$$

Le courant drain a pour valeur :

$$\begin{aligned} I_D &= K(V_{GS} - V_p)^2 \\ &= 1.33(-2.8 + 3)^2 mA \simeq 0.0532mA \end{aligned}$$

La valeur du courant collecteur I_C se déduit directement à partir de l'expression (1) :

$$I_C = -\frac{1}{47\ + \frac{526}{200}}\left(-526 \times 0.0532 + 0.7\right) mA \simeq 0.55mA$$

Maille M3 :

$$+15 - (470k + 56k)\left(I_D - \frac{I_C}{\beta}\right) - V_{DS} + 15 = 0$$

$$\begin{aligned} V_{DS} &= 30 - 526k\left(I_D - \frac{I_C}{\beta}\right) \\ &= 30 - 526\left(0.0532 - \frac{0.55}{200}\right)V \simeq 3.463V \end{aligned}$$

Maille M4 :

$$+15 - 47kI_E - V_{CE} + 15 = 0$$

$$\begin{aligned} V_{CE} &= 30 - 47kI_E \\ &\simeq 30 - 47kI_C \\ V_{CE} &= (30 - 47 \times 0.55)\,V = 4.15V \end{aligned}$$

On a :

$$V_{DS} = 3.463V > V_{GS} - V_P = (-2.8 + 3)\,V = 0.2V$$

et :

$$V_{CE} = 4.5V > V_{BE} = 0.7V$$

La supposition du départ est donc juste : *Le FET est en saturation et le bipolaire est en mode normal actif direct.*

Exercice 3:

1. **Schéma en dynamique des transistors**

a- FET

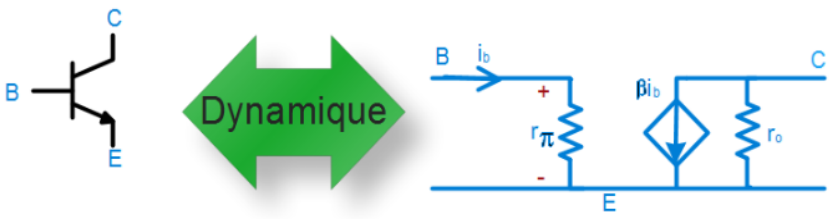
Avec :

$$\begin{aligned} g_m &= 2K(V_{GS} - V_p) \\ &= 2K\sqrt{\frac{I_D}{K}} \\ &= \frac{2}{|V_p|}\sqrt{I_{DSS}I_D} \end{aligned}$$

et :

$$r_0 = \frac{1}{\lambda I_D}$$

b- Bipolaire

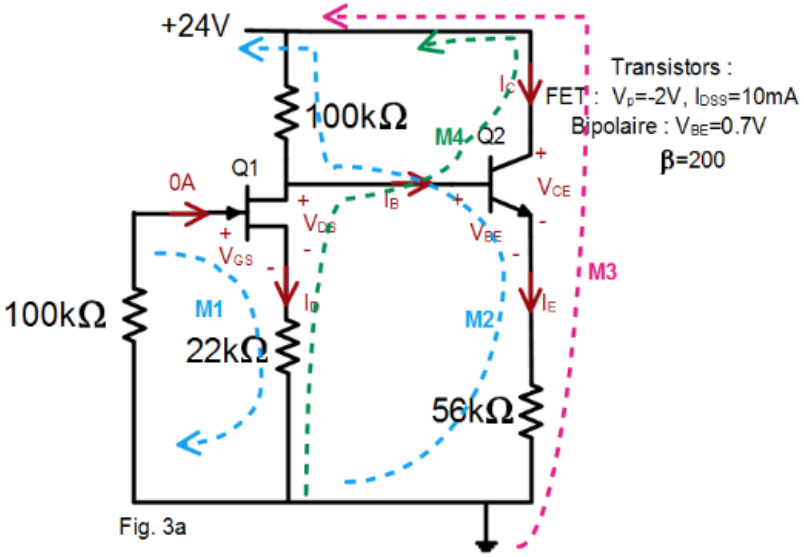


Avec :

$$r_\pi = \beta\frac{V_T}{I_C}, \qquad V_T = k_BT/e \simeq 26mA \text{ à température ambiante}$$
$$r_0 = \frac{V_A}{I_C}, \qquad V_A \text{ est la tension Early}$$

c- Détermination de r_π et g_m

Schéma en statique



On suppose un mode de saturation pour le FET et un mode actif direct pour le bipolaire.

Maille M1

$$+V_{GS} + 22kI_D = 0, \qquad k = 10^3$$

$$I_D = K(V_{GS} - V_p)^2, \qquad K = I_{DSS}/V_p^2 = \frac{10}{4}mA/V^2 = 2.5mA/V^2$$

Il en résulte que :

$$-\frac{V_{GS}}{22k\ K} = (V_{GS} - V_p)^2$$

$$\begin{aligned} V_{GS}^2 + \left(\frac{1}{22k\ K} - 2V_p\right)V_{GS} + V_p^2 &= 0 \\ V_{GS}^2 + \left(\frac{1}{22\times 2.5} + 4\right)V_{GS} + 4 &= 0 \\ V_{GS}^2 + 4.0182V_{GS} + 4 &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de l'équation en V_{GS} sont $\{V_{GS1} = -2.2V,\ V_{GS2} \simeq -1.82V\}$. La tension V_{GS} est la racine vérifiant $V_p < V_{GS} < 0$; Celle-ci vaut donc :

$$V_{GS} = -1.82V$$

Le courant drain a pour valeur :

$$I_D = -\frac{V_{GS}}{22k} = \frac{1.82}{22}mA = 0.083mA$$

Maille M2

$$\begin{aligned} -56kI_E - V_{BE} - 100k\left(I_D + \frac{I_C}{\beta}\right) + V_{DD} &= 0, \quad I_E \simeq I_C, \quad \beta \gg 1, \quad V_{DD} = 24V \\ -56kI_C - V_{BE} - 100k\left(I_D + \frac{I_C}{\beta}\right) + V_{DD} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_C &= -\frac{1}{56k + \frac{100k}{\beta}}\left(100k\ I_D + V_{BE} - V_{DD}\right) \\ &= -\frac{1}{56\ + \frac{100}{200}}\left(100 \times 0.083 + 0.7 - 24\right) mA \simeq 0.265mA \end{aligned}$$

Maille M3

$$-56kI_E - V_{CE} + V_{DD} = 0$$

$$\begin{aligned} V_{CE} &\simeq V_{DD} - 56kI_C \\ &= \left(24 - 56 \times 0.265\right) V = 9.16V \end{aligned}$$

Maille M4

$$-22kI_D - V_{DS} - V_{CB} + V_{DD} = 0$$

$$\begin{aligned} V_{DS} &= V_{DD} - (V_{CE} - V_{BE}) - 22kI_D \\ &= \left(24 - (9.16 - 0.7) - 22 \times 0.083\right) V \simeq 13.7V \end{aligned}$$

■ Pour le transistor à effet de champs $Q1$, on a :

$$V_{DS} = 13.7V > V_{GS} - V_p = (-1.82 + 2)\, V = 0.18V$$

$Q1$ est en saturation.

■ Pour le transistor bipolaire $Q2$, on a :

$$V_{CE} = 9.16V > V_{BE} = 0.7V$$

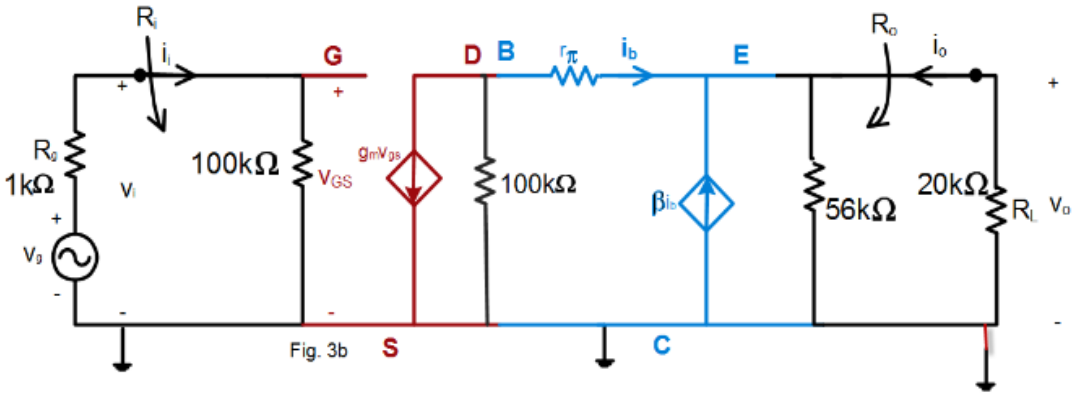
$Q2$ fonctionne en mode normal actif direct. *La supposition est donc juste.*

Les valeurs de g_m et r_π sont :

$$\begin{aligned} r_\pi &= \beta\frac{V_T}{I_C} \\ &= 200\frac{26}{0.265}\Omega \simeq 19.6k\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_m &= \frac{2}{|V_p|}\sqrt{I_{DSS}I_D} \\ &= \frac{2}{2}\sqrt{10 \times 0.083}mA \simeq 0.91mA/V \end{aligned}$$

2. **Schéma en dynamique de l'amplificateur (Cf. fig3b)**



$$r_0 = \infty, \qquad r_d = \infty$$

3.

■ Gain en tension A_v

$$v_0 \;(56k \parallel 20k)\,(\beta+1)\,i_b$$

La *loi diviseur de courant* nous permet d'écrire :

$$i_b = \frac{100k \parallel (r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1))}{r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1)}\,(-g_m v_{gs})$$

Compte tenu du fait que $v_{gs} = v_i$, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} A_v &= \frac{v_0}{v_i} = -\,(56k \parallel 20k)\,(\beta+1)\,\frac{100k}{100k + r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1)}\,g_m \\ &= -\frac{(1/56 + 1/20)^{-1}\,(200+1) \times 100 \times 0.91}{100 + 19.6 + (200+1)\,(1/56+1/20)^{-1}} = -87.47 \end{aligned}$$

■ Gain en courant A_i

Loi Diviseur de courant

$$i_0 = -\frac{56k \parallel 20k}{20k}\,(\beta+1)\,i_b$$

Or :

$$\begin{aligned} i_b &= \frac{100k \parallel (r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1))}{r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1)}\,(-g_m v_i) \\ &= \frac{100k \parallel (r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1))}{r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1)}\,(-g_m 100k\; i_i) \end{aligned}$$

Il en résulte que :

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{56k \parallel 20k}{20k}\,(\beta+1)\,\frac{100k \parallel (r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1))}{r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1)}\,(g_m 100k\;) \\ &= \frac{56k \parallel 20k}{20k}\,(\beta+1)\,\frac{100k}{100k + r_\pi + (56k \parallel 20k)\,(\beta+1)}\,(g_m 100k\;) \\ &= \frac{(1/56+1/20)^{-1}}{20}\,(200+1)\,\frac{100\;\;(0.91 \times 100\;)}{100\;\; + 19.6 + (1/56+1/20)^{-1}\,(200+1)} = 437.34 \end{aligned}$$

On peut également retrouver la même valeur du gain en courant A_i en introduisant le gain en tension :

$$\begin{aligned} A_i &= -\frac{i_0}{i_i} \\ &= \frac{\frac{-v_0}{R_L}}{\frac{v_i}{100k}} \\ &= -\frac{100k}{R_L} A_v \\ &= \frac{100}{20} 87.47 = 437.34 \end{aligned}$$

■ **Résistance R_i**

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = 100k\Omega$$

■ **Résistance de sortie R_0 du montage de la figure 3**

◊ **Schéma (Cf. fig.3c)**

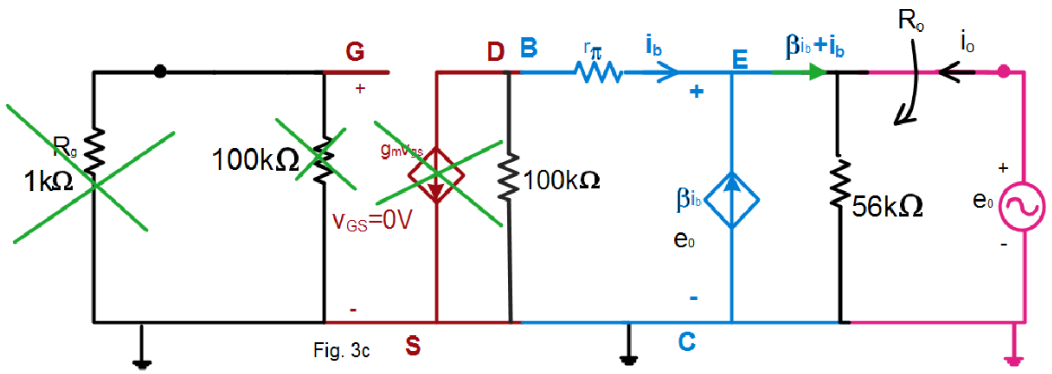


Fig. 3c

La résistance de sortie est définie par :

$$R_0 = \frac{e_0}{i_0}$$

Or :

$$\begin{aligned} i_0 &= \frac{e_0}{56k} - (\beta+1)\, i_b \\ &= \frac{e_0}{56k} - (\beta+1)\left(-\frac{e_0}{r_\pi + 100k}\right) \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} R_0 &= \left(\frac{i_0}{e_0}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{56k} + \frac{\beta+1}{r_\pi + 100k}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{56} + \frac{200+1}{19.6+100}\right)^{-1} k\Omega \simeq 0.588k\Omega \end{aligned}$$

Exercice 4:

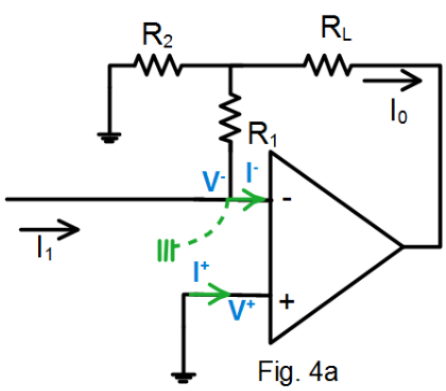
Les amplificateurs operationnels sont supposés idéals.
Ainsi :

1. **Fig.4a**

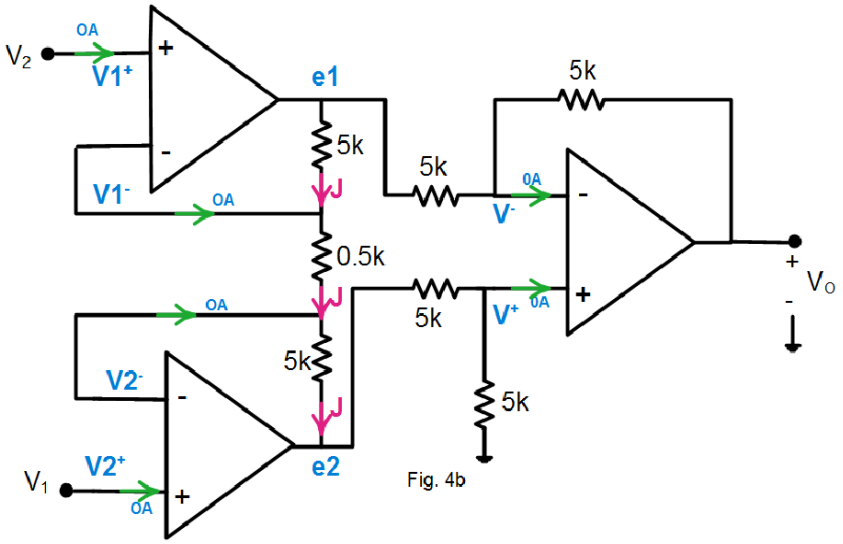
$$\begin{aligned} V^+ &\simeq V^- = 0V \\ I^+ &= I^- = 0A \end{aligned}$$

Les résistances R_1 et R_2 sont en parallèles et I_1 traverse la résistance R_1. Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{R_1 \parallel R_2}{R_1} I_0, \qquad \textit{Loi Diviseur de tension} \\ I_0 &= \underbrace{\frac{R_1 + R_2}{R_2}}_{k} I_1 \end{aligned}$$



2. **Fig.4b**



$$\begin{aligned} V_1^+ &= V_2 = V_1^- \\ V_2^+ &= V_1 = V_2^- \end{aligned}$$

Puisque les courants des entrées des amplificateurs sont quasiment nuls, les résistances $5k$, $0.5k$ et $5k$ sont en séries et sont traversées par le même courant J (voir figure 4b). La *loi Diviseur de tension* nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} V_2 - V_1 &= V_1^+ - V_2^+ \\ &= V_1^- - V_2^- \\ &= \frac{0.5k}{5k + 0.5k + 5k}(e_1 - e_2) \\ &= \frac{e_1 - e_2}{21} \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} V^+ &= \frac{5k}{5k + 5k} e_2 = \frac{1}{2} e_2, \qquad \textit{Loi diviseur de tension} \\ V^- &= \frac{\frac{e_1}{5k} + \frac{v_0}{5k}}{\frac{1}{5k} + \frac{1}{5k}}, \qquad \textit{Théorème de Millmann} \end{aligned}$$

Or :

$$V^+ = V^-$$

Soit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}e_2 &= \frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}v_0 \\ v_0 &= e_2 - e_1 \\ &= 21(V_1 - V_2) \end{aligned}$$

Fin