

Série 3 : Correction

SMP4 : Electronique Sections A/B

Transistors Bipolaires/Amplificateurs

Exercice 1 :

1. **Fig. 1a** : Le transistor est caractérisé par $V_{BE} = 0.7V$, $V_{CE(sat)} = 0.2V$ et $\beta = 99$.

On suppose que le transistor fonctionne en mode actif direct.

Maille m :

$$-5.7V + 10kI_C/\beta + V_{BE} + 2kI_E = 0$$

Or :

$$\begin{aligned} I_E &= I_C + I_B \\ &= (\beta + 1)I_B \\ &= I_C/\alpha, \quad \alpha = \frac{\beta}{\beta + 1} \end{aligned}$$

Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{5.7V - V_{BE}}{10k/\beta + 2k/\alpha} \\ &\simeq 99 \frac{5.7 - 0.7}{10 + 2 \times 100} mA \\ I_C &\simeq 2.357 mA \\ I_B &= I_C/\beta \\ I_B &\simeq 23.81 \mu A \\ I_E &= I_C/\alpha \\ &= (\beta + 1)/\beta I_C \\ &\simeq 100/99 \times 2.357 mA \\ I_E &\simeq 2.38 mA \end{aligned}$$

Maille m' :

$$-2kI_E - V_{CE} - RI_C + 10.7V = 0$$

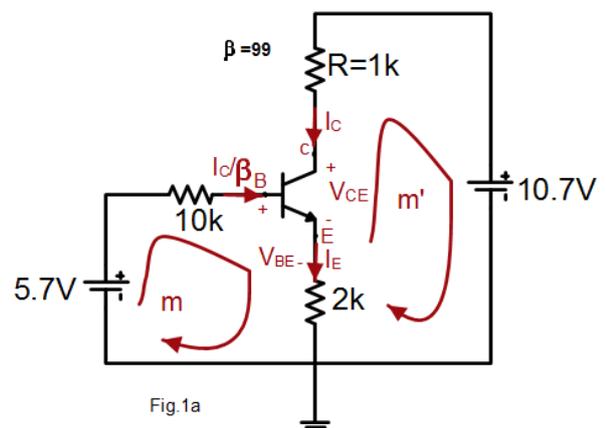
Soit :

$$\begin{aligned} V_{CE} &= -2kI_C/\alpha - RI_C + 10.7V \\ &= 10.7V - (2k/\alpha + R)I_C \\ &= 10.7 - (2 \times 100/99 + 1) \times 2.357 \\ V_{CE} &\simeq 3.58V \end{aligned}$$

La tension V_{BC} est donnée par :

$$\begin{aligned} V_{BC} &= V_{BE} - V_{CE} \\ &= 0.7V - 3.58V \\ V_{BC} &\simeq -2.88V \end{aligned}$$

La tension V_{BC} est négative et le courant $I_B > 0$. la supposition est donc juste et le transistor fonctionne en mode actif direct.



2. Fig. 1a : $R = 10k\Omega$

Le courant I_C étant déterminé par la maille (m), la valeur de I_C et celles de I_B et I_E restent inchangées pour une *supposition d'un fonctionnement du transistor en mode actif direct*. En supposant un mode actif direct, la valeur de V_{CE} est :

$$\begin{aligned} V_{CE} &= 10.7V - (2k/\alpha + R)I_C \\ &= 10.7 - (2 \times 100/99 + 10) \times 2.357 \\ &\simeq -17.63V \\ V_{BC} &= V_{BE} - V_{CE} = 0.7V + 17.63V = 18.3V \gg 0.7V \end{aligned}$$

La supposition mode actif direct est donc fautive. Supposons, cette fois, que le transistor fonctionne en *mode de saturation*. Il en résulte que (cf. fig 1a-b) :

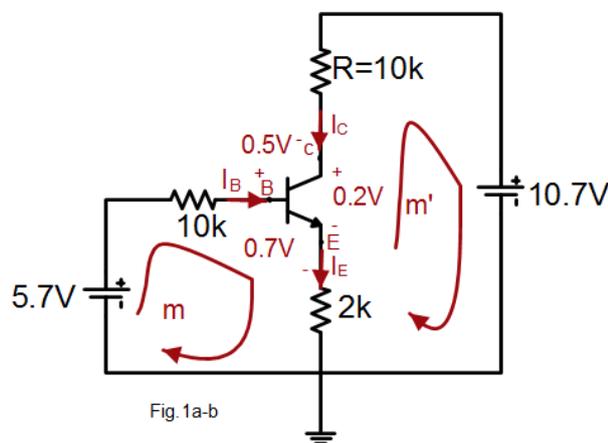
$$\begin{aligned} V_{CE} &\simeq V_{CE(sat)} = 0.2V \\ V_{BE} &= 0.7V \\ V_{BC} &= 0.5V \end{aligned}$$

La loi des mailles appliquée aux mailles (m) et (m') se traduit par :

$$\begin{aligned} -5.7 + 10kI_B + 0.7 + 2k(I_C + I_B) &= 0, & (m) \\ -2k(I_C + I_B) - 0.2 - RI_C + 10.7 &= 0, & (m') \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 2 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10.5 \end{pmatrix}$$



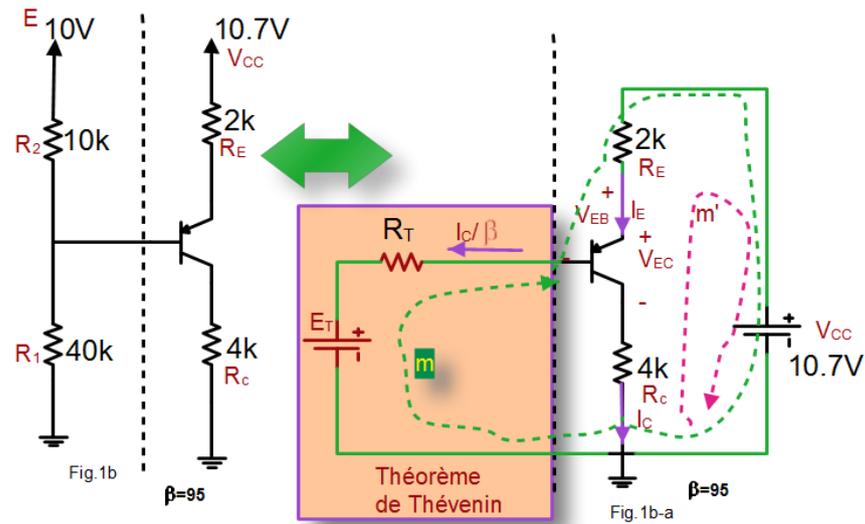
Où les valeurs de I_B et I_C obtenues par résolution du système linéaire ci-dessus sont en (mA). Ces valeurs sont :

$$\begin{aligned} I_B &= \frac{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 10.5 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 2 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}} mA = \frac{39}{140} mA \simeq 0.278 mA \\ I_C &= \frac{\begin{vmatrix} 12 & 5 \\ 2 & 10.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 2 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}} mA = \frac{116}{140} mA \simeq 0.828 mA \\ I_E &= I_C + I_B = 1.106 mA \\ V_E &= 2kI_E \simeq 2.212V \\ V_C &= V_E + 0.2V \simeq 2.412V \\ V_B &= V_E + 0.7V \simeq 2.912V \end{aligned}$$

Les courants sont positifs. De plus, on a :

$$I_C = 0.828 mA < \beta I_b = 27.5 mA$$

Le transistor fonctionne donc en mode de saturation. Les valeurs des tensions et des courants sont celles indiquées ci-dessus.



3. Fig. 1b :

L'application du théorème de Thévenin au circuit de la figure 1b permet d'obtenir le circuit de la figure 1b - a, où :

$$\begin{aligned} R_T &= R_1 \parallel R_2 \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{10} \right)^{-1} k\Omega = 8k\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_T &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} E \\ &= \frac{40}{50} \times 10V = 8V \end{aligned}$$

Supposons que le transistor *fonctionne en mode actif direct*. La loi des mailles appliquées à la maille (m) entraîne :

$$-E_T - R_T I_C / \beta - V_{EB} - R_E I_E + V_{CC} = 0$$

où $I_E = I_C / \alpha$, $\alpha = \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{95}{96} \simeq 1$ ($\beta \gg 1$). On en déduit que :

$$\begin{aligned} I_C &\simeq \frac{V_{CC} - E_T - V_{EB}}{R_E + \frac{R_T}{\beta}} \\ &\simeq \frac{10.7 - 8 - 0.7}{2 + 8/95} mA \end{aligned}$$

$$I_C \simeq 0.96 mA$$

$$I_B = I_C / \beta$$

$$I_B \simeq 0.96 / 95 mA \simeq 0.01 mA$$

$$I_E \simeq I_C$$

Maille m' :

$$-R_C I_C - V_{EC} - R_E I_E + V_{CC} = 0$$

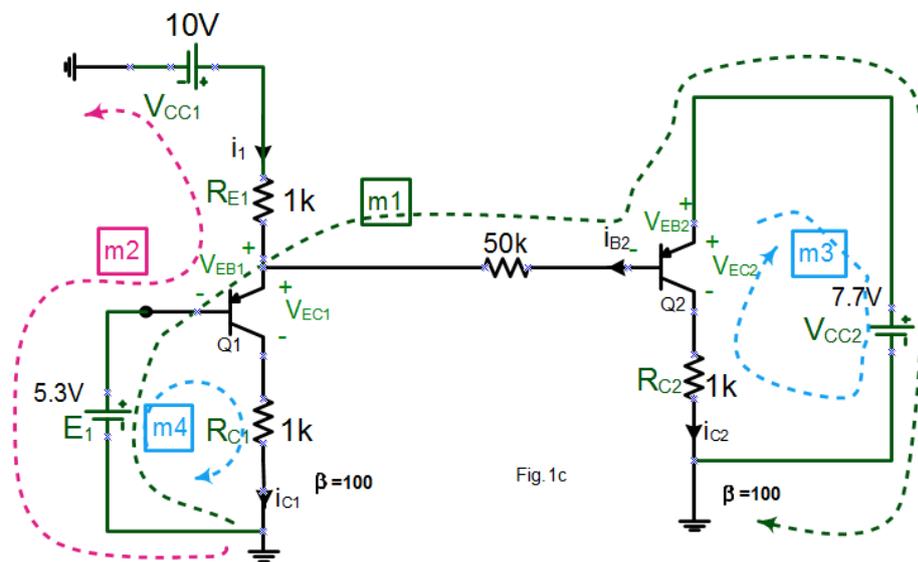
$$\begin{aligned}
 V_{EC} &\simeq V_{CC} - (R_C + R_E)I_C, & \beta &\gg 1 \\
 &\simeq 10.7V - 6kI_C \\
 V_{EC} &\simeq 10.7 - 6 \times 0.96 \simeq 4.94V
 \end{aligned}$$

La tension entre collecteur et base est :

$$\begin{aligned}
 V_{CB} &= V_{CE} + V_{EB} \\
 &= -4.94 + 0.7V \\
 V_{CB} &= -4.24V < 0
 \end{aligned}$$

La supposition '*Fonctionnement du transistor en mode actif direct*' est donc juste. Les valeurs des tensions et des courants sont donc celles indiquées ci-dessus.

Fig. 1c:



Supposons que les deux transistors fonctionnent en mode actif direct. Appliquons la loi des mailles au circuit de la figure 1c.

◇ **Maille m1 :**

$$-E_1 - V_{EB1} - 50kI_{C2}/\beta - V_{EB2} + V_{CC2} = 0$$

Soit :

$$\begin{aligned}
 I_{C2} &= \beta \frac{V_{CC2} - E_1 - V_{EB1} - V_{EB2}}{50k} \\
 &\simeq 100 \frac{7.7 - 5.3 - 0.7 - 0.7}{50} mA \\
 I_{C2} &\simeq 2mA
 \end{aligned}$$

◇ **Maille m2 :**

$$-E_1 - V_{EB1} - R_{E1}I_1 + V_{CC1} = 0$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{V_{CC1} - E_1 - V_{EB1}}{R_{E1}} \\
 &\simeq \frac{10 - 5.3 - 0.7}{1} \text{mA} \\
 I_1 &\simeq 4 \text{mA} \\
 I_{E1} &= i_{B2} + i_1 \\
 &= I_{C2}/\beta + i_1 \\
 I_{E1} &\simeq (0.02 + 4) \text{mA} = 4.02 \text{mA} \\
 I_{C1} &= \alpha I_{E1} \\
 &= \frac{\beta}{\beta + 1} I_{E1} \\
 I_{C1} &\simeq \frac{100}{101} 4.02 \text{mA} \simeq 3.98 \text{mA}
 \end{aligned}$$

◇ Maille m3 :

$$-R_{C2}I_{C2} - V_{EC2} + V_{CC2} = 0$$

$$V_{EC2} = V_{CC2} - R_{C2}I_{C2}$$

$$V_{EC2} \simeq (7.7 - 1 \times 2) \text{V} = 5.7 \text{V} > 0.7 \text{V}$$

◇ Maille m4 :

$$-E_1 + V_{BC1} + R_{C1}I_{C1} = 0$$

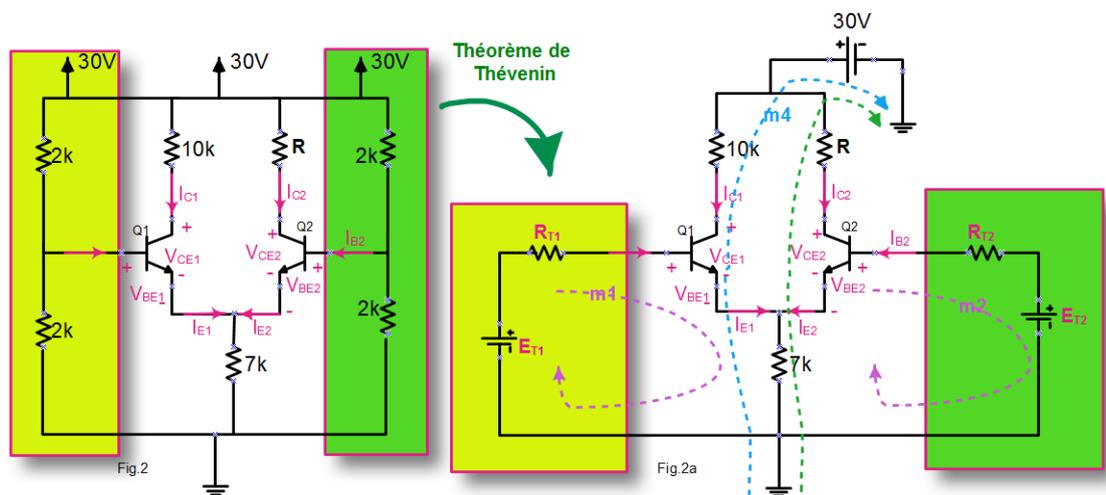
$$V_{EC1} = E_1 - V_{BE1} - R_{C1}I_{C1}$$

$$V_{EC1} \simeq 5.3 + 0.7 - 1 \times 3.98 \simeq 2.02 \text{V} > 0.7 \text{V}$$

La supposition est donc juste.

Exercice 2 :

Les transistors de la figure 2 sont identiques. On donne $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 100$ et $V_{BE1} = V_{BE2} = 0.7 \text{V}$. L'application du théorème de Thévenin au circuit de la figure 2 permet de redessiner le circuit sous la forme indiquée à la figure 2a, où :



$$R_{T1} = R_{T2} = 2k\Omega \parallel 2k\Omega = 1k\Omega$$

$$E_{T1} = E_{T2} = 2k/(2k + 2k) \times 30 \text{V} = 15 \text{V}$$

1. Cas $R = 10K\Omega$

Le circuit présente une symétrie pour cette configuration des résistances du fait que les deux transistors sont identiques. Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} I_{E1} &= I_{E2} = I_E \\ I_{C1} &= I_{C2} = I_C \\ I_{B1} &= I_{B2} = I_B \\ V_{CE1} &= V_{CE2} = V_{CE} \\ V_{CB1} &= V_{CB2} = V_{CB} \\ E_{T1} &= E_{T2} = E_T \\ R_{T1} &= R_{T2} = \end{aligned}$$

La résistance de $7k\Omega$ est traversée par $2I_E$. Le potentiel de l'émetteur $V_{E1} = V_{E2} = 14kI_{E1} = 14kI_{E2} = 14kI_E$. Le courant I_E traverse donc une résistance de $14k\Omega$ pour que la tension de l'émetteur soit maintenue à V_E . On peut donc exploiter la moitié du circuit de la (fig.2a), représentée à la figure 2b, pour déterminer les courants et les tensions relatives au point de fonctionnement.

Loi des Mailles
Maille m1 (Fig. 2b)

$$-E_T + R_T I_C / \beta + V_{BE} + 14kI_E = 0, \quad I_E \simeq I_C \quad (\beta \gg 1)$$

$$I_C \simeq \frac{E_T - V_{BE}}{14k + R_T / \beta}$$

$$I_C \simeq I_E \simeq \frac{15 - 0.7}{14 + 1/100} mA = 1.02 mA$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta}$$

$$I_B \simeq 0.0102 mA$$

Maille m2 (Fig. 2b)

$$-14kI_E - V_{CE} - 10kI_C + 30V = 0$$

$$V_{CE} \simeq 30V - (14k + 10k)I_C$$

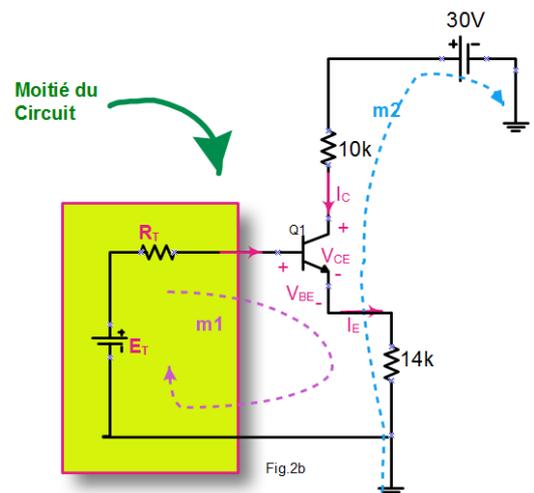
$$V_{CE} \simeq 30 - 24 \times 1.02 = 5.52V > 0.7V$$

Les deux transistors fonctionnent donc en mode actif direct et :

$$I_{C1} = I_{C2} = 1.02 mA \simeq I_{E2} = I_{E1}$$

$$I_{B1} = I_{B2} = 0.0102 mA$$

$$V_{CE1} = V_{CE2} = 5.52V$$



Cas $R = 0K\Omega$

Le circuit dans ce cas ne présente pas de symétrie. On ne peut pas utiliser la notion de 'demi-circuit'. Pour le calcul du point de fonctionnement, on adopte le schéma de la figure 2a. En supposant un mode actif direct pour les deux transistors $Q1$ et $Q2$ et en appliquant la loi des mailles, nous obtenons :

Mailles m1, m2 (Fig. 2a)

$$\begin{aligned} -E_{T1} + R_{T1}I_{C1}/\beta_1 + V_{BE1} + 7k(I_{E1} + I_{E2}) &= 0, & I_{E1} \simeq I_{C1}, & I_{E2} \simeq I_{C2} (\beta_{1,2} \gg 1) \\ -E_{T2} + R_{T2}I_{C2}/\beta_2 + V_{BE2} + 7k(I_{E1} + I_{E2}) &= 0 \end{aligned}$$

En réécrivant le système ci-dessus sous forme matricielle, on aura :

$$\begin{pmatrix} \frac{R_{T1}}{\beta_1} + 7k & 7k \\ 7k & \frac{R_{T2}}{\beta_2} + 7k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{T1} - V_{BE1} \\ E_{T2} - V_{BE2} \end{pmatrix}$$

Du fait que $E_{T1} = E_{T2}$, $V_{BE1} = V_{BE2}$ et $R_{T1} = R_{T2}$, on aura $I_{C1} = I_{C2}$ et $I_{E1} = I_{E2}$ (voir système ci-dessus). On déduit que :

$$\begin{aligned} I_{C1} &= I_{C2} \simeq \frac{E_{T1} - V_{BE1}}{\frac{R_{T1}}{\beta_1} + 14k} \simeq 1.02mA \\ I_{B1} &= I_{B2} = I_{C1}/\beta_1 \simeq 0.0102mA \end{aligned}$$

Mailles m3, m4 (Fig. 2a)

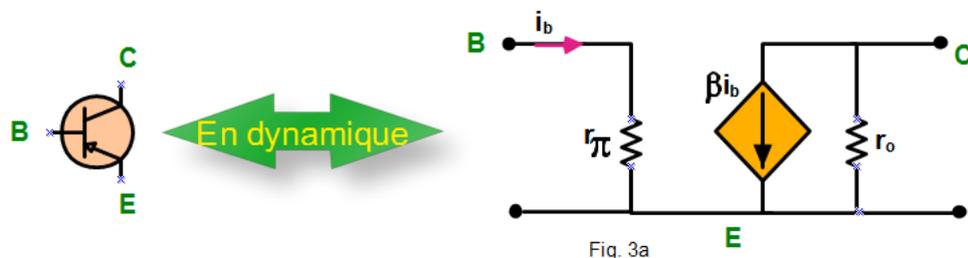
$$\begin{aligned} -14kI_{E1} - V_{CE1} - RI_{E1} + 30V &= 0, & I_{E2} \simeq I_{C2} (\beta_2 \gg 1) & \quad (m3) \\ V_{CE2} &= 30 - 14 \times 1.02mA = 15.72V > 0.7V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -14kI_{E1} - V_{CE1} - RI_{E1} + 30V &= 0, & I_{E1} \simeq I_{C1} (\beta_1 \gg 1) \\ V_{CE1} &\simeq 30V - (R + 14k)I_{C1} \\ V_{CE1} &\simeq 30 - 24 \times 1.02 = 5.52V > 0.7V \end{aligned}$$

Les transistors fonctionnent effectivement en mode actif direct et le point de fonctionnement est représenté par les valeurs numériques ci-dessus.

Exercice 3 : _____

1. Le schéma en dynamique du transistor PNP est représenté à la figure 3a.

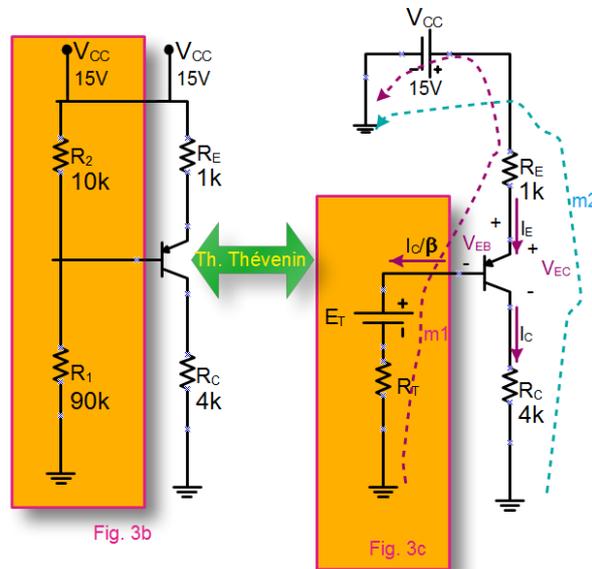


Où :

$$\begin{aligned} r_\pi &= \beta V_T / I_C, & V_T &= kT/e \simeq 25mV \text{ à température ambiante} \\ r_o &= \frac{V_A}{I_C} \end{aligned}$$

Calcul de I_C

Supposons le fonctionnement du transistor en mode actif direct. Le schéma en statique du circuit (*fig.3b*) peut être transformé au circuit de la figure 3c par application du théorème de Thévenin, où :



$$\begin{aligned}
 E_T &= \frac{R_1}{R_2 + R_1} V_{CC} \\
 &= \frac{90}{100} 15V \simeq 13.5V \\
 R_T &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \\
 &= \left(\frac{1}{90} + \frac{1}{10} \right)^{-1} k\Omega = 9k\Omega
 \end{aligned}$$

Mailles m1 (Fig. 3c)

$$-E_T - R_T I_C / \beta - V_{EB} - R_E I_E + V_{CC} = 0, \quad I_E \simeq I_C \quad (\beta \gg 1)$$

$$\begin{aligned}
 I_C &\simeq \frac{V_{CC} - V_{EB} - E_T}{R_T / \beta + R_E} \\
 &\simeq \frac{15 - 0.7 - 13.5}{9/100 + 1} \simeq 0.734mA > 0
 \end{aligned}$$

Mailles m2 (Fig. 3c)

$$-R_C I_C - V_{EC} - R_E I_E + V_{CC} = 0$$

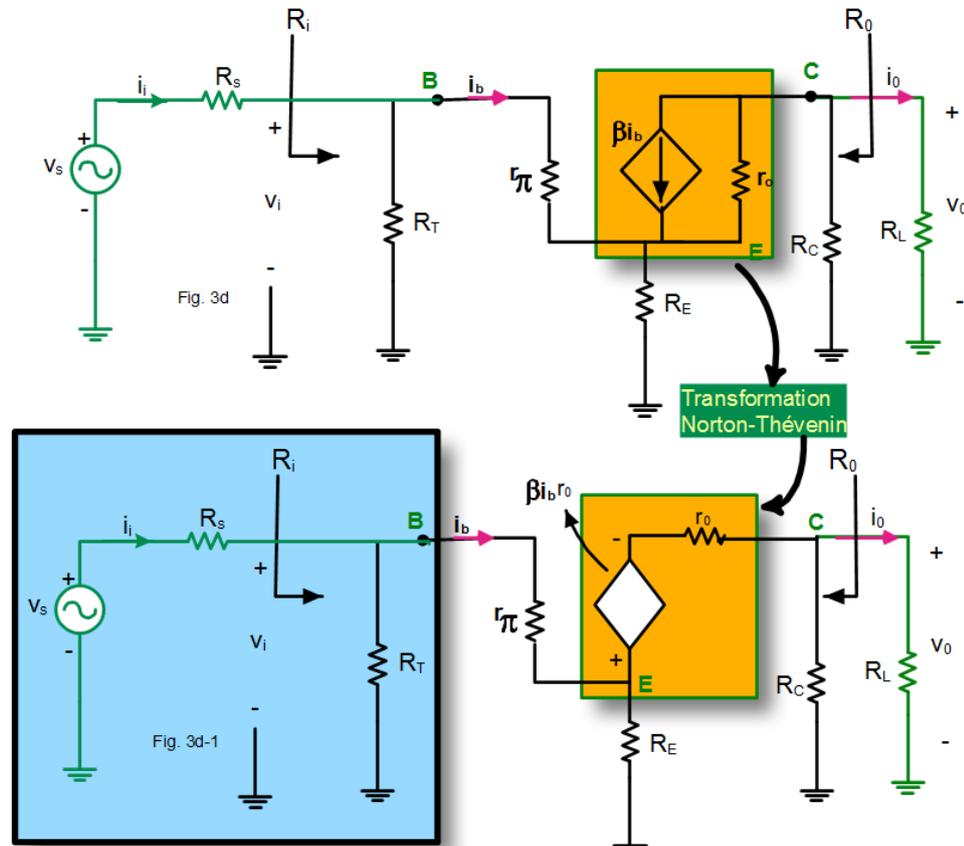
$$\begin{aligned}
 V_{EC} &\simeq V_{CC} - (R_E + R_C) I_C \\
 &\simeq 15 - 5 \times 0.734 \simeq 11.33V > 0.7V
 \end{aligned}$$

La supposition est juste et $I_C = 0.734mA$. La résistance r_π et la tension Early V_A ont donc pour valeurs :

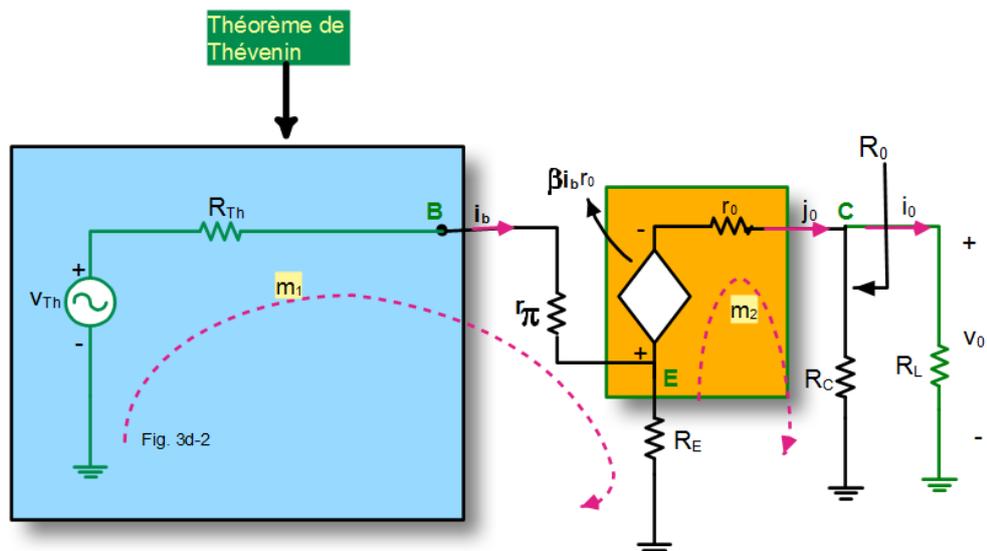
$$\begin{aligned}
 r_\pi &= \frac{25}{0.734} 100\Omega \simeq 3.4k\Omega \\
 V_A &= r_0 I_C = \frac{I_C}{r_0^{-1}} = \frac{0.734}{0.01} = 73.4V, \quad r_0 = 100k\Omega
 \end{aligned}$$

► Interrupteur K ouvert

Le schéma de l'amplificateur en dynamique (petits signaux) est représenté à la figure 3d. La transformation Norton-Thévenin conduit au schéma équivalent de la figure 3d-1. Il s'agit d'un amplificateur 'Emetteur commun avec résistance émetteur'.



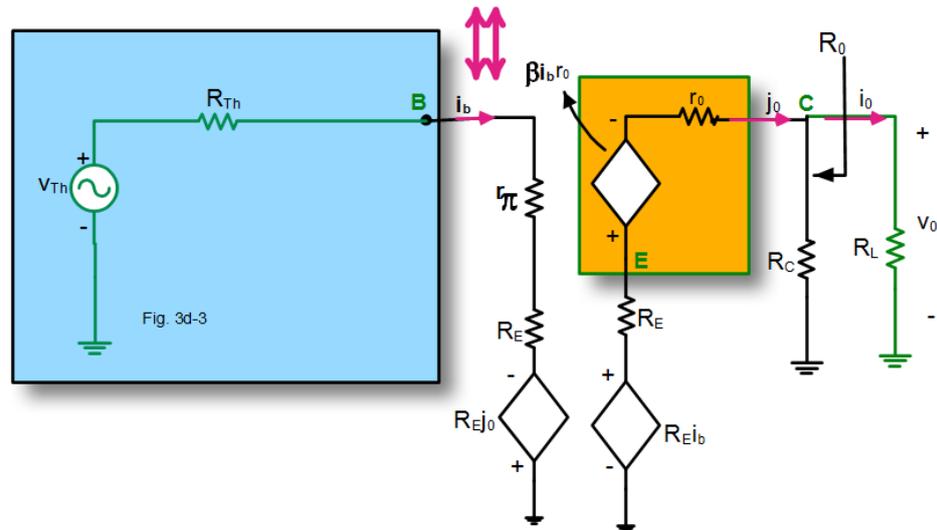
En appliquant le théorème de Thévenin au dipôle encadré de la figure 3d-1, nous obtenons le schéma de la figure 3d-2, où :



$$E_{Th} = \frac{R_T}{R_T + R_s} v_s$$

$$R_{Th} = \left(\frac{1}{R_T} + \frac{1}{R_s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{2} \right)^{-1} k\Omega \simeq 1.64 k\Omega, \quad R_T = R_1 \parallel R_2 = 9 k\Omega$$

Le schéma de la figure 3d-2 peut être mis sous la forme équivalente de la figure 3d-3.



Loi 'Diviseur de Tension' à la sortie :

$$v_0 = \frac{R_C \parallel R_L}{R_C \parallel R_L + r_0 + R_E} (R_E i_b - r_0 \beta i_b) = R_C \parallel R_L j_0$$

Maille d'entrée :

$$-V_{Th} + (R_{Th} + r_\pi + R_E) i_b - R_E j_0 = 0 \quad (a)$$

$$i_b = \frac{R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E} j_0 + \frac{V_{Th}}{R_{Th} + r_\pi + R_E} \quad (b)$$

On peut également déduire ces expressions précédentes en adoptant la loi des mailles appliquée aux mailles (m1) et (m2) de la figure 3d-2.

En reportant l'expression (b) de i_b dans la relation (a), on obtient :

$$\frac{R_E - r_0 \beta}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} \left(\frac{R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E} j_0 + \frac{V_{Th}}{R_{Th} + r_\pi + R_E} \right) = j_0$$

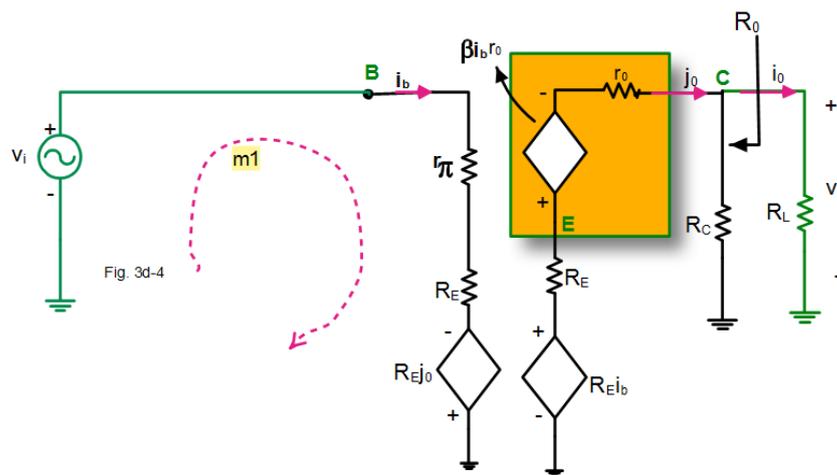
$$\left(\frac{R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E} \frac{1}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} (R_E - r_0 \beta) - 1 \right) j_0 = \frac{1}{R_C \parallel R_L + r_0 + R_E} \frac{r_0 \beta - R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E} V_{Th}$$

$$\begin{aligned} v_0 &= (R_C \parallel R_L) j_0 = R_C \parallel R_L \frac{\frac{1}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} \frac{r_0 \beta - R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E}}{\frac{R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E} \frac{1}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} (R_E - r_0 \beta) - 1} V_{Th} \\ &= R_C \parallel R_L \frac{\frac{1}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} \frac{r_0 \beta - R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E}}{\frac{R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E} \frac{1}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} (R_E - r_0 \beta) - 1} \frac{R_T}{R_T + R_s} v_s \\ A_{vs} &= \frac{v_o}{v_s} = - (R_C \parallel R_L) \frac{\frac{1}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} \frac{r_0 \beta - R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E}}{\frac{R_E}{R_{Th} + r_\pi + R_E} \frac{1}{(R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E} (r_0 \beta - R_E) + 1} \frac{R_T}{R_T + R_s} \\ &= - (R_C \parallel R_L) \frac{r_0 \beta - R_E}{R_E (r_0 \beta - R_E) + (R_{Th} + r_\pi + R_E) ((R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E)} \frac{R_T}{R_T + R_s} \\ &= - (3.64) \frac{100 \times 100 - 1}{1 \times (100 \times 100 - 1) + (1.64 + 3.4 + 1) ((3.64) + 100 + 1)} \frac{9}{9 + 2} \simeq -2.801 \end{aligned}$$

Notons que pour le cas qui nous intéresse, à savoir le gain $A_v = v_o/v_i$, on peut déduire son expression directement à partir de A_{vs} . En effet, en posant $R_s = 0$, la tension v_i coïncide avec v_s et $R_{Th} = 0$. Le gain A_v est donc :

$$\begin{aligned} A_v &= A_{vs}|_{R_s=0} = \frac{v_o}{v_i} \\ &= -(R_C \parallel R_L) \frac{r_0\beta - R_E}{R_E(r_0\beta - R_E) + (r_\pi + R_E)((R_C \parallel R_L) + r_0 + R_E)} \\ &= -3.64 \frac{100 \times 100 - 1}{1 \times (100 \times 100 - 1) + (3.4 + 1)((3.64) + 100 + 1)} \simeq -3.48 \end{aligned}$$

Le résultat peut être également obtenu en réécrivant les équations (a) et (b) à partir du schéma de la figure 3d-4 (maille $m1$).



Gain en courant :

Le courant d'entrée est donné par (Cf. fig. 3d) :

$$\begin{aligned} i_i &= \frac{v_s - v_i}{R_s} \\ &= \frac{v_s - \frac{1}{A_v}v_o}{R_s} \\ i_o &= \frac{v_o}{R_L} \end{aligned}$$

Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{i_o}{i_i} \\ &= \frac{R_s}{R_L} \left(\frac{v_s}{v_o} - \frac{1}{A_v} \right)^{-1} \\ &= \frac{R_s}{R_L} \left(\frac{1}{A_{vs}} - \frac{1}{A_v} \right)^{-1} \\ &= \frac{2}{40} \left(\frac{1}{-2.801} - \frac{1}{-3.48} \right)^{-1} = -0.71778 \end{aligned}$$

La résistance d'entrée R_i de l'amplificateur est définie par :

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{v_i}{i_i} \\ &= R_T \parallel \frac{v_i}{i_b} \end{aligned}$$

A partir du schéma de la figure 3d-4, nous avons :

$$\frac{v_i}{i_b} = r_\pi + R_E - R_E \frac{j\omega}{i_b}$$

Or :

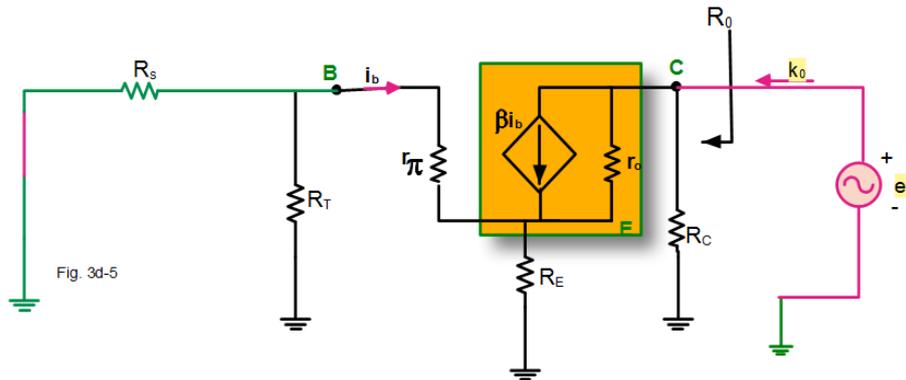
$$\frac{R_E - r_0\beta}{R_C \parallel R_L + r_0 + R_E} = \frac{j\omega}{i_b}$$

Il en résulte que :

$$\begin{aligned} \frac{v_i}{i_b} &= r_\pi + R_E - R_E \frac{R_E - r_0\beta}{R_C \parallel R_L + r_0 + R_E} \\ &= \left(3.4 + 1 - 1 \times \frac{1 - 100 \times 100}{3.64 + 100 + 1} \right) k\Omega = 99.96 \simeq 100 k\Omega \\ R_i &= \left(\frac{1}{R_T} + \frac{1}{\frac{v_i}{i_b}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{9.} + \frac{1}{100.} \right)^{-1} k\Omega \simeq 8.26 k\Omega \end{aligned}$$

Pour déterminer la tension de sortie, on éteint les sources indépendantes, on élimine la charge et on la remplace par une tension e_0 qui débite un courant k_0 (cf. fig. 3d-5). La résistance de sortie est définie par :

$$R_0 = \frac{e_0}{k_0}$$



L'application de la loi des noeuds du côté de la source e_0 nous permet d'écrire :

$$k_0 = \frac{e_0}{R_C} + \frac{e_0 - v_E}{r_0} + \beta i_b \quad (c)$$

avec v_E est le potentiel de l'émetteur. D'autre part, nous avons :

$$v_E = -(R_s \parallel R_T + r_\pi) i_b \quad (d)$$

et :

$$v_E = R_E \left((\beta + 1) i_b + \frac{e_0 - v_E}{r_0} \right) = -(R_s \parallel R_T + r_\pi) i_b$$

Soit :

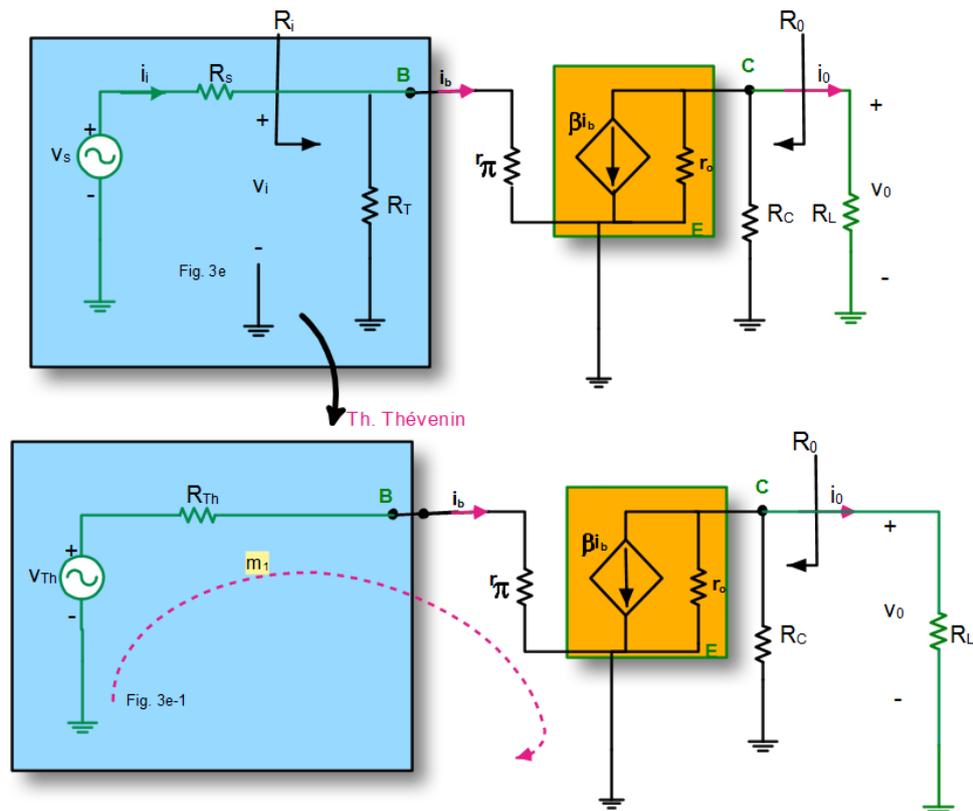
$$\begin{aligned} v_E &= R_E \left(-(\beta + 1) \frac{v_E}{R_s \parallel R_T + r_\pi} + \frac{e_0 - v_E}{r_0} \right) \\ v_E &= \frac{R_E e_0}{r_0 + \frac{(\beta + 1) R_E r_0}{R_s \parallel R_T + r_\pi} + R_E} \end{aligned}$$

La résistance de sortie est donc :

$$\begin{aligned}
 R_0 &= \left(\frac{k_0}{e_0} \right)^{-1} \\
 &= \left(\frac{1}{R_c} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0 r_0 + \frac{(\beta+1)R_E r_0}{R_s \parallel R_T + r_\pi} + R_E} - \beta \frac{1}{R_s \parallel R_T + r_\pi r_0 + \frac{(\beta+1)R_E r_0}{R_s \parallel R_T + r_\pi} + R_E} \right)^{-1} \\
 &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{100} - \frac{1}{100} \times \frac{1}{100 + \frac{(101) \times 1 \times 100}{1.64 + 3.4} + 1} - 100 \times \frac{1}{1.64 + 3.4} \frac{1}{100 + \frac{(101) \times 1 \times 100}{1.64 + 3.4} + 1} \right)^{-1} \text{ k}\Omega \\
 &\simeq 4 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

► Interrupteur K fermé

Le schéma en dynamique de l'amplificateur est représenté à la figure 3e. Il s'agit d'un amplificateur 'Emetteur Commun', puisque la résistance R_E est découplée par la capacité C_3 .



Les trois résistances R_L , r_0 et R_C en sortie sont en parallèles, il en résulte que :

$$v_0 = -R_L \parallel R_C \parallel r_0 \beta i_b$$

A l'entrée, on a :

$$v_i = r_\pi i_b$$

D'où :

$$\begin{aligned}
 A_v &= \frac{v_0}{v_i} \\
 &= -\frac{\beta}{r_\pi} R_L \parallel R_C \parallel r_0 \\
 &= -g_m (1/R_L + 1/R_C + 1/r_0)^{-1}, \quad g_m = \frac{\beta}{r_\pi} \\
 A_v &= -\frac{100}{3.4} (1/40 + 1/4 + 1/100)^{-1} \simeq -103.20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_b &= \frac{R_T}{R_T + r_\pi} i_i \quad \text{Loi diviseur de courant} \\
 i_o &= -\beta i_b \frac{R_C \parallel r_o}{R_C \parallel r_o + R_L} \quad \text{Loi diviseur de courant} \\
 A_i &= \frac{i_o}{i_i} \\
 &= -\beta \frac{R_T}{R_T + r_\pi} \frac{R_C \parallel r_o}{R_C \parallel r_o + R_L} \\
 &= -\beta \frac{R_T}{R_T + r_\pi} \frac{(1/R_C + 1/r_o)^{-1}}{(1/R_C + 1/r_o)^{-1} + R_L} \\
 A_i &= -100 \times \frac{9}{9 + 3.4} \times \frac{(1/4 + 1/100)^{-1}}{(1/4 + 1/100)^{-1} + 40} \simeq -6.3667
 \end{aligned}$$

La résistance d'entrée R_i est donnée par :

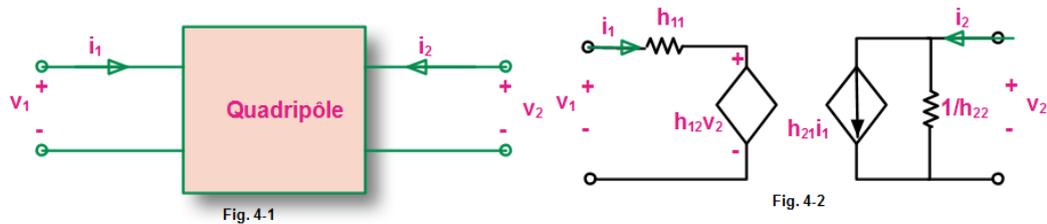
$$\begin{aligned}
 R_i &= \frac{v_i}{i_i} \\
 &= \frac{r_\pi i_b}{i_i} \\
 &= r_\pi \frac{R_T}{R_T + r_\pi} = (1/3.4 + 1/9)^{-1} \text{ k}\Omega \simeq 2.5 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

En éteignant la source de tension v_s , la tension $v_{Th} = 0$ et $i_b = 0$. Il s'ensuit que : $R_o = r_o \parallel R_C = (1/r_o + 1/R_C)^{-1} \simeq (1/3.4 + 1/4)^{-1} \text{ k}\Omega = 1.84 \text{ k}\Omega$.

Exercice 4 :

Paramètres hybrides d'un quadripôle :

Les paramètres hybrides du quadripôle Q (cf. Fig. 4-1) sont définis par les relations suivantes entre tensions et courants à ses bornes :



$$\begin{aligned}
 v_1 &= h_{11}i_1 + h_{12}v_2 \\
 i_2 &= h_{21}i_1 + h_{22}v_2
 \end{aligned}$$

où h_{11} et $1/h_{22}$ sont des résistances et h_{12} , h_{21} sont des paramètres sans unité (Gains). Compte tenu des relations ci-dessus, le quadripôle peut être mis sous forme équivalente représentée à la figure 4-2. Le transistor en petits signaux en émetteur commun et en collecteur commun peut être représenté comme illustré aux figures suivantes :

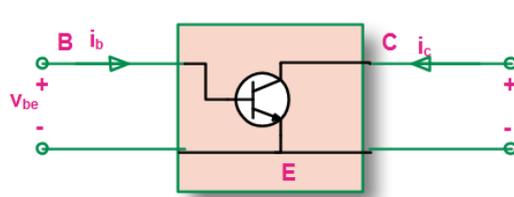


Fig. 4-3

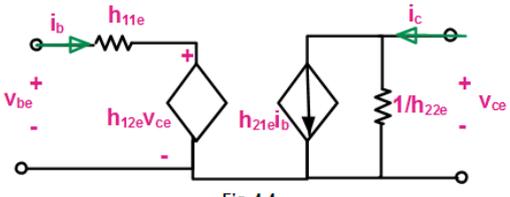
Emetteur Commun


Fig. 4-4

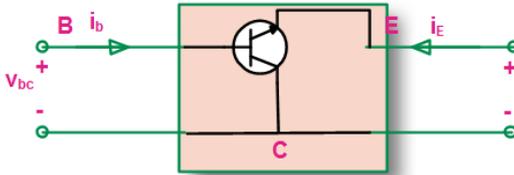


Fig. 4-5

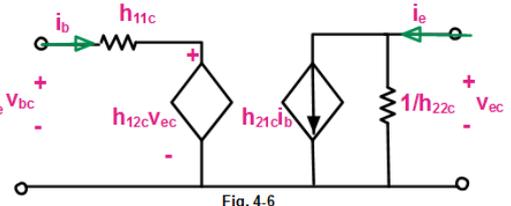
Collecteur Commun


Fig. 4-6

Pour le transistor Q2, on a (Cf. notes de cours) :

$$\begin{aligned} r_{\pi 2} &= h_{11e} = 1k\Omega \\ r_{02} &= 1/h_{22e} = \infty \\ \beta_2 &= h_{21e} = 100 \end{aligned}$$

Le transistor Q1 est caractérisé par les paramètres hybrides en collecteur-commun, ce qui nous permet d'écrire (Cf. Fig. 4-6) :

$$\begin{aligned} v_{bc} &= h_{11c} i_b + h_{12} v_{ec} \\ v_{be} - v_{ce} &= h_{11c} i_b - h_{12} v_{ce} \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{aligned} v_{be} &= h_{11c} i_b + (1 - h_{12c}) v_{ce} \\ &= h_{11e}^{(1)} i_b + h_{12e}^{(1)} v_{ce} \end{aligned}$$

De même :

$$\begin{aligned} i_e &= -i_b - i_c = h_{21c} i_b + h_{22c} v_{ec} \\ i_c &= -(h_{21c} + 1) i_b + h_{22c} v_{ce} \\ &= h_{21e}^{(1)} i_b + h_{22e}^{(1)} v_{ce} \end{aligned}$$

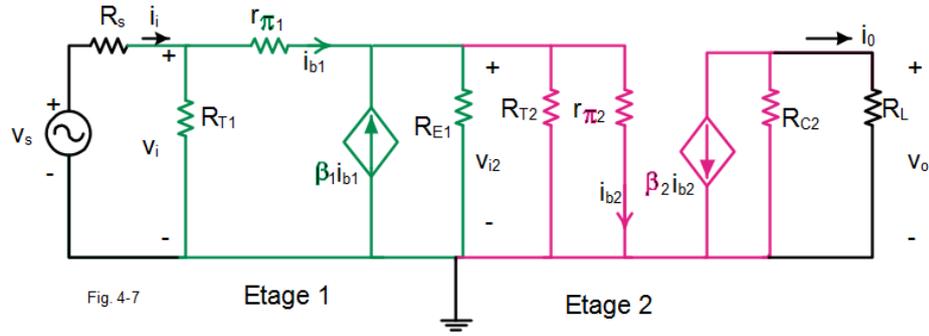
où $h_{ij}^{(1)}$ sont les paramètres hybrides du transistor Q1 en émetteur commun. On en déduit donc que :

$$\begin{aligned} r_{\pi 1} &= h_{11e}^{(1)} = h_{11c} = 1k\Omega \\ h_{12e}^{(1)} &= (1 - h_{12c}) = 0 \\ \beta_1 &= h_{21e}^{(1)} = -(1 + h_{21c}) = 99 \\ r_{01} &= 1/h_{22e}^{(1)} = 1/h_{22c} = \infty \end{aligned}$$

2. Le schéma de l'amplificateur de la figure 4 est illustré à la figure 4-7.

où :

$$\begin{aligned} R_{T1} &= (1/R_1 + 1/R_2)^{-1} \\ &= (1/100 + 1/90)^{-1} k\Omega \simeq 47.4k\Omega \\ R_{T2} &= (1/R_1' + 1/R_2')^{-1} \\ &= (1/10 + 1/90)^{-1} k\Omega \simeq 9k\Omega \end{aligned}$$



Le second étage est un émetteur commun et le premier un collecteur commun. La tension de sortie est donnée par :

$$v_o = -R_{C2} \parallel R_L \beta_2 i_{b2}$$

La loi 'Diviseur de courant' nous permet d'écrire :

$$i_{b2} = (\beta_1 + 1) i_{b1} \frac{r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}}{r_{\pi 2}}$$

D'autre part :

$$v_i = r_{\pi 1} i_{b1} + (\beta_1 + 1) i_{b1} r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}$$

Ceci conduit donc à :

$$\begin{aligned} A_v &= \frac{v_o}{v_i} = -R_{C2} \parallel R_L \beta_2 (\beta_1 + 1) \frac{r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}}{r_{\pi 2}} \left(\frac{1}{1 + (\beta_1 + 1) r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}} \right) \\ &= -(1/5 + 1/5)^{-1} \times 100 \times (99 + 1) \times \left(\frac{(1/1+1/9+1/9)^{-1}}{1 + (99 + 1) (1/1 + 1/9 + 1/9)^{-1}} \right) \simeq -246.98 \end{aligned}$$

L'application de la loi 'Diviseur de courant' entraîne :

$$i_{b1} = \frac{R_{T1}}{R_{T1} + r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1) r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}} i_i$$

D'où :

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{i_o}{i_i} = \frac{v_o}{R_L i_i} \\ &= -\frac{R_{C2} \parallel R_L}{R_L} \beta_2 (\beta_1 + 1) \frac{r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}}{r_{\pi 2}} \frac{R_{T1}}{R_{T1} + r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1) r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}} \\ &= -\frac{(1/5 + 1/5)^{-1}}{5} 100 (99 + 1) \frac{(1/1+1/9+1/9)^{-1} 47.4}{47.4 + 1 + (99 + 1) \times (1/1 + 1/9 + 1/9)^{-1}} \simeq -1489 \end{aligned}$$

La résistance R_{i1} du premier étage est égale à la résistance d'entrée R_i de l'amplificateur de la figure 4. Elle est donnée par :

$$\begin{aligned} R_{i1} &= R_i = \frac{v_i}{i_i} = R_{T1} \parallel (r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1) r_{\pi 2} \parallel R_{T2} \parallel R_{E1}) \\ &= \left(1/R_{T1} + 1/ \left(r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1) (1/r_{\pi 2} + 1/R_{T2} + 1/R_{E1})^{-1} \right) \right)^{-1} \\ &= \left(1/47.4 + 1/ \left(1 + (99 + 1) (1/1 + 1/9 + 1/9)^{-1} \right) \right)^{-1} k\Omega \simeq 30.15 k\Omega \end{aligned}$$

La résistance d'entrée R_{i2} du second étage est définie par :

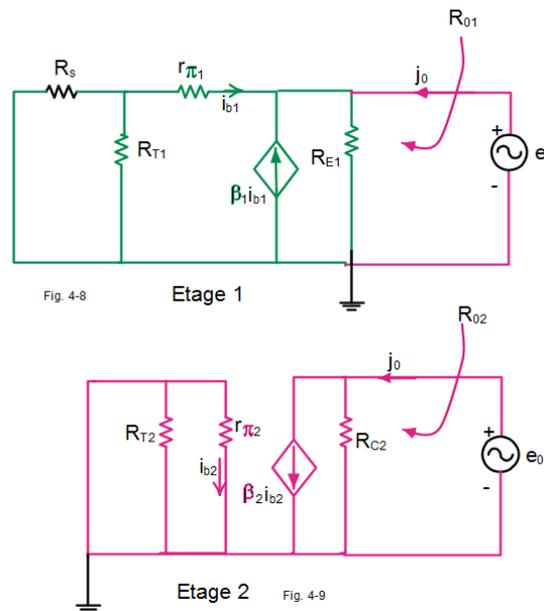
$$R_{i2} = \frac{v_{i2}}{i_{i2}}$$

où i_{i2} est le courant qui s'écoule dans la résistance $R_{T2} \parallel r_{\pi2}$. On en déduit que :

$$\begin{aligned} R_{i2} &= R_{T2} \parallel r_{\pi2} \\ &= (1/R_{T2} + 1/r_{\pi2})^{-1} \\ &= (1/9 + 1/1)^{-1} \text{ k}\Omega \simeq 0.9 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Les résistances de sorties des étages 1 et 2 sont obtenues à partir des schémas des figures 4-8 et 4-9, en adoptant la définition :

$$R_{0j} = \frac{e_0}{j_0}, \quad j = 1, 2$$



▽ Fig. 4- 8

$$j_0 = \frac{e_0}{R_{E1}} - (\beta_1 + 1)i_{b1}, \quad i_{b1} = -\frac{e_0}{r_{\pi1}}, \quad \text{car } R_s = 0$$

D'où :

$$\begin{aligned} R_{01} &= \left(\frac{1}{R_{E1}} + \frac{\beta_1 + 1}{r_{\pi1}} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{9} + \frac{99 + 1}{1} \right)^{-1} \text{ k}\Omega = 9.9889 \times 10^{-3} \text{ k}\Omega \simeq 10 \Omega \end{aligned}$$

Fig. 4- 9

$$\begin{aligned} r_{\pi2}i_{b2} &= 0, \quad i_{b2} = 0 \\ R_{02} &= R_{C2} = 5 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

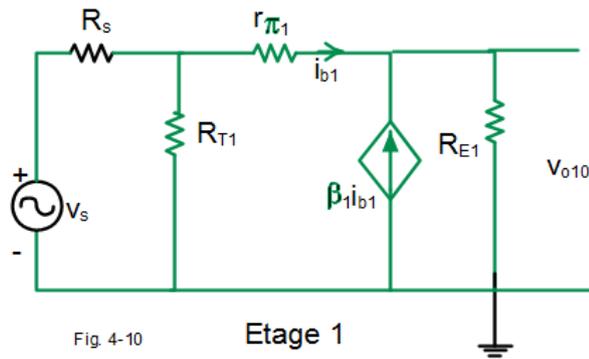


Fig. 4-10

Etage 1

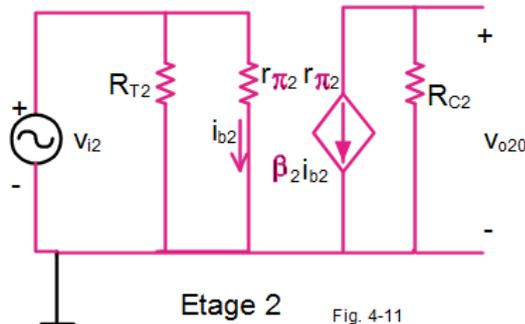


Fig. 4-11

Etage 2

Les gains des étages 1 et 2 sont définies par (Voir Figs : 4-10 et 4-11) :

Fig. 4- 11

$$A_{v01} = \frac{v_{o10}}{v_s} = \frac{(\beta_1 + 1) R_{E1}}{r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1) R_{E1}}, \quad \text{car } R_s = 0$$

$$A_{v01} = \frac{(99 + 1) \times 9}{1 + (99 + 1) \times 9} \simeq 0.99889$$

Fig. 4- 12

$$A_{v02} = \frac{v_{o20}}{v_{i2}} = -\frac{R_{C2} \beta_2 i_{b2}}{r_{\pi 2} i_{b2}}$$

$$= -\frac{R_{C2} \beta_2}{r_{\pi 2}}$$

$$= -\frac{5 \times 100}{1} = -500.0$$

A partir du schéma équivalent de la figure 4b, on déduit :

$$A_v = \frac{R_L}{R_L + R_{02}} A_{v02} \frac{R_{i2}}{R_{i2} + R_{01}} A_{v01} \frac{R_{i1}}{R_{i1} + R_s}$$

$$= \frac{R_L}{R_L + R_{02}} A_{v02} \frac{R_{i2}}{R_{i2} + R_{01}} A_{v01}, \quad R_s = 0$$

$$= \frac{5}{5 + 5} (-500) \frac{0.9}{0.9 + 0.01} 0.99889 = -246.98$$

On retrouve exactement le même résultat obtenu précédemment. Il en est de même pour le gain en courant A_i :

$$A_i = \frac{i_0}{i_i} = \frac{\frac{v_0}{R_L}}{\frac{v_i}{R_{i1}}}$$

$$= A_v \frac{R_{i1}}{R_L} = -246.98 \frac{30.15}{5} \simeq -1489$$

Fin