
 Correction de la série 2

Exercice 1 :

— Basses Fréquences

Le schéma de l'amplificateur de l'exercice 1 peut être représenté, en basses fréquences, ainsi (cf. figure 1) :

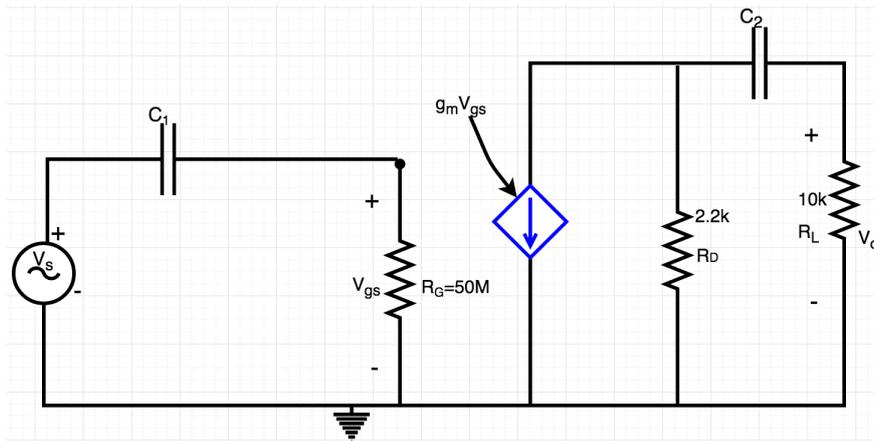


FIGURE 1 – Schéma équivalent en basses fréquences de L'ampli de l'exercice 1

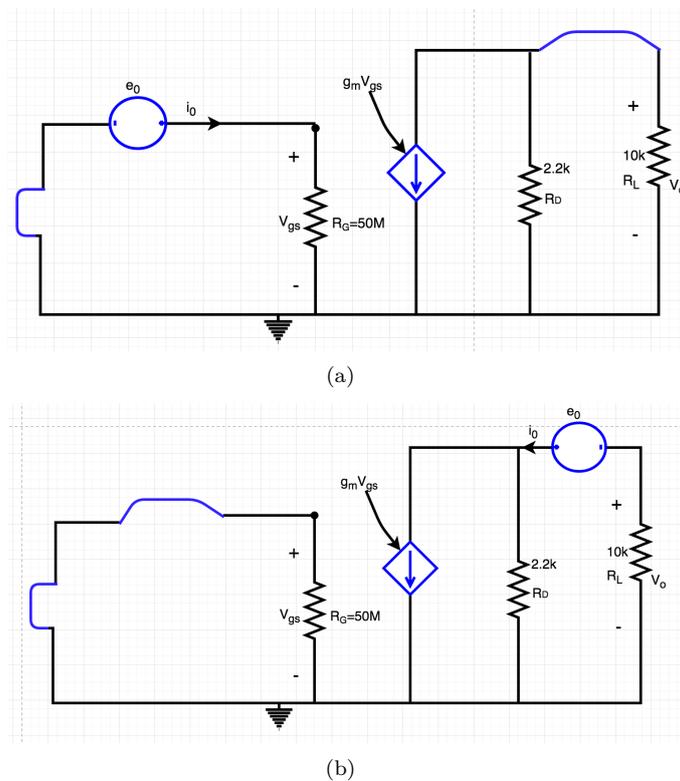


FIGURE 2 – Schémas pour le calcul des résistances R_{thC_i} , $t = 1, 2$: (a) Calcul de R_{thC_1} . (b) Calcul de R_{thC_2} .

La fréquence de coupure basse f_b est définie par (estimation approximative) :

$$f_b = f_{c1} + f_{c2}$$

Où f_{C1} et f_{C2} sont les fréquences de coupures associées aux capacités C_1 et C_2 respectivement.

$$f_{ci} = \frac{1}{2\pi C_i R_{th_{C_i}}}, i = 1, 2$$

La résistance $R_{th_{C_i}}$ est la résistance vue par la capacité C_i lorsque l'autre capacité C_j est remplacée par un court-circuit ($i = 1, 2, j = 1, 2$). Elles sont déterminées à partir des schémas 8(a) et 8(b).

$$\begin{aligned} R_{th_{C1}} &= \frac{e_0}{i_0} \\ &= R_G = 50M\Omega \end{aligned} \quad (1)$$

Pour le schéma de la figure 8(b), la tension $V_{gs} = 0$, ce qui entraîne :

$$\begin{aligned} R_{th_{C2}} &= \frac{e_0}{i_0} = R_L + R_D \\ &= 2.2k\Omega + 22k\Omega = 24.2k\Omega \end{aligned} \quad (2)$$

La fréquence de coupure basse f_b est donc :

$$\begin{aligned} f_b &\simeq f_{C1} + f_{C2} \\ &= \frac{1}{2\pi R_G C_1} + \frac{1}{2\pi (R_L + R_D) C_2} \\ &= \frac{1}{2\pi \times 50 \times 10^6 \times 0.001 \times 10^{-6}} + \frac{1}{2\pi \times (2.2 + 22) \times 10^3 \times 0.001 \times 10^{-6}} \\ &= 3.1831Hz + 6576.65Hz = 6579.83Hz \end{aligned} \quad (3)$$

— Détermination de f_{C2} : Fonction de transfert

Afin de déterminer la fréquence f_{C2} , on remplace C_1 par un court-circuit, le schéma de la figure 2 devient :

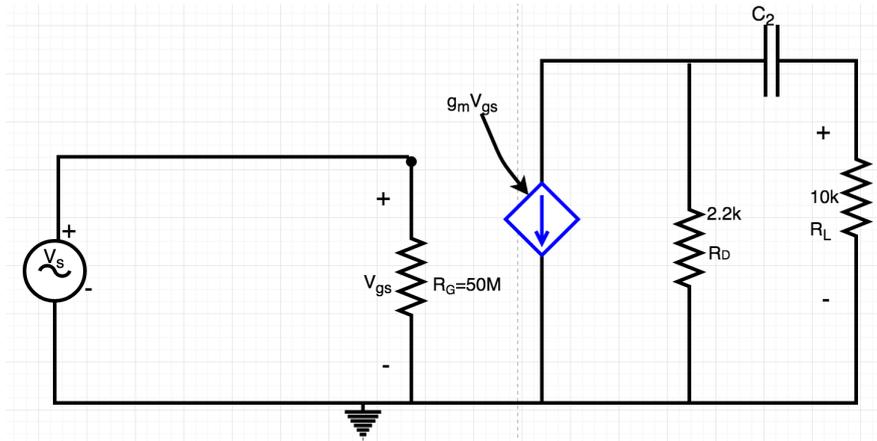


FIGURE 3 – Schéma équivalent en basses fréquences de L'ampli pour la détermination de f_{C2}

En remplaçant la source de courant par une source de tension dans le schéma de la figure 3, on déduit (cf. figure 4) la tension de sortie :

$$\begin{aligned} V_0(j\omega) &= -\frac{R_L}{R_L + R_D + \frac{1}{j\omega C_2}} g_m V_{gs}(j\omega) R_D \\ V_{gs}(j\omega) &= V_s(j\omega) \\ \frac{V_0(j\omega)}{V_s(j\omega)} &= -g_m R_D \parallel R_L \frac{1}{1 - j\frac{\omega_b}{\omega}} \end{aligned} \quad (4)$$

Où :

$$\omega_{C2} = \frac{1}{C_2(R_L + R_D)}$$

$$f_{C2} = \frac{1}{2\pi C_2(R_L + R_D)}$$

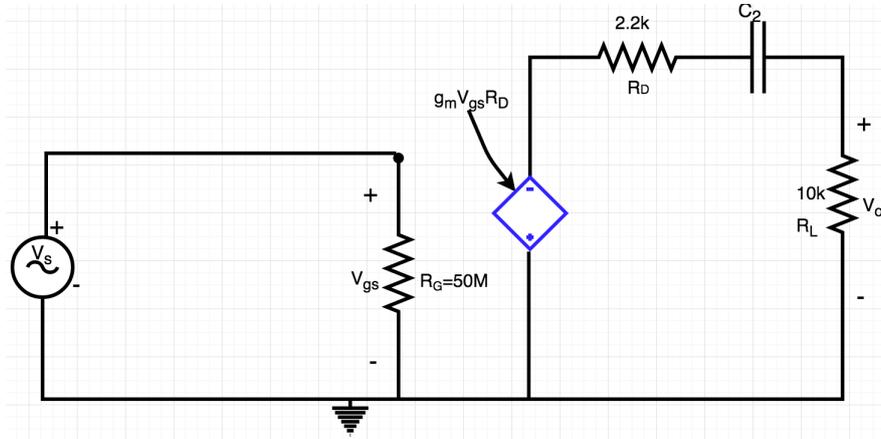


FIGURE 4 – Transformation Source de courant-Source de tension

La fonction de transfert $V_0(j\omega)/V_s(j\omega)$ de l'expression (4) est une fonction de transfert d'un filtre passe haut dont la pulsation de coupure est ω_{C2} .

Exercice 2 :

— Bande Passante

Le schéma de l'amplificateur en bande passante est représenté à la figure 5.

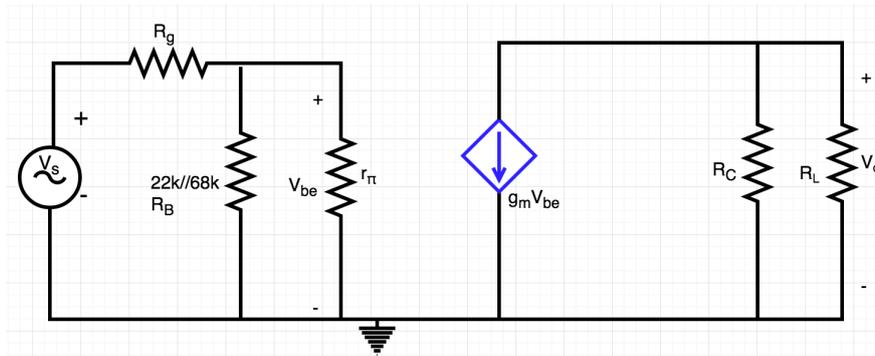


FIGURE 5 – Schéma équivalent de l'ampli en Bande Passante

Par application de la loi 'Diviseur de tension' à l'entrée, on obtient :

$$v_{gs} = \frac{r_\pi \| R_B}{r_\pi \| R_B + R_g} v_s \quad (5)$$

La loi d'Ohm entraîne :

$$v_0 = -gmR_C \| R_L v_{gs} \quad (6)$$

De la combinaison des équations (5) et (6), on déduit le gain en bande passante :

$$A_v = v_0/v_s$$

$$= -gmR_C \| R_L \frac{r_\pi \| R_B}{r_\pi \| R_B + R_g} \quad (7)$$

— Application Numérique :

$$R_c = 2.2k, R_L = 10k, R_B = 68k \parallel 22k = 16.62k, R_g = 0.68k, r_\pi = 1.1k, g_m = \beta/r_\pi = 100/1100 = 0.091S$$

$$R_B \parallel r_\pi = 16.62k \parallel 1.1k = 1k, R_c \parallel R_L = 2.2k \parallel 10k = 1.8k$$

$$A_v = -0.091 \times 1.8 \times 10^3 \frac{1}{1 + 0.68} = -97.5$$

L'amplificateur en hautes fréquences est représenté à la figure 6.

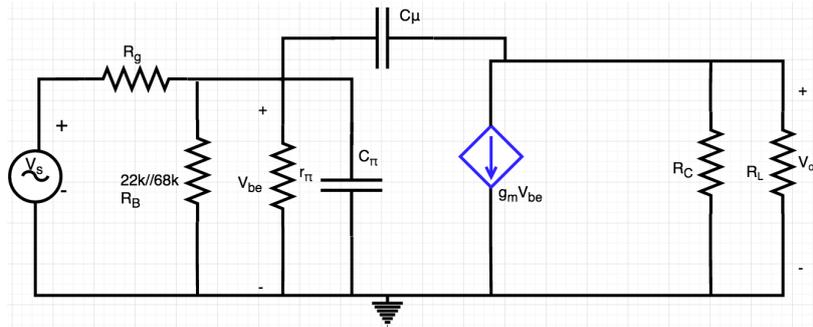


FIGURE 6 – Schéma équivalent de l'ampli en HF. L'effet de la capacité Collecteur-Émetteur non pris en compte

Compte tenu du théorème de *Miller*, On peut représenter l'ampli en HF par le schéma équivalent de la figure 7. A_v est défini par : $A_v = \frac{V_o}{V_{be}}$. En supposant que le courant dans la capacité C_μ est négligeable devant $g_m V_{be}$,

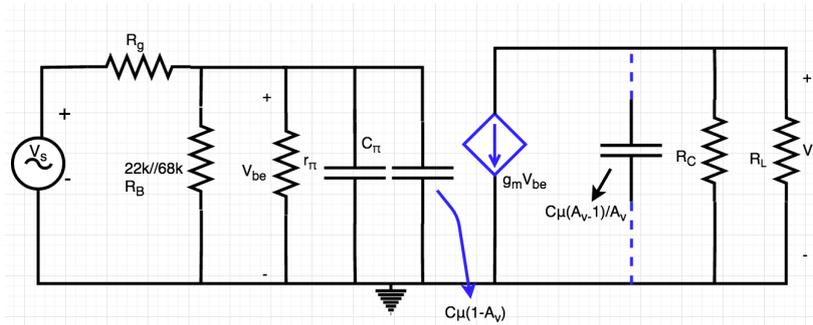


FIGURE 7 – Schéma équivalent de l'ampli par application du théorème de Miller.

on peut écrire :

$$A_v = -g_m R_c \parallel R_L \quad (8)$$

La fréquence de coupure f_h est donc :

$$f_h = \frac{1}{2\pi R_{th} C_e} \quad (9)$$

Où R_{th} est la résistance vue par la capacité C_e :

$$R_{th} = R_g \parallel R_B \parallel r_\pi$$

Avec :

$$C_e = C_\pi + C_M$$

$$C_M = C_\mu(1 - A_v) = C_\mu(1 + g_m R_c \parallel R_L)$$

A.N. :

$$f_h = \frac{1}{2\pi \times (0.68 \parallel 1.1 \parallel 16.62) \times 10^3 \times (20 + 4(1 + 0.091 \times 1.8 \times 10^3)) \times 10^{-12}} = 571.72kHz$$

— Méthode des constantes de temps en Circuit Ouvert

La fréquence de coupure haute peut être estimée ainsi :

$$f_h \simeq \frac{1}{2\pi\tau} \quad (10)$$

$$\tau = R_{th1}C_\pi + R_{th2}C_\mu$$

Où R_{th1} est la résistance vue par C_π lorsque C_μ est remplacée par un circuit ouvert. De même, R_{th2} est la résistance vue par C_μ lorsque C_π est un circuit ouvert. Pour le calcul des résistances équivalentes, on adopte le schéma de la figure 8.

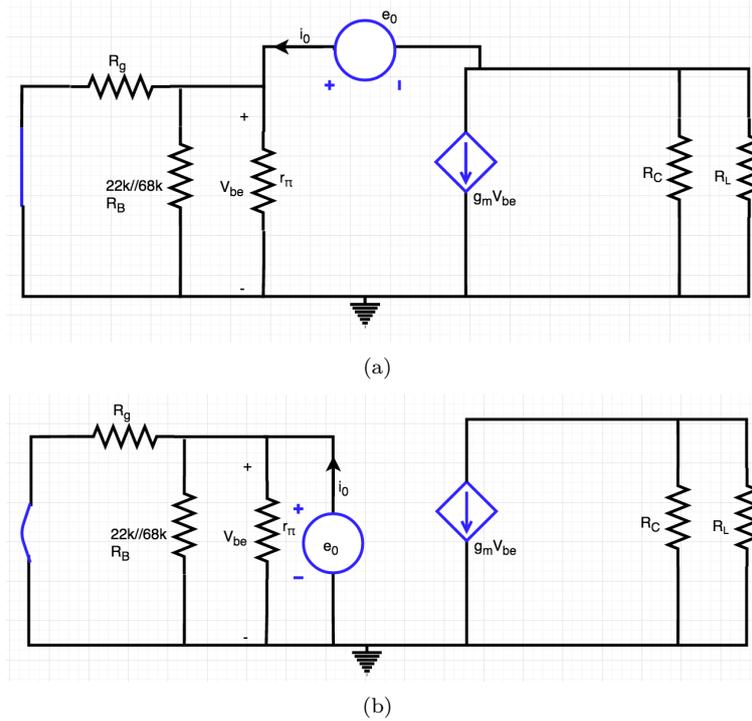


FIGURE 8 – Schémas pour le calcul de R_{th1}, R_{th2} : (a) Calcul de R_{th2} . (b) calcul de R_{th1} .

— Calcul de R_{th1}

A partir du schéma de la figure 8(b), il est clair que :

$$R_{th1} = \frac{e_0}{i_0} = R_g \parallel R_B \parallel r_\pi \quad (11)$$

— Calcul de R_{th2}

L'application de la loi des mailles au circuit de la figure 8(a) entraîne :

$$(R_C \parallel R_L)(i_0 + g_m V_{be}) - e_0 + (R_g \parallel R_B \parallel r_\pi)i_0 = 0 \quad (12)$$

De plus,

$$V_{be} = (R_g \parallel R_B \parallel r_\pi)i_0 \quad (13)$$

On en déduit finalement que :

$$R_{th2} = \frac{e_0}{i_0} = R_C \parallel R_L + R_g \parallel R_B \parallel r_\pi (1 + R_C \parallel R_L g_m) \quad (14)$$

La constante de temps τ vaut :

$$\begin{aligned} \tau &= C_\pi R_g \parallel R_B \parallel r_\pi + C_\mu (R_C \parallel R_L + R_g \parallel R_B \parallel r_\pi (1 + R_C \parallel R_L g_m)) \\ &= R_g \parallel R_B \parallel r_\pi (C_\pi + (1 + R_C \parallel R_L g_m) C_\mu) + \underbrace{C_\mu (R_C \parallel R_L)}_{\tau_s} \end{aligned} \quad (15)$$

τ_s représente la constante de temps en sortie. Le fait de supposer le courant dans la capacité C_μ négligeable devant $g_m V_{be}$ se traduit par τ_s une composante très faible de τ . La fréquence de coupure f_h est donc :

$$\begin{aligned} f_h &= \frac{1}{2\pi (R_g \parallel R_B \parallel r_\pi (C_\pi + (1 + R_C \parallel R_L g_m) C_\mu) + C_\mu (R_C \parallel R_L))} \\ &= \frac{1}{2\pi (0.4098 \times 10^3 (20 + 4(1 + 1.8 \times 10^3 \times 0.091)) + 4(1.8 \times 10^3)) \times 10^{-12}} \\ &= 557.308 \text{ kHz} \end{aligned} \quad (16)$$

Exercice 3 :

L'amplificateur en émetteur commun en court circuit et hautes fréquences est représenté à la figure 9.

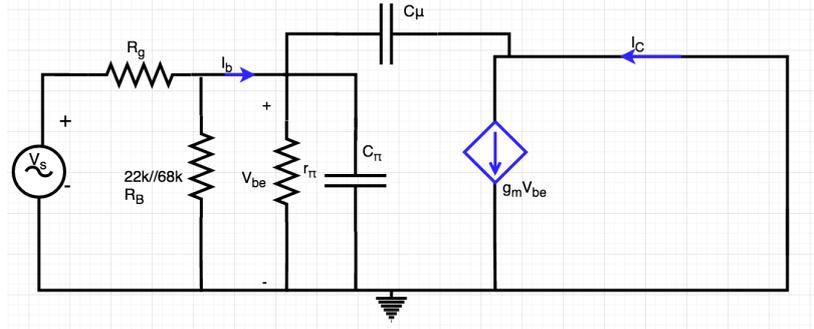


FIGURE 9 – Schéma équivalent de l'ampli en HF en CC.

$$\begin{aligned} I_b &= \frac{V_{be}}{r_\pi} + C_\pi j\omega V_{be} + C_\mu j\omega V_{be} \\ I_c &= g_m V_{be} - C_\mu j\omega V_{be} \end{aligned} \quad (17)$$

Le gain en courant en court-circuit de l'ampli commun s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \beta(j\omega) &= \frac{I_c}{I_b} \\ &= \frac{g_m - C_\mu j\omega}{\frac{1}{r_\pi} + (C_\pi + C_\mu) j\omega} \\ &= \beta_0 \frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_z}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_\beta}} \end{aligned} \quad (18)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \beta_0 &= g_m r_\pi \\ \omega_z &= \frac{\beta_0}{r_\pi C_\mu} \\ \omega_\beta &= \frac{1}{r_\pi (C_\pi + C_\mu)} \end{aligned}$$

Il est clair que $\omega_z > \omega_\beta$. $\beta(j\omega)$ peut être mis sous la forme :

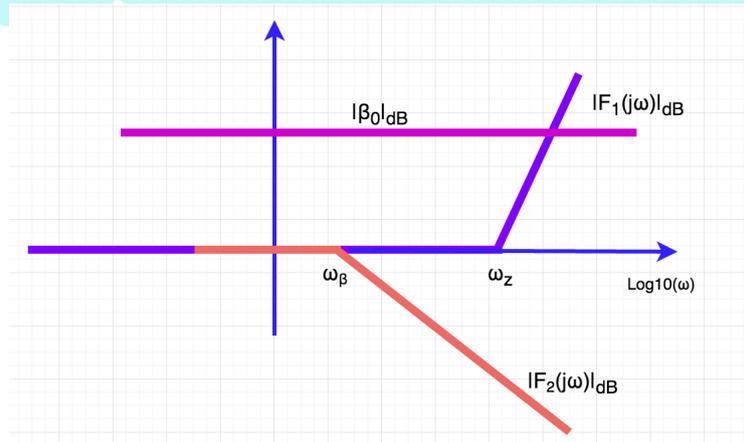
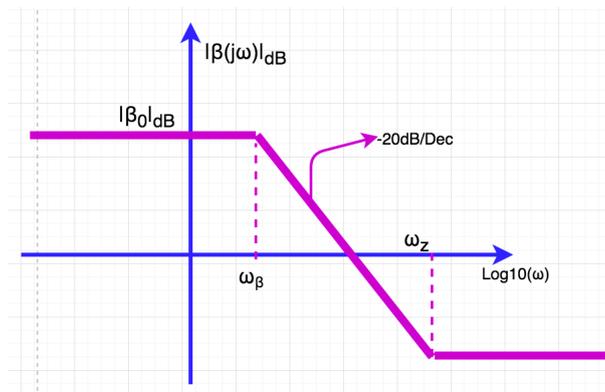
$$\beta(j\omega) = \beta_0 F_1(j\omega) \times F_2(j\omega) \quad (19)$$

Où :

$$\begin{aligned} F_1(j\omega) &= 1 - j \frac{\omega}{\omega_z} \\ F_2(j\omega) &= \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_\beta}} \end{aligned}$$

Les diagrammes de Bode en amplitude des différentes fonctions sont représentés à la figure 10.

Le diagramme en amplitude de $\beta(j\omega)$ est obtenu par sommation des diagrammes asymptotiques de F_1 , β_0 et F_2 .

FIGURE 10 – Diagrammes de Bode en amplitude de F_1 , F_2 et β_0 .FIGURE 11 – Diagramme de Bode en amplitude de $\beta(j\omega)$

On obtient le graphique de la figure 11. Pour des valeurs typiques des paramètres du circuit, on a généralement dans la bande des hautes fréquences, $\omega C_m u \ll g_m$, ce qui revient à approximer le gain en courant en court-circuit de l'ampli émetteur commun par la fonction de transfert à un pôle suivante,

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_\beta}} \quad (20)$$

dont le module est donné par :

$$|\beta(j\omega)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_\beta}\right)^2}} \quad (21)$$

La pulsation ω_T pour laquelle le gain est unitaire est donc $\omega_T \simeq \beta_0 \omega_\beta$. Soit :

$$\begin{aligned} f_T &= \frac{\beta_0}{r_\pi(C_\mu + C_\pi)} = \frac{g_m}{2\pi(C_\mu + C_\pi)} \\ &= \frac{0.091}{2\pi(20 + 4) \times 10^{-12}} \simeq 6 \times 10^8 \text{ Hz} \end{aligned}$$