

---



---

 Correction de la série 3
 

---



---

**Exercice 1 :**

L'amplificateur différentiel en statique peut être mis sous la forme équivalente suivante :

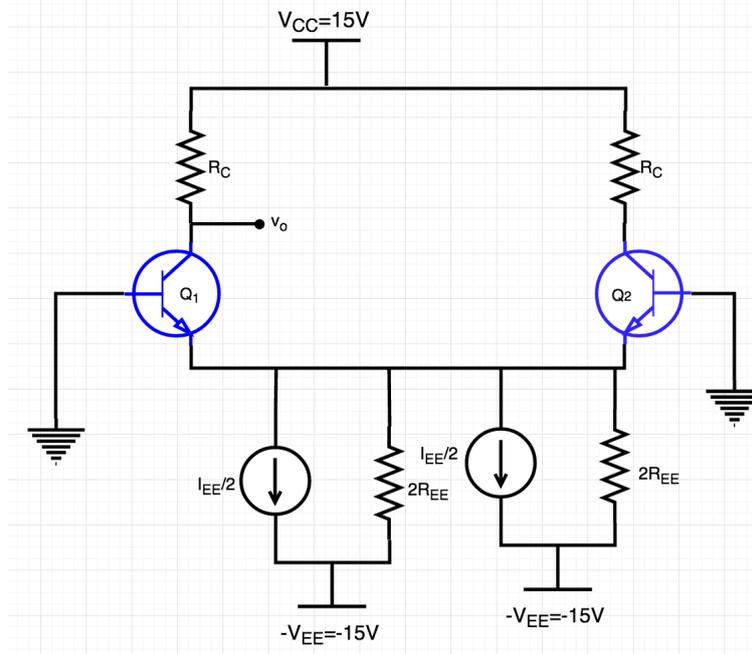


FIGURE 1 – Schéma équivalent de L'ampli Diff en Statique

Ceci se traduit par le schéma de polarisation du transistor  $Q_1$  de la figure suivante (Cf. figure 2(a)). Il est à noter que le schéma de polarisation du transistor  $Q_2$  est semblable à celui de  $Q_1$ . En transformant la source de courant en source de tension, on obtient le schéma de la figure 2(b).

La loi des mailles appliquée à la maille M conduit à la relation suivante :

$$V_{EE} + R_{EE}I_{EE} - 2R_{EE}I_{E1} - V_{BE} = 0 \quad (1)$$

Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} R_{EE} &= \frac{V_{EE} - V_{BE}}{2I_{E1} - I_{EE}} \\ &= \frac{15 - 0.7}{2 \times 0.643 - 1} k\Omega = 50k\Omega \end{aligned} \quad (2)$$

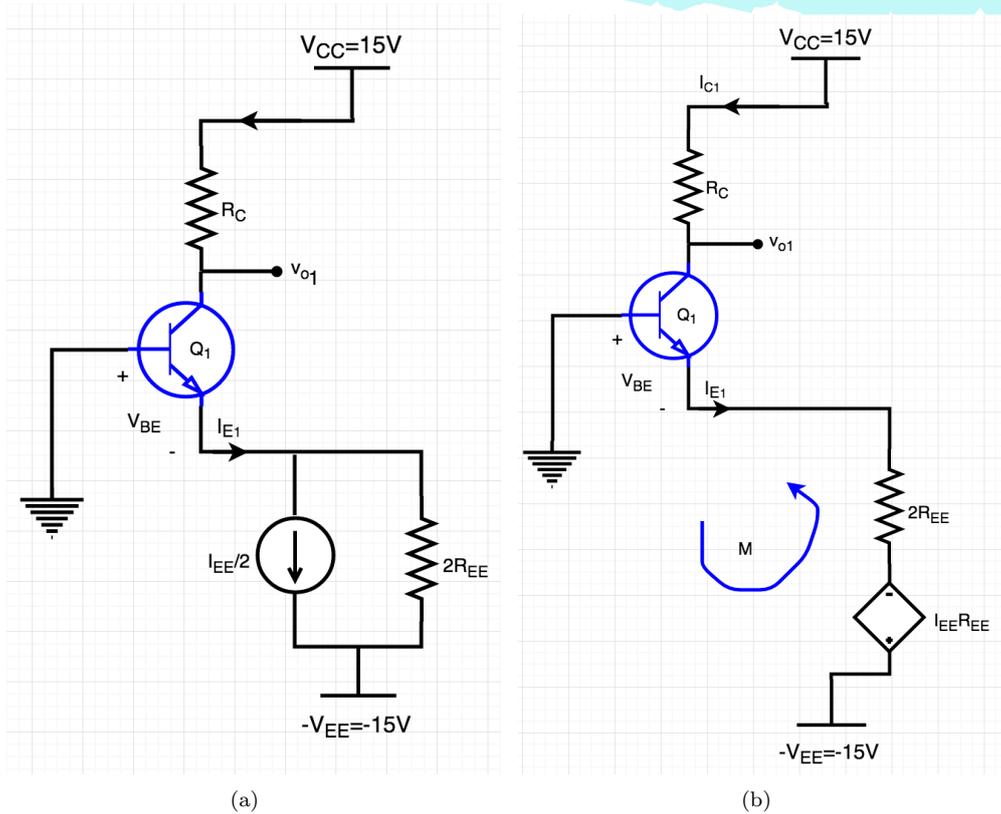
Les courants collecteurs sont donnés par :

$$\begin{aligned} I_{C1} = I_{C2} &= \alpha I_{E1} \\ &= \frac{\beta}{\beta + 1} I_{E1} \simeq I_{E1} = 0.643mA, (\beta \gg 1) \end{aligned} \quad (3)$$

La tension différentielle et la tension en mode commun sont définies par :

$$\begin{aligned} v_d &= v_{B1} \\ v_{cm} &= v_{B1}/2 \end{aligned} \quad (4)$$

On peut représenter l'amplificateur différentiel de la figure 1 (Exo.1) en faisant apparaître les sources différentielle et mode commun (voir. figure 3 )

FIGURE 2 – Schéma de polarisation de  $Q_1$ 

### — Mode Différentiel

L'amplificateur en mode différentiel en petits signaux est représenté à la figure 4. Nous soulignons que les transistors sont à remplacer par leurs schémas en petits signaux. Le gain différentiel se déduit à partir du schéma du demi- amplificateur (cf. figure 4(b) et figure 5) :

$$\begin{aligned} v_{o1} &= -g_m v_{be} R_C \\ &= -g_m R_C v_d / 2 \\ A_d &= \frac{v_{o1}}{v_d / 2} = -g_m R_C \end{aligned} \quad (5)$$

Avec :

$$\begin{aligned} g_m &= \frac{I_{C1}}{V_T} \\ &= \frac{0.643}{26} = 24.73 \text{ mS} \end{aligned}$$

A ce stade, on ne peut pas calculer la valeur numérique de  $A_d$  puisqu'il faut d'abord calculer la valeur de  $R_C$ . Afin de déterminer cette inconnue, on doit calculer le gain en mode commun.

### — Mode Commun

Le schéma de l'amplificateur en mode commun en petits signaux est représenté à la figure 3.

En remplaçant le transistor par son schéma équivalent en petits signaux, on obtient le schéma de la figure 4. Le gain en mode commun  $A_{cm}$  est défini par :

$$A_{cm} = \frac{v_{o2}}{v_{cm}} \quad (6)$$

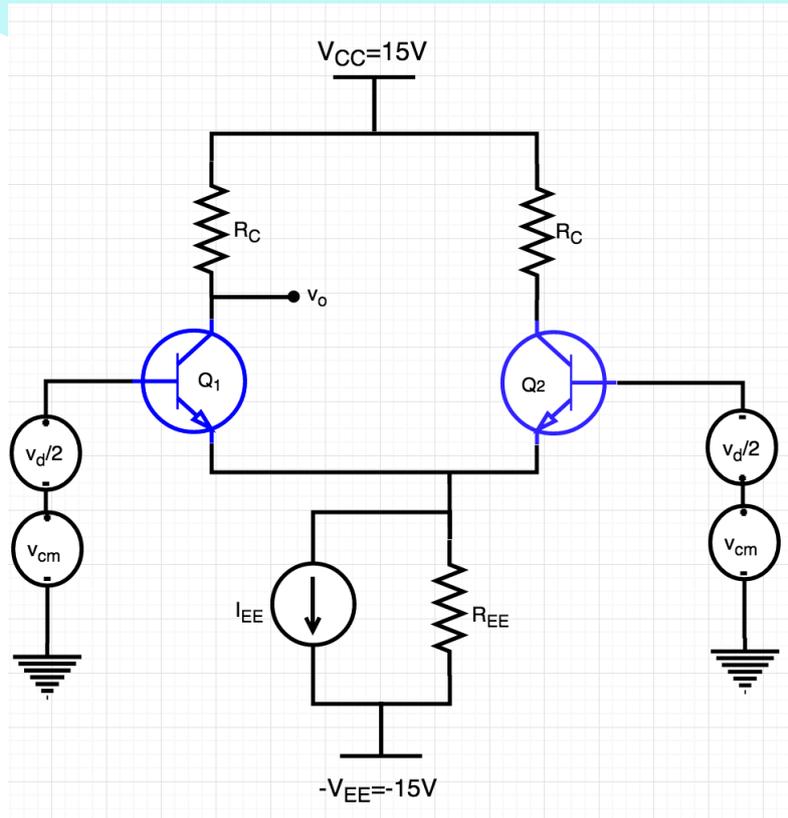


FIGURE 3 – Schéma de l'ampli différentiel avec source différentielle/mode commun

Où :

$$\begin{aligned} v_{02} &= -R_C \beta i_b \\ v_{cm} &= r_\pi i_b + 2R_{EE} i_b \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_{cm} &= \frac{-\beta R_C}{r_\pi + 2(\beta + 1)R_{EE}} \\ &\simeq \frac{-g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE}} \end{aligned} \quad (8)$$

Le taux de réjection en mode commun est donc :

$$\begin{aligned} CMRR &= A_d / A_{cm} \\ &= 1 + 2g_m R_{EE} \\ &= 1 + 2 \times 50 \times 24.73 = 2475.5 \\ CMRR_{dB} &= 20 \log_{10}(CMRR) = 67.9dB \end{aligned} \quad (9)$$

— Calcul de  $R_C$

La tension  $v_o$  au niveau du collecteur de  $Q_1$  de l'amplificateur différentiel est obtenue par superposition :

$$\begin{aligned} v_o &= v_{o1} + v_{o2} \\ &= A_d \frac{v_d}{2} + A_{cm} v_{cm} \\ &= \frac{v_{B1}}{2} (A_{cm} + A_d) \\ &= \frac{v_{B1}}{2} A_d \left( \frac{1}{CMRR} + 1 \right) \\ &\simeq \frac{v_{B1}}{2} A_d \quad \text{car } CMRR \gg 1 \end{aligned} \quad (10)$$

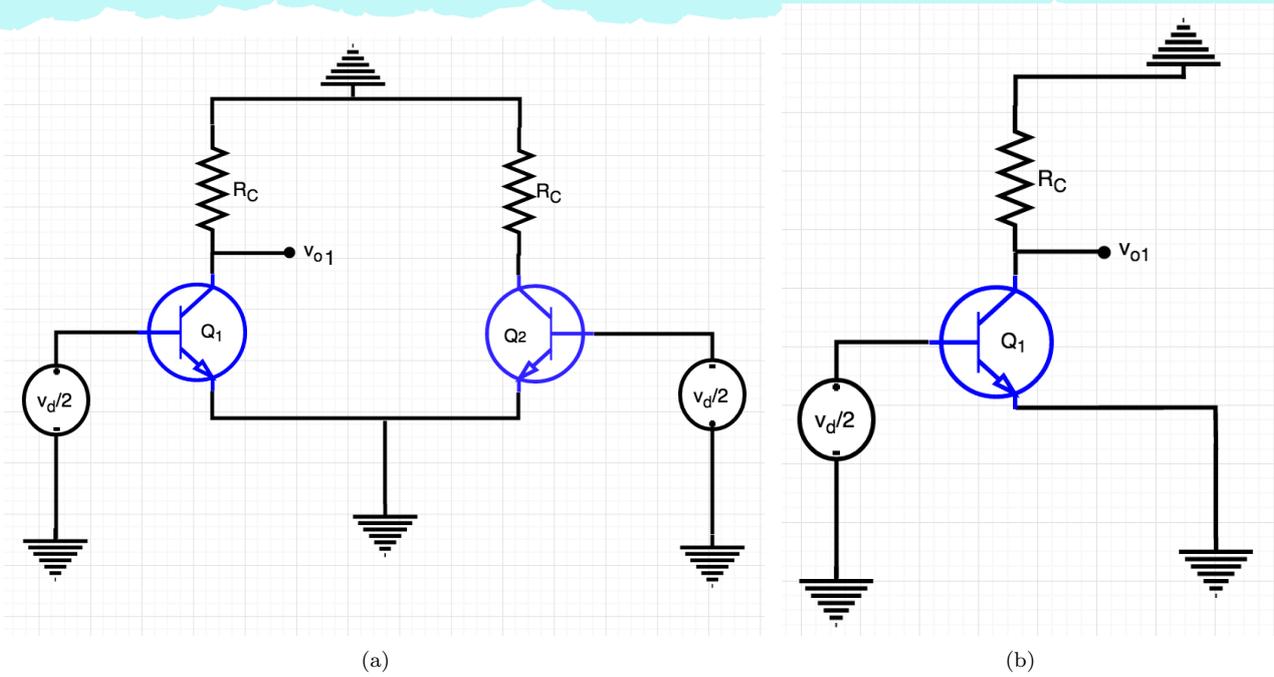


FIGURE 4 – 4(a) : Schéma de l'ampli en mode différentiel en petits signaux. 4(b) Demi-Amplificateur.

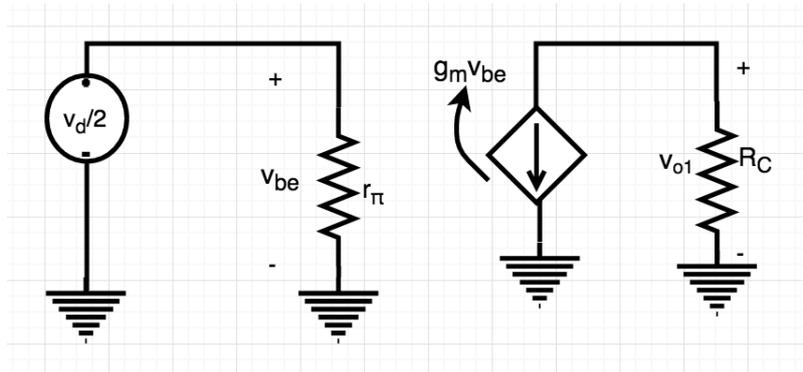


FIGURE 5 – Schéma du demi ampli en mode différentiel

Le gain  $A_v$  vaut :

$$A_v = \frac{v_o}{v_{B1}} = -g_m R_C / 2 \quad (11)$$

On en déduit la valeur de la résistance  $R_C$  :

$$\begin{aligned} R_C &= \frac{2A_v}{g_m} \\ &= 2 \times 250 / 24.73 \text{ k}\Omega \\ &= 20.2 \text{ k}\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

— Valeurs numériques de  $A_d$  et  $A_{cm}$

$$\begin{aligned} A_d &= 2A_v = -500 \\ A_{cm} &= A_d / (1 + 2R_{EE}g_m) \\ &= A_d / CMRR = -500 / 1237.5 = -0.4 \end{aligned}$$

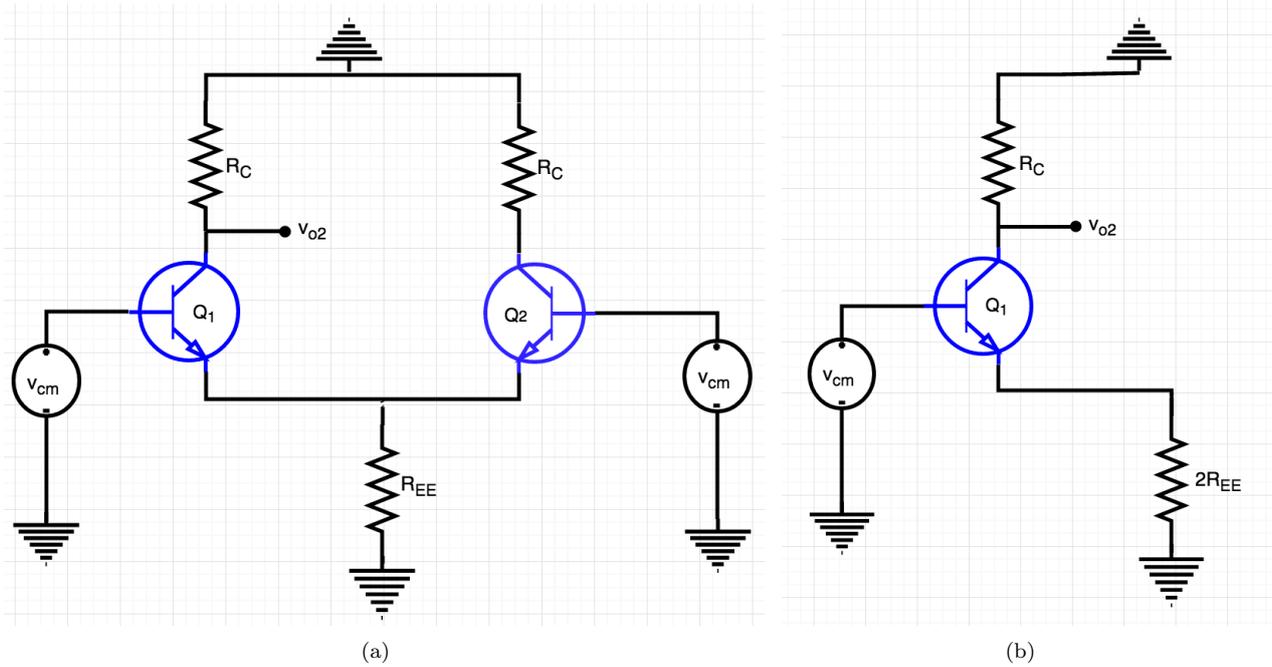


FIGURE 6 – 6(a) : Schéma de l'ampli en mode commun en petits signaux. 6(b) Demi-Amplificateur.

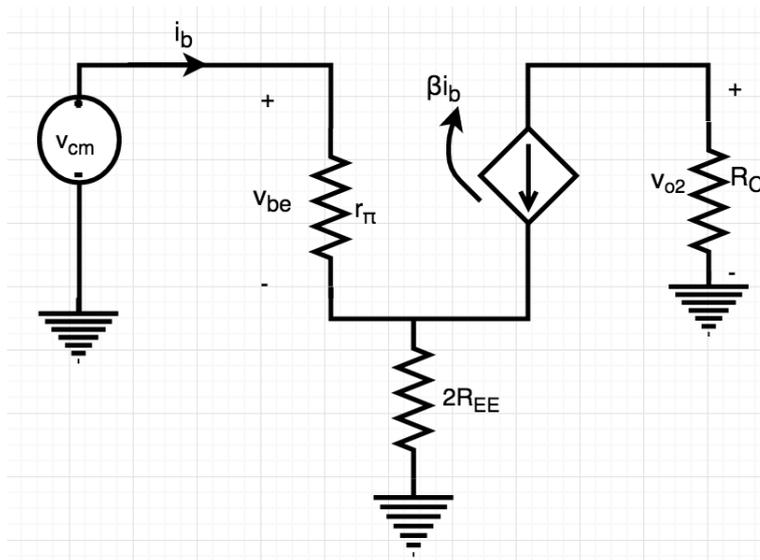


FIGURE 7 – Schéma du demi ampli en mode commun

#### — Résistances d'entrée différentielle/Mode commun

Les résistances d'entrée différentielle et en mode commun sont données par (Voir Notes de cours) :

$$\begin{aligned}
 R_d &= 2r_\pi = 2\beta/g_m \\
 &= 2 \times 100/24.73k\Omega = 8.08k\Omega \\
 R_{cm} &= (r_\pi + 2(\beta + 1)R_{EE})/2 \\
 &\simeq (100/24.73 + 2 \times 100 \times 50) \simeq 5M\Omega
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

**Exercice 2 :**

Le transistor bipolaire est caractérisé en petits signaux par les deux modèles en  $\pi$  et en  $T$  comme illustrés à la figure 8.

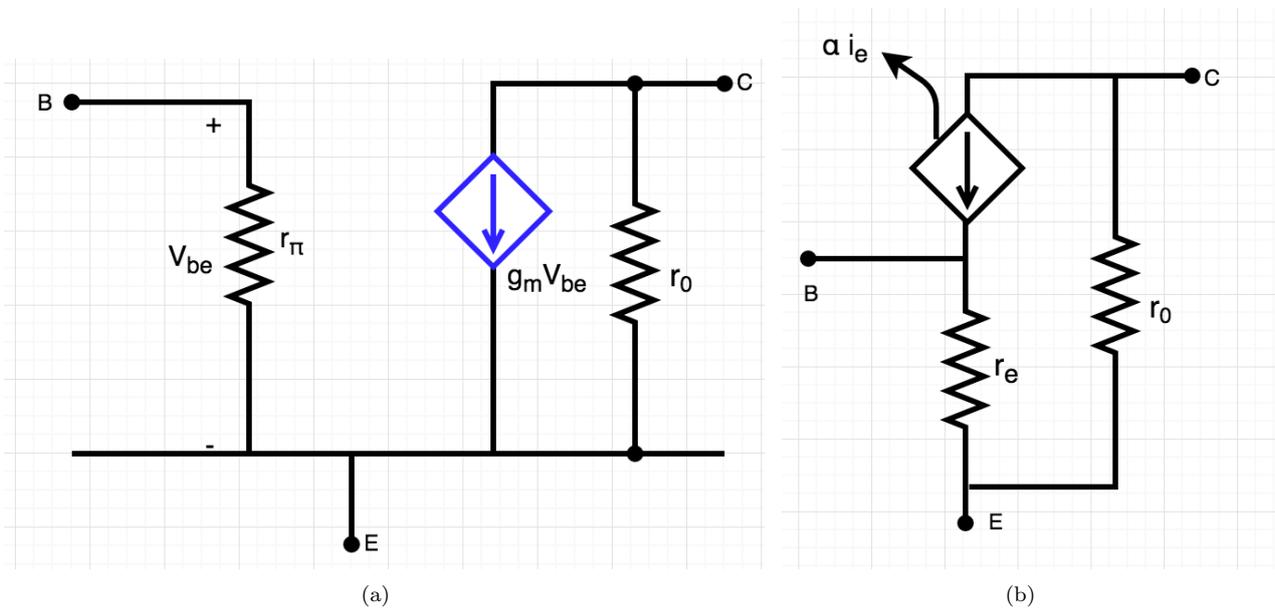
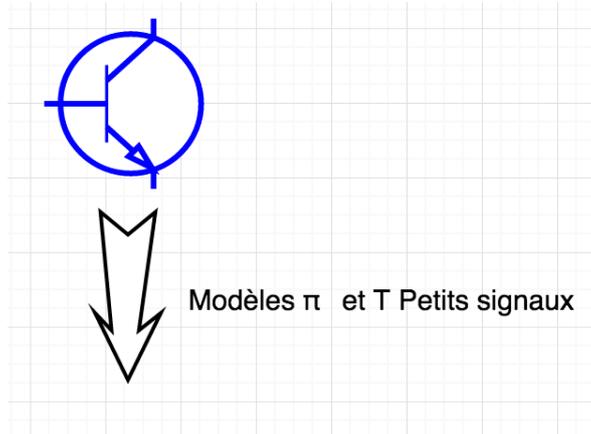


FIGURE 8 – 8(a) : Modèle II. Modèle  $T$ .

La transconductance  $g_m$  du transistor et la résistance  $r_o$  sont définies par :

$$\begin{aligned} g_m &= \frac{I_C}{V_T} \\ r_o &\simeq \frac{V_A}{I_C} \quad \text{où } V_A \text{ est la tension Early} \end{aligned} \quad (14)$$

A partir du schéma en  $\Pi$  pour  $r_o \simeq \infty$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} v_{be} &= r_\pi i_b \\ &= r_\pi \frac{i_c}{\beta} \\ &= r_\pi \frac{\alpha}{\beta} i_e \\ &= \frac{r_\pi}{\beta + 1} i_e \end{aligned} \quad (15)$$

Il s'ensuit donc que :

$$r_e = \frac{r_\pi}{\beta + 1} \quad (16)$$

Pour déterminer la valeur de  $r_\pi$ , on doit calculer  $I_C$ . On utilise le schéma de polarisation du transistor  $Q_1$  représenté à la figure 9. L'utilisation de la loi des mailles (pour la maille M1) et la transformation de la source

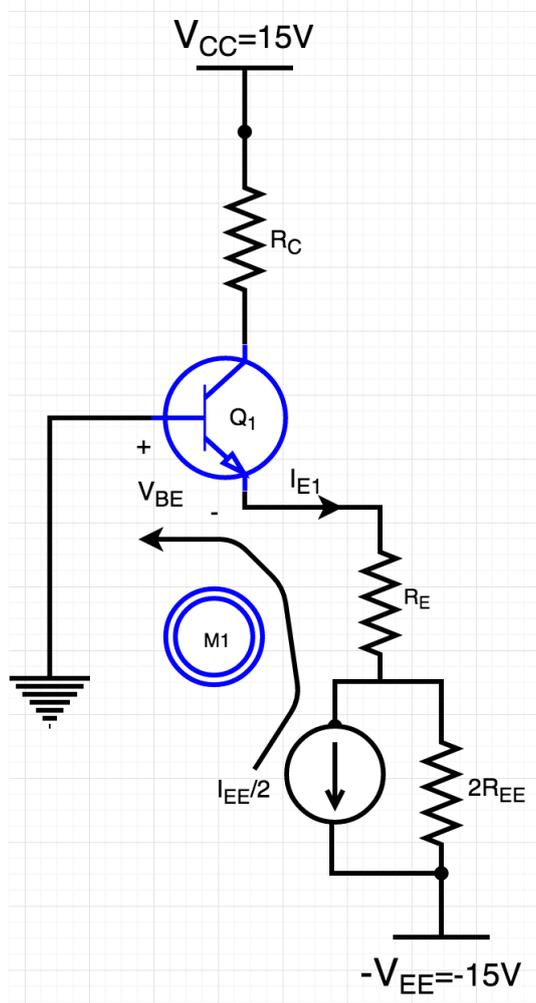


FIGURE 9 – Schéma de polarisation de  $Q_1$

de courant en source de tension conduit à l'expression de  $I_{C1}$  :

$$\begin{aligned} V_{EE} + R_{EE}I_{EE} - (R_E + 2R_{EE})I_{E1} - V_{BE} &= 0 \\ I_{C1} = \alpha I_{E1} \underset{\beta \gg 1}{\simeq} &= \frac{V_{EE} + R_{EE}I_{EE} - V_{BE}}{2R_{EE} + R_E} \\ &= \frac{15 + 20 \times 1.8 - 0.7}{2 \times 20 + 0.03} \text{mA} \\ I_{C1} &= 1.25 \text{mA} \end{aligned} \quad (17)$$

La résistance  $r_e$  admet pour valeur :

$$\begin{aligned} r_e &= \frac{r_\pi}{\beta + 1} = \alpha \frac{V_T}{I_{C1}} \\ &\simeq \frac{V_T}{I_{C1}} = \frac{26}{1.25} = 20.8 \Omega \end{aligned}$$

En régime variable, l'amplificateur différentiel de la figure 2(a) (ex. 2) est équivalent à celui de la figure 11. Bien entendu, les transistors sont à remplacer par leur modèle en T. On obtient le schéma de la figure 12.

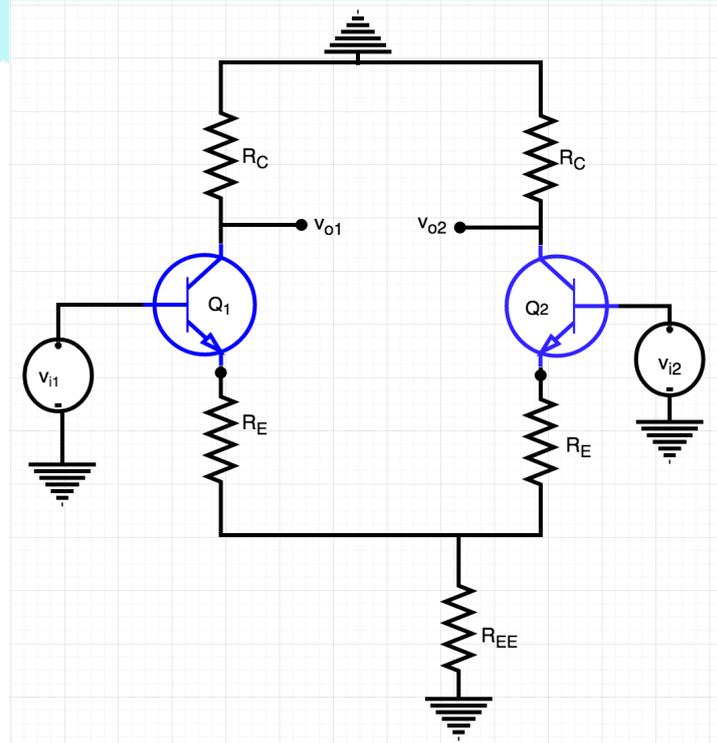


FIGURE 10 – Schéma petits Signaux de l'ampli-Diff

En déterminant les tensions  $V_{i_j}, j = 1, 2$  en fonction de  $i_{e_j}, j = 1, 2$ , il est aisé de voir qu'on peut représenter le schéma 12 au niveau de l'émetteur par le schéma de la figure 13.

On a :

$$r_{ie} = r_e = 20.8\Omega$$

— **Schéma 14(a)**

Le courant  $i_{e1}$  est donné par :

$$\begin{aligned} i_{e1} &= \frac{v_{i1}}{(r_e + R_E) \parallel R_{EE} + r_e + R_E} - \frac{R_{EE}}{r_e + R_E + R_{EE}} \times \frac{v_{i2}}{(r_e + R_E) \parallel R_{EE} + r_e + R_E} \\ &= v_{i1} \frac{1}{(0.0208 + 0.030) \parallel 20 + 0.0208 + 0.03} - v_{i2} \frac{1}{(0.0208 + 0.030) \parallel 20 + 0.0208 + 0.03} \times \frac{20}{0.0208 + 0.030 + 20} \\ &= 9.855v_{i1} - 9.853v_{i2} \quad v_{i1}, v_{i2} \text{ en mV} \end{aligned} \quad (18)$$

— **Schéma 14(b)**

Le courant  $i_{e2}$  est donné par :

$$\begin{aligned} i_{e2} &= \frac{v_{i2}}{(r_e + R_E) \parallel R_{EE} + r_e + R_E} - \frac{R_{EE}}{r_e + R_E + R_{EE}} \times \frac{v_{i1}}{(r_e + R_E) \parallel R_{EE} + r_e + R_E} \\ &= 9.855v_{i2} - 9.853v_{i1} \quad v_{i1}, v_{i2} \text{ en mV} \end{aligned} \quad (19)$$

Dans le cas où  $R_{EE} = \infty$ , les courants émetteurs en statique sont égaux et ont pour valeur :

$$I_{E1} = I_{E2} = \frac{I_{EE}}{2} = 1.8mA/2 = 0.9mA$$

La résistance d'entrée  $r_{ie}$  est donc :

$$\begin{aligned} r_{ie} = r_e &\simeq \frac{V_T}{I_{E1}} \\ &= 26/0.9 = 28.88\Omega \end{aligned}$$

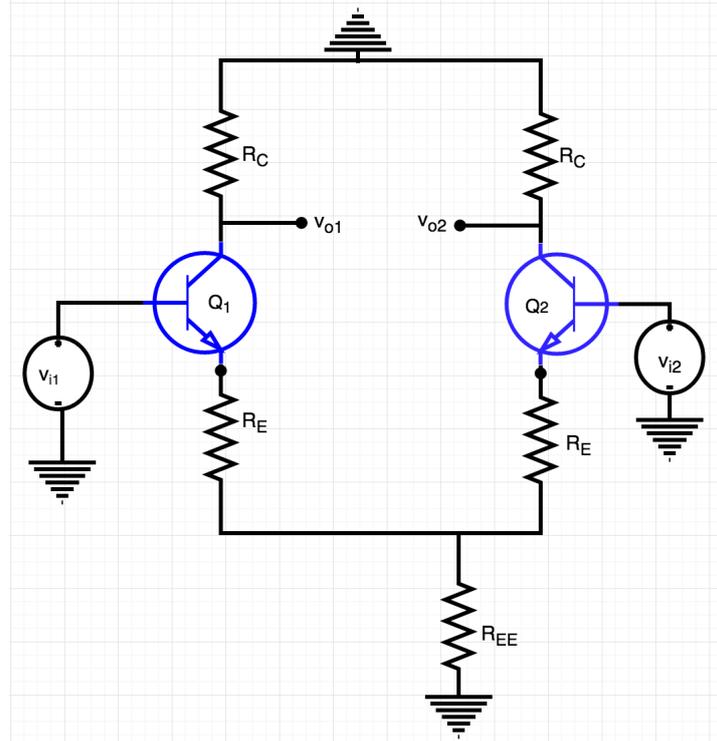


FIGURE 11 – Schéma petits Signaux de l'ampli-Diff

Les courants  $i_{e1}$  et  $i_{e2}$  ont donc pour expressions :

$$\begin{aligned}
 i_{e1} &= \frac{v_{i1} - v_{i2}}{2(r_e + R_E)} \\
 &= 8.49(v_{i1} - v_{i2}) \quad v_{i1,i2}, \text{ en mV} \\
 i_{e2} &= \frac{v_{i2} - v_{i1}}{2(r_e + R_E)} \\
 &= 8.49(v_{i2} - v_{i1}) \quad v_{i2,i1} \text{ en mV}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Les tensions  $v_{01}$  et  $v_{02}$  se déduisent par application de la loi d'Ohm (dans le cas où  $R_{EE} \neq \infty$ ) :

$$\begin{aligned}
 v_{01} &= -\alpha i_{e1} R_C \\
 &\simeq -i_{e1} R_C \\
 &= -7.5 \times (9.855 v_{i1} - 9.853 v_{i2}), \quad v_{i1,i2} \text{ en V} \\
 &\simeq -73.9(v_{i1} - v_{i2}) \\
 v_{02} &= -\alpha i_{e2} R_C \\
 &\simeq -i_{e2} R_C \\
 &= -7.5 \times (9.855 v_{i2} - 9.853 v_{i1}), \quad v_{i2,i1} \text{ en V} \\
 &\simeq -73.9(v_{i2} - v_{i1})
 \end{aligned} \tag{21}$$

Le demi-Ampli en mode différentiel de l'amplificateur de la figure 11 en régime variable est représenté à la figure 15.

Adoptons le modèle en  $\pi$  du transistor en régime variable. Ceci nous permet de mettre le schéma de la figure 15 sous une forme équivalente (cf. figure 16). Le gain différentiel est défini par :

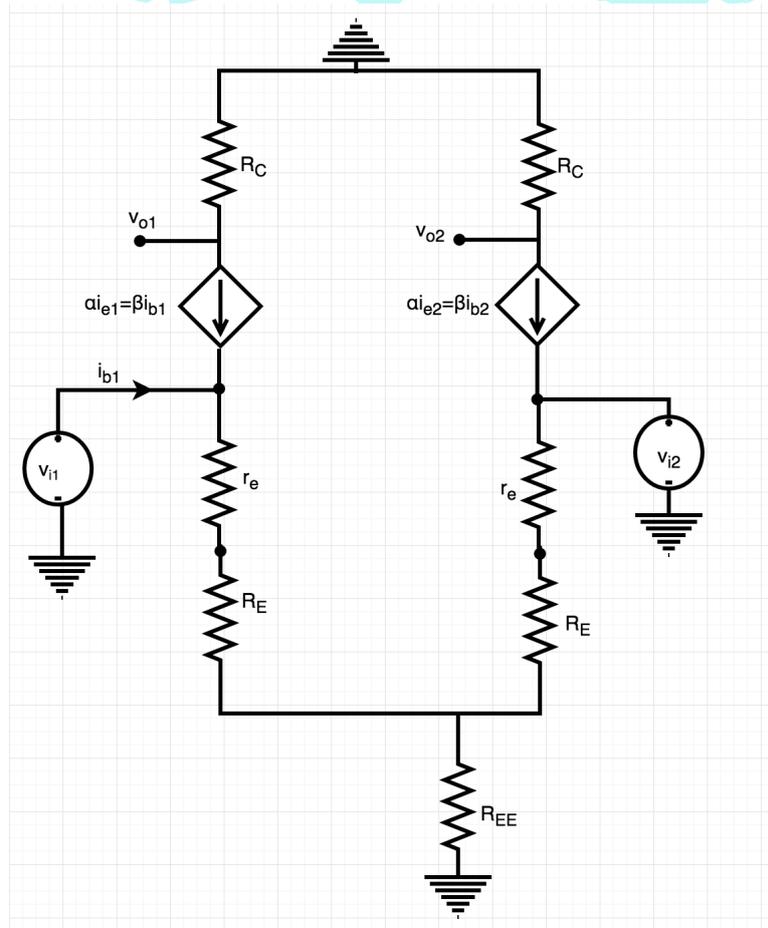


FIGURE 12 – Schéma petits signaux de l'ampli-Diff / modèle T

$$\begin{aligned}
 A_d &= \frac{v_{o1a}}{v_d/2} \\
 v_{o1a} &= -\beta R_C i_b \\
 v_d &= (r_\pi + (\beta + 1)R_E) i_b \\
 \text{Soit : } A_d &= -\frac{\beta R_C}{r_\pi + (\beta + 1)R_E} \simeq -\frac{R_C}{\frac{1}{g_m} + R_E} \\
 &= -\frac{R_C}{r_e + R_E} \\
 &= -\frac{7.5}{0.0208 + 0.030} \\
 &= -147.6
 \end{aligned} \tag{22}$$

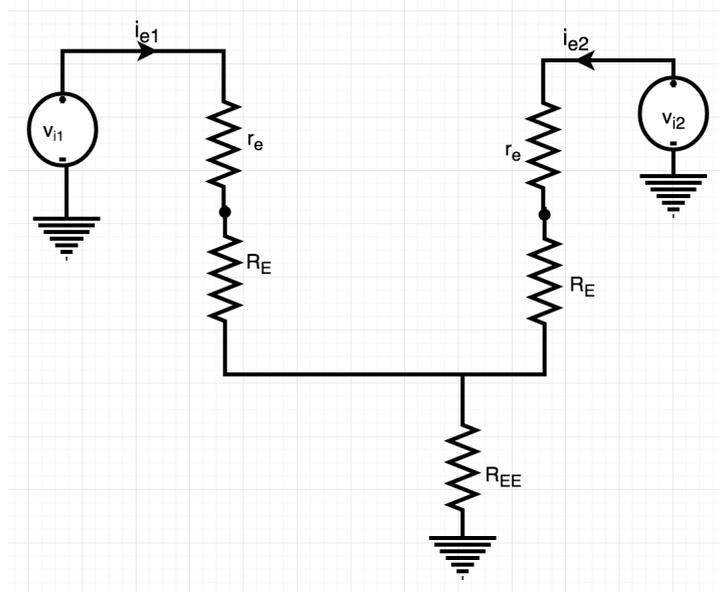


FIGURE 13 – Schéma Equivalent de l'ampli-Diff au niveau de l'émetteur.

En mode commun, le demi-Amplificateur est représenté à la figure 17. Le schéma de cette figure est semblable à celui du mode différentiel à condition de changer  $R_E$  par  $R_E + 2R_{EE}$ . On déduit facilement le gain en mode commun :

$$\begin{aligned}
 A_{cm} &= \frac{v_{o1b}}{v_{cm}} \\
 &= -\frac{\beta R_C}{r_\pi + (\beta + 1)(R_E + 2R_{EE})} \simeq -\frac{R_C}{\frac{1}{g_m} + R_E + 2R_{EE}} \\
 &= -\frac{R_C}{r_e + R_E + 2R_{EE}} \\
 &= -\frac{7.5}{0.0208 + 0.030 + 2 \times 20} \\
 &= -0.18
 \end{aligned} \tag{23}$$

On suppose que  $v_{i1} = 0.1 \sin(\omega_1 t) - 0.01 \sin(\omega_2 t)$  et  $v_{i2} = 0.1 \sin(\omega_1 t) + 0.01 \sin(\omega_2 t)$ . Les tensions différentielle et mode commun sont définies par :

$$\begin{aligned}
 v_d &= v_{i1} - v_{i2} \\
 &= -0.02 \sin(\omega_2 t) \\
 v_{cm} &= (v_{i1} + v_{i2})/2 \\
 &= 0.1 \sin(\omega_1 t)
 \end{aligned}$$

Les tensions  $v_{o1}$  et  $v_{o2}$  sont obtenues par superposition. Elles ont pour expressions :

$$\begin{aligned}
 v_{o1} &= A_d \frac{v_d}{2} + A_{cm} v_{cm} \\
 &= (-147.6) \times (-0.01 \sin(\omega_2 t)) + (-0.18) \times (0.1 \sin(\omega_1 t)) \\
 &= 1.476 \sin(\omega_2 t) - 0.018 \sin(\omega_1 t) \\
 v_{o2} &= -A_d \frac{v_d}{2} + A_{cm} v_{cm} \\
 &= (147.6) \times (-0.01 \sin(\omega_2 t)) + (-0.18) \times (0.1 \sin(\omega_1 t)) \\
 &= -1.476 \sin(\omega_2 t) - 0.018 \sin(\omega_1 t)
 \end{aligned} \tag{24}$$

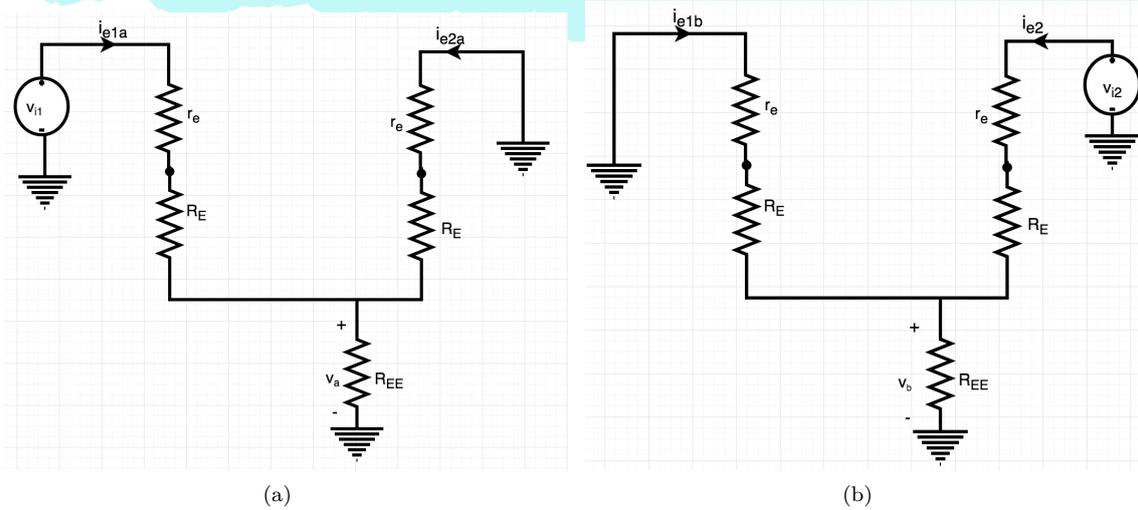


FIGURE 14 – Schémas résultat du principe de superposition.

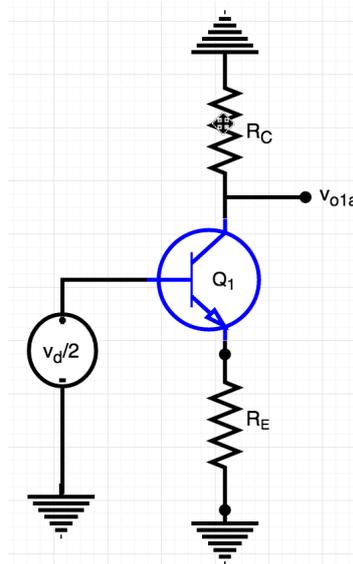


FIGURE 15 – Demi-Ampli en mode différentiel en petits signaux.

Les résistances d'entrée différentielle et en mode commun se déduisent des schémas des demi-amplificateurs. Elles ont pour expressions :

$$\begin{aligned}
 R_d &= 2R_{i-demiD} \\
 &= 2(r_\pi + (\beta + 1)R_E) \\
 &\simeq 2 \times (150 \times 0.0208 + 150 \times 0.030)k\Omega = 15.24k\Omega \\
 R_{cm} &= R_{i-demiC}/2 \\
 &= (r_\pi + (\beta + 1)(R_E + 2R_{EE}))/2 \\
 &\simeq (150 \times 0.0208 + 150 \times (0.030 + 2 \times 20))/2 \quad k\Omega = 3M\Omega
 \end{aligned} \tag{25}$$

$R_{i-demiD}$  est la résistance d'entrée du demi-amplificateur en mode différentiel et  $R_{i-demiC}$  est la résistance d'entrée du demi-amplificateur en mode commun.

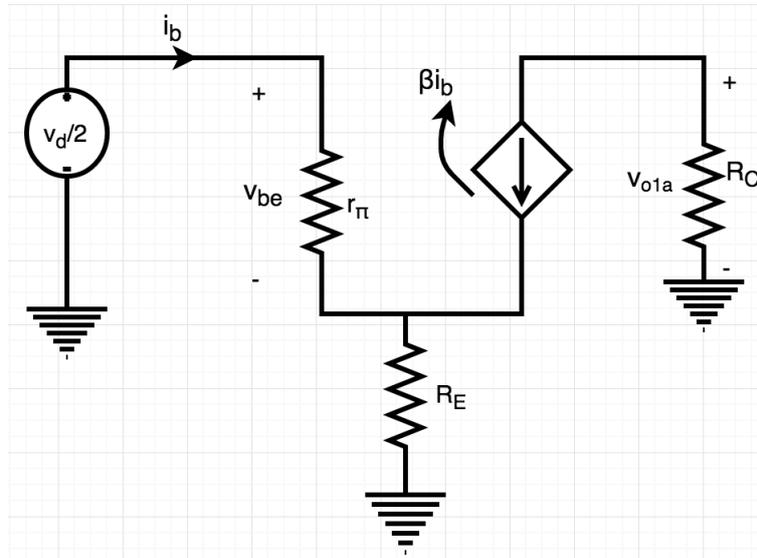
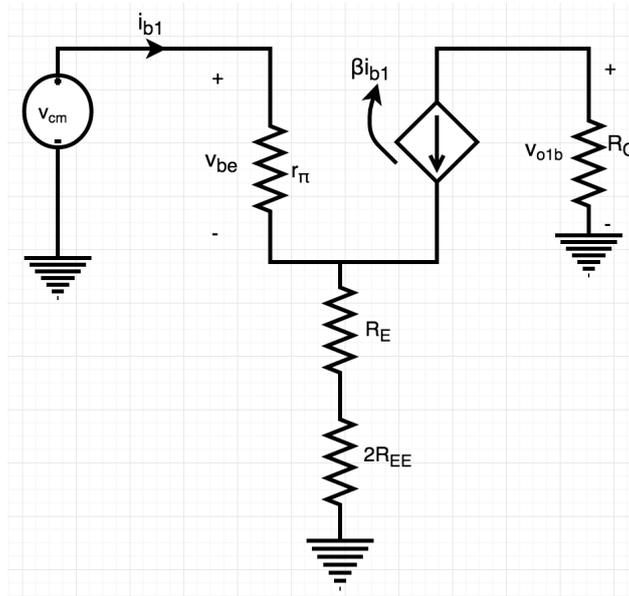
FIGURE 16 – Demi-Ampli en mode différentiel en petits signaux et modèle  $\pi$ .

FIGURE 17 – Demi-amplificateur en mode commun en petits signaux.