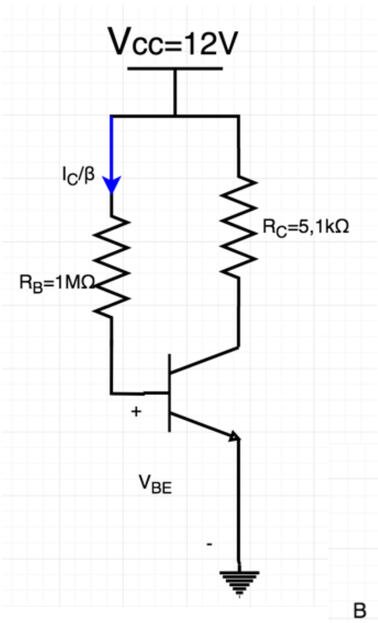
1- Exercice 1 :

Le schéma en statique de l'amplificateur de la fig.1 est représenté ci-dessous



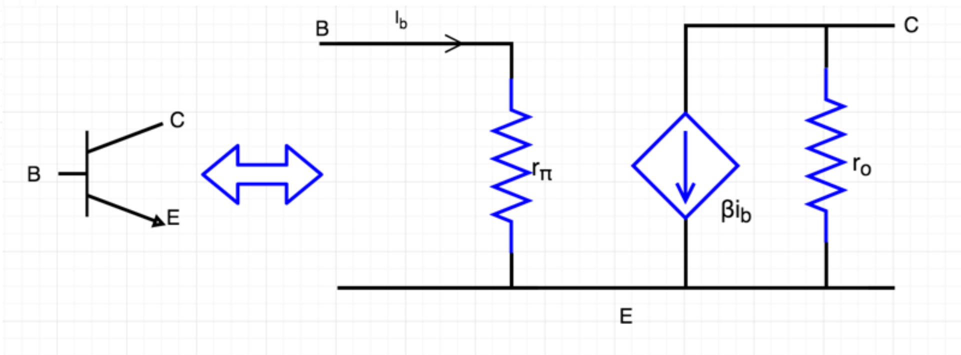
La loi des mailles se traduit par :

$$-V_{BE} + \frac{R_B I_C}{\beta} + V_{CC} = 0$$

Soit :

$$I_C = \frac{V_{CC}-V_{BE}}{I_C}\beta = \frac{11,3}{10^6}100 = 1,13mA$$

Le modèle équivalent 'petits signaux' du transistor dans la bande passante est illustré à la figure suivante :



$$r_\pi = \frac{\beta V_T}{I_C} = 100\frac{25mV}{1,13mA} = 2,21k\Omega.$$

La résistance r_o est supposée infinie.

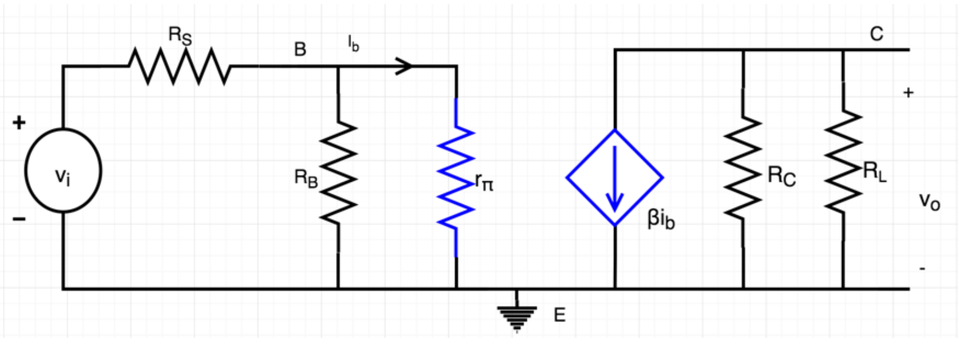
2- Schéma de l'amplificateur dans la bande passante

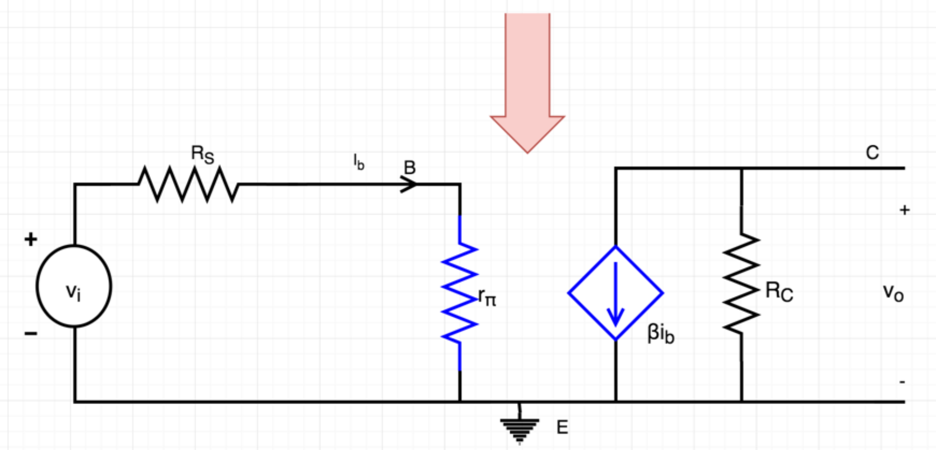
Les capacités de couplage sont des courts circuits. La capacité C_L est une capacité dont l'impédance est non négligeable dans la bande des hautes fréquences (capacité de qq pF) ; elle est assimilée à un circuit ouvert dans bande des fréquences intermédiaires et celle des basses fréquences.

Le schéma en dynamique en bande passante est celui illustré à la figure ci-dessous.

Compte tenu du fait que $R_L \gg R_C$ et $R_B \gg r_\pi$, nous aurons :

$$R_B||r_\pi \approx r_\pi, \quad R_C||R_L \approx R_C$$

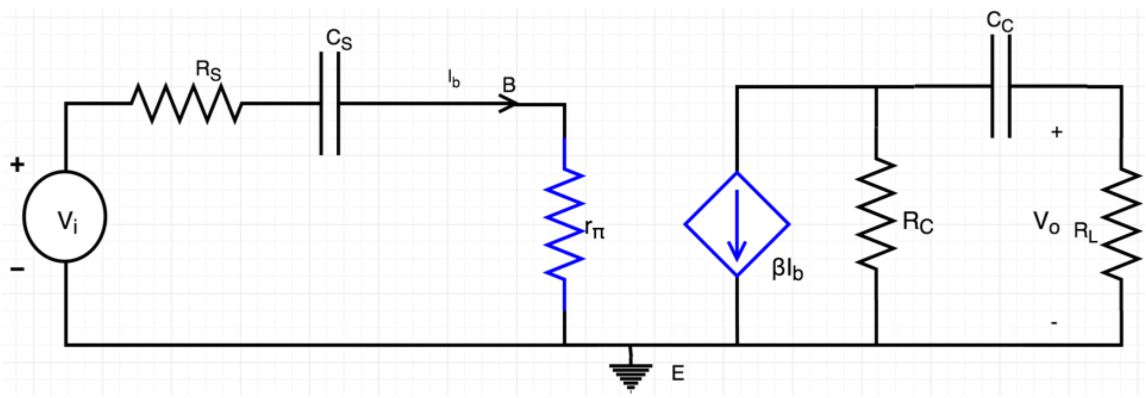




On a : $v_o = -\beta R_C i_b$ et $v_i = (R_s + r_\pi)i_b$. Il s'ensuit que le gain en tension dans la bande de fréquences intermédiaires est donné par :

$$Av_M = \frac{v_o}{v_i} = -\beta \frac{R_C}{R_S + r_\pi} = -100 \ \frac{5.1}{1+2.21} = -155.76$$

3- En régime sinusoïdal à la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ et en basses fréquences, le circuit équivalent de l'amplificateur devient :



Désignons par $I_L(j\omega)$ le courant qui traverse la charge R_L du collecter vers l'émetteur. On note que $I_L(j\omega)$ désigne le phaseur en régime sinusoidal permanent à la puslsation ω associé à $i_L(t)$.

La loi « Diviseur de courant » entraine :

$$I_L = -\beta I_b \frac{R_C}{R_C + \frac{1}{C_c j\omega} + R_L}$$

On en duit que :

$$V_o = R_L I_L = -I_b \frac{\beta R_L R_C}{R_C + \frac{1}{C_c j\omega} + R_L} = -R_L || R_C \; \beta \; I_b \frac{1}{1 - j\frac{\omega_2}{\omega}}$$

Où $\omega_2 = \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{(R_L + R_C)C_C} = \frac{1}{10^{-5}(5.1\;10^3 + 10^6)} \frac{rad}{s} \cong 0.1 \;\; rad/s\;,\; f_2 = \frac{0.1}{2\pi} \cong 0.016Hz$

D'autre part, on a :

$$V_i = \left(R_s + r_\pi + \frac{1}{C_S j\omega}\right) I_b = (R_s + r_\pi)(1 - j\frac{\omega_1}{\omega})$$

Où $\omega_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{C_S(R_s + r_\pi)} = \frac{1}{10^{-5} \times (2.21 + 1) \times 10\text{^}3} = 31.15 \, rad/s,\; f_1 = \frac{31.15}{2\pi} = 4.96Hz$

Le gain

$$Av_{bf}(j\omega) = -\frac{\beta R_C}{R_s + r_\pi} \frac{1}{1 - j\frac{\omega_1}{\omega}} \frac{1}{1 - j\,\frac{\omega_2}{\omega}} = A_{vM} \frac{1}{1 - j\frac{\omega_1}{\omega}} \frac{1}{1 - j\,\frac{\omega_2}{\omega}}$$

Le gain peut être réécrit sous la forme suivante :

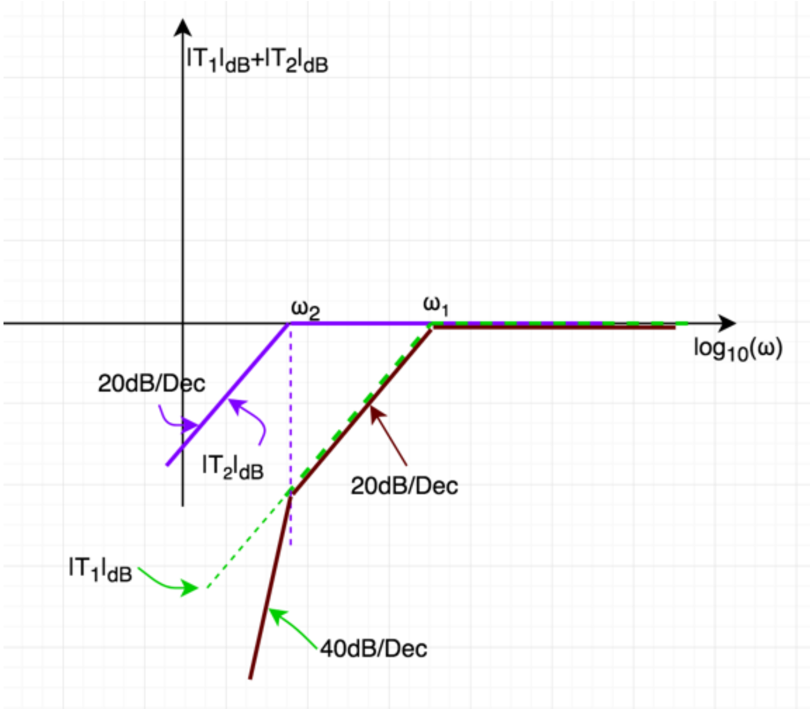
$$Av_{bf} = K \;\; T_1 \;\; T_2$$

Où $T_i = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_i}{\omega}}$, $i = 1{,}2$ qui représente la fonction de transfert d'un filtre passe haut de fréquence de coupure $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$.

Le gain en décibel s'écrit :

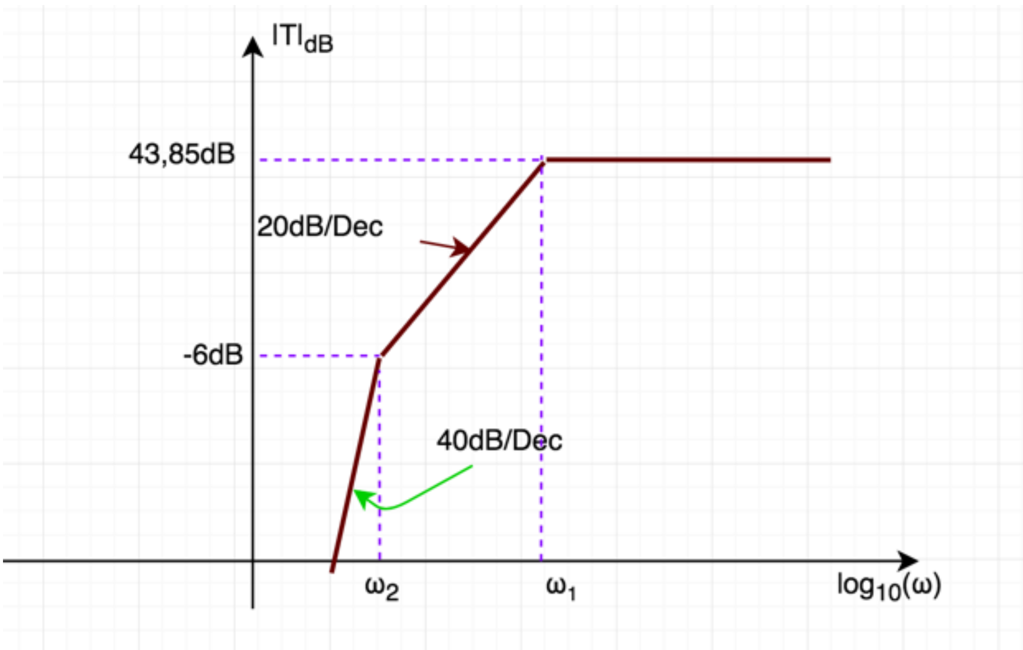
$$\left|Av_{bf}\right|_{dB} = 20\log_{10}(\left|Av_{bf}\right|) = |K|_{dB} + |T_1|_{dB} + |T_2|_{dB}$$

L'addition graphiques nous est illustrée à la figure ci-dessous.



Le gain K en décibel vaut : $|K|_{dB} = 20\log_{10}(155{,}76) = 43.85dB$.

Le diagramme Asymptotique du gain est représenté à la figure suivante :



Il s'agit du diagramme d'un filtre passe haut.

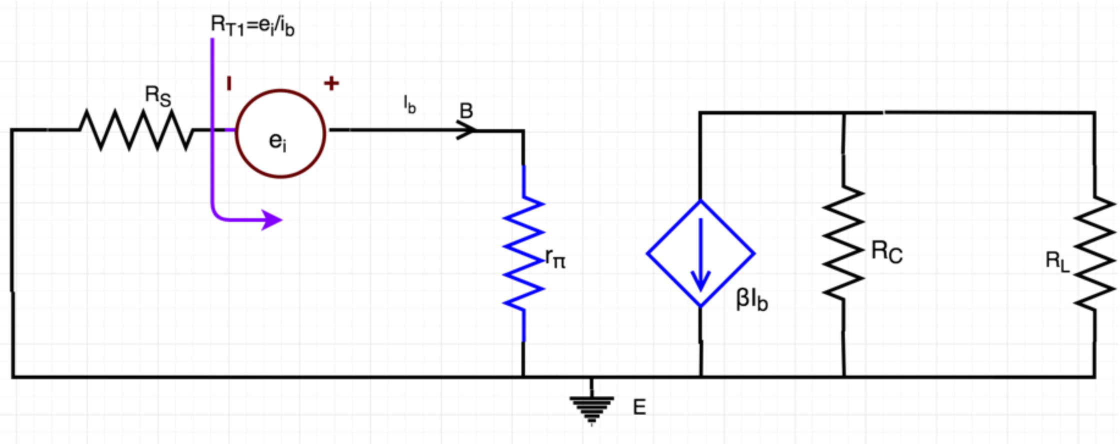
4- Estimation de la fréquence basse f_b/ Méthode des constantes de temps :

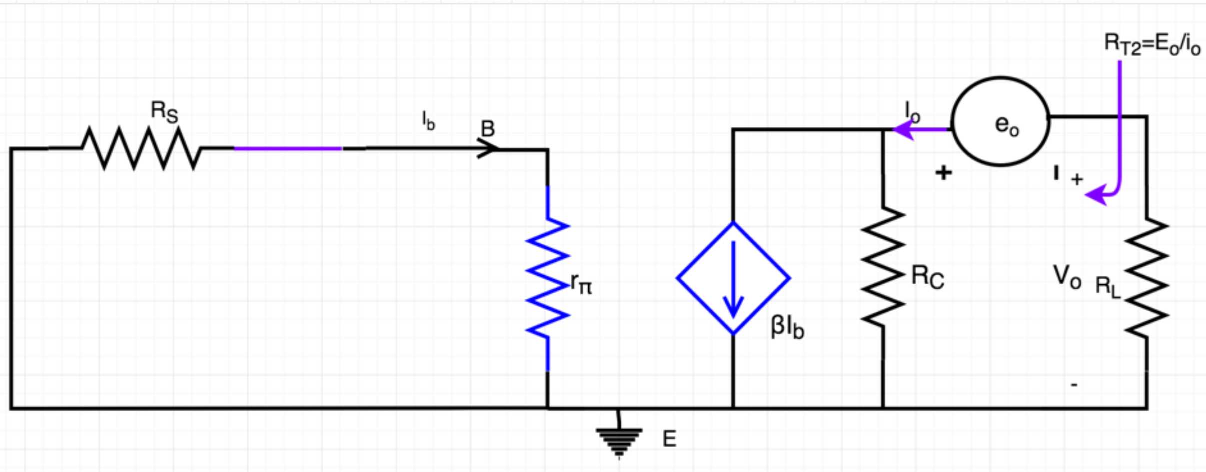
La fréquence basse peut être estimée par :

$$f_b \cong f_{C_S} + f_{C_C}$$

Où $f_{C_S} = \frac{1}{2\pi R_{T1} C_s}$ avec R_{T1} est la résistance de Thévenin vue par C_s lorsque l'autre condensateur est un court-circuit. De même $f_{C_C} = \frac{1}{2\pi R_{T_2} C_C}$ où R_{T2} est la résistance de Thévenin vue par C_C lorsque C_s est un court-circuit.

Les Schémas pour le calcul de f_{C_S} et f_{C_C} sont représentés ci-dessous.





Il est aisé de déduire R_{T1} à partir de la maille d'entrée :

$$e_i = (R_s + r_\pi) i_b,$$

Soit :

$$R_{T1} = R_s + r_\pi$$

Il s'ensuit que :

$$f_{C_s} = f_1 = 4.96Hz.$$

Pour le second schéma relatif à R_{T_2}, le courant i_b est nul. Il en résulte que $R_{T2} = R_C + R_L$ et la fréquence $f_{C_C} = f_2 = 0.016Hz$

La fréquence $f_b \approx 4.96 + 0.016Hz \cong 5hz$

Exercice 2 :

1- Le transistor bipolaire en hautes fréquences est caractérisé principalement par les capacités C_π et C_μ. L'effet de la capacité entre l'émetteur et le collecteur n'est pas pris en compte.

La capacité C_μ peut être déduite de la relation exprimant la fréquence f_T (fréquence à laquelle le gain en courant de l'émetteur commun soit égal à l'unité) :

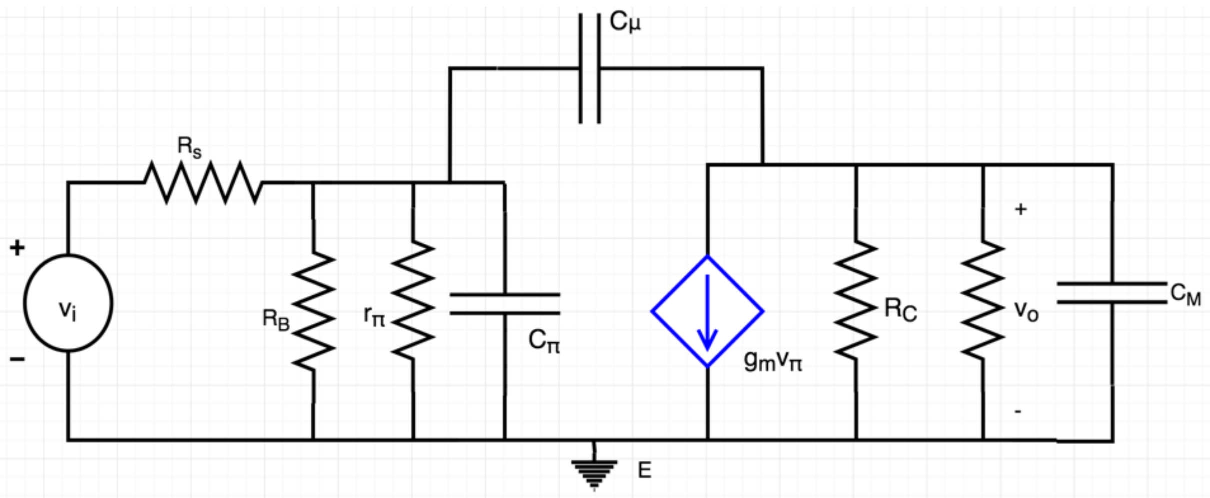
$$C_\pi = \frac{g_m}{\omega_T} - C_\mu$$

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1mA}{25mV} = 0.04S = 40mS$$

$$C_\pi = \frac{0.04}{2\pi\, 450\times 10^6} - 2pF \cong 14pF - 2pF = 12pF$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{40mS} = 2.5k\Omega$$

- **Schéma de l'amplificateur en HF**



La capacité C_M est de l'ordre de quelques pF ; elle intervient donc en hautes fréquences. Les capacités de couplages et de découplages sont assimilées à des courts circuits dans la bandes des HF.

2- Estimation de la fréquence f_h par la méthode des constantes de temps

La fréquence de coupure haute peut être estimée ainsi :

$$f_h \cong \frac{1}{2\pi\tau_h}$$

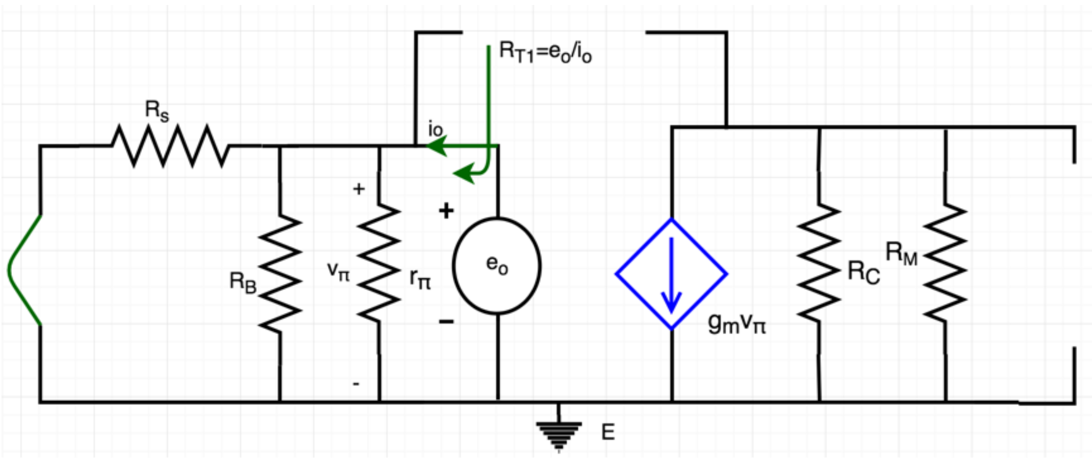
où $\tau_h = \tau_\pi + \tau_M + \tau_\mu$

$\tau_\pi = R_{T_1}C_\pi$, R_{T_1} est la résistance de Thévenin vue par C_π lorsque les capacités C_M et C_μ sont des circuits ouverts.

$\tau_\mu = R_{T_2}C_\mu$, R_{T_2} est la résistance vue par la capacité C_μ lorsque les deux autres capacités sont débranchées.

$\tau_M = R_{T_3}C_M$, R_{T_3} est la résistance vue par la capacité C_M lorsque les deux autres capacités sont des circuits ouverts.

- **Détermination de R_{T_1}/ f_π**
  On adopte le schéma ci dessous.



Il est clair que $R_{T_1} = \frac{e_o}{i_o} = (r_\pi||R_B||R_s)$.
La résistance $R_B = R_1||R_2 = 20k\Omega||10k\Omega \cong 6,67k\Omega$

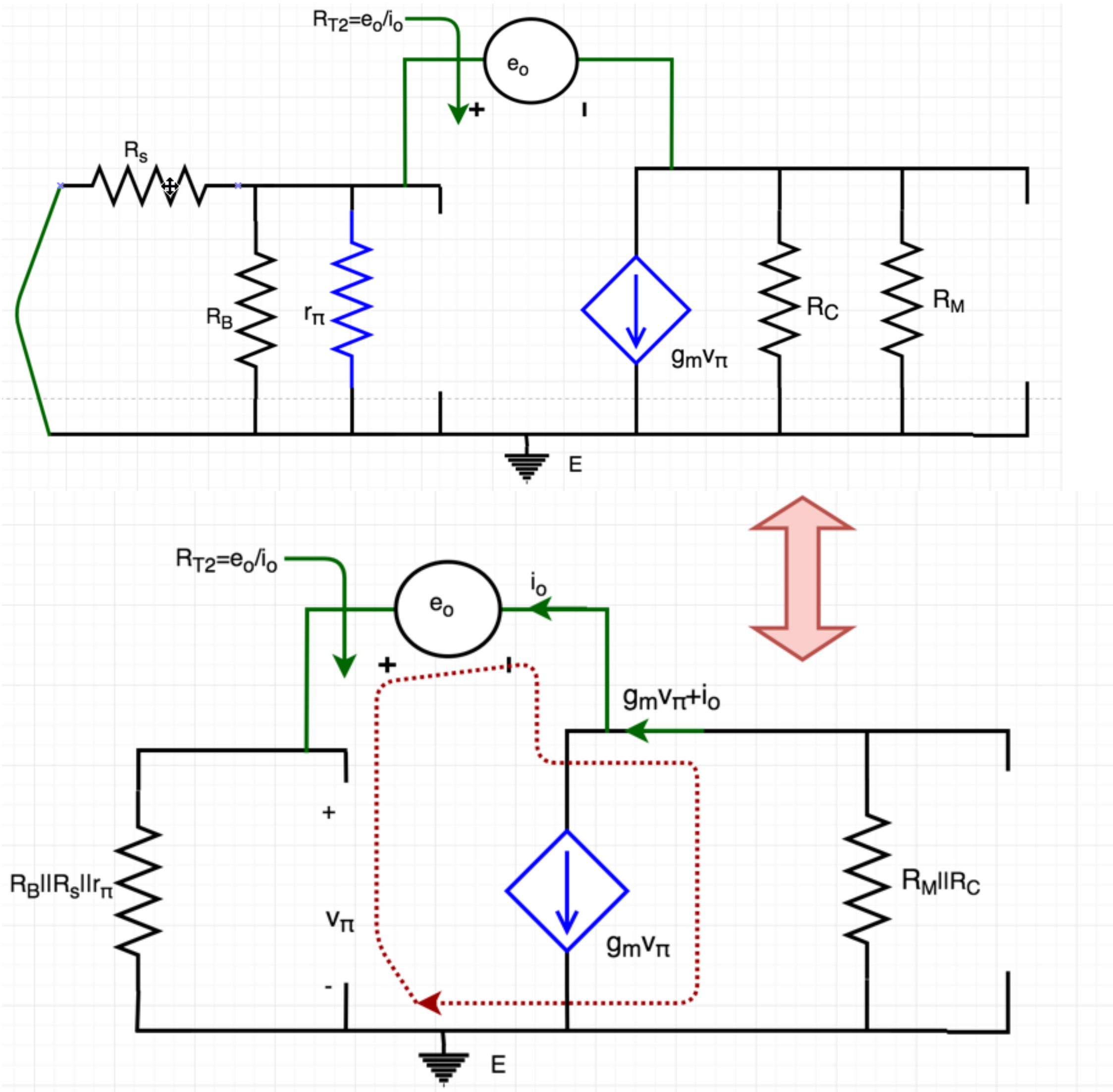
$$R_{T_1} = 2.5||6.67||\ 1k\Omega = 0.7||\ 6.67k\Omega \cong 0.645k\Omega$$

$$\tau_\pi = R_{T_1}C_\pi = 0.645\times10^3\times12\times10^{-12} = 7.74ns$$

Désignons par f_π la fréquence relative la capacité C_π. On a :

$$f_\pi = \frac{1}{2\pi R_{T_1} C_\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_\pi} = \frac{1}{2\,\pi\, 7.74 \times 10^{-9}} = 20.5MHz$$

- **Détermination de $\mathbf{R_{T_2}/f_\mu}$**



On a :

$$v_\pi = R_B||R_s||r_\pi\, i_o$$

La loi des mailles appliquée au contour en pointillés du schéma ci-dessous se traduit par :

$$-v_\pi + e_o - R_M||R_c(i_o + g_m v_\pi) = 0$$

Soit :

$$(1 + g_m R_M||R_C)v_\pi + R_M||R_C i_o = e_o$$

$$(1 + g_m R_M||R_C) R_B\big|\big|R_s\big|\big|r_\pi\, i_o + R_M||R_C i_o = e_o$$

La résistance R_{T_2} est définie par :

$$R_{T_2} = (1 + g_m R_M||R_C) R_B\big|\big|R_s\big|\big|r_\pi \; + R_M||R_C$$
$$\cong (1 + 40\times5)\times6.67\big|\big|1\big|\big|2.5 + 5 = 134.6k\Omega$$

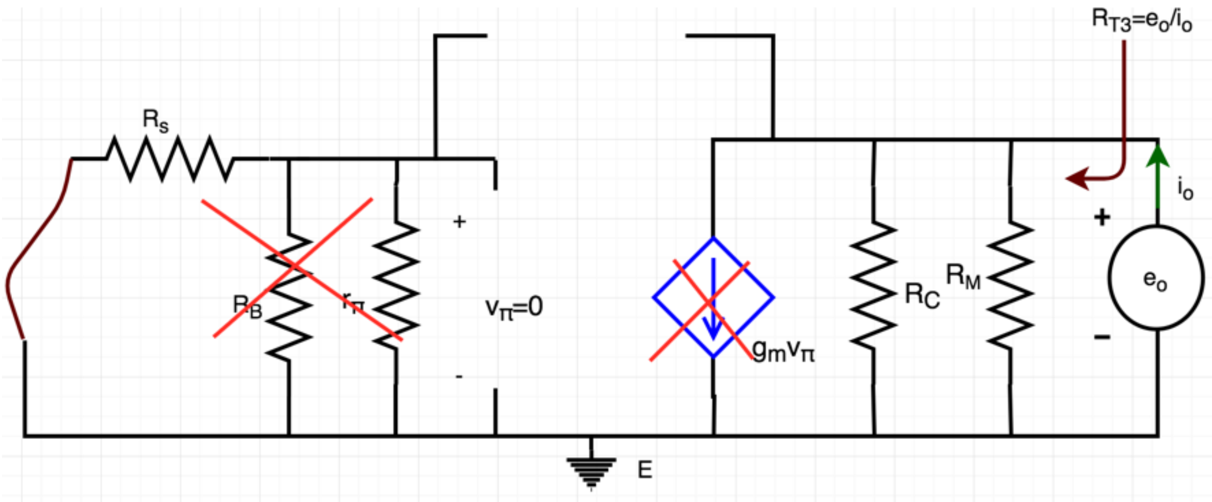
La constante de temps τ_μ admet pour valeur :

$$\tau_\mu = R_{T_2} C_\mu = 134.6\times10^3\times2\times10^{-12}s = 270ns$$

La fréquence associée f_μ est définie par :

$$f_\mu = \frac{1}{2\pi\tau_\mu} = \frac{1}{2\pi\, 270\times10^{-9}} = 589.5kHz$$

- **Détermination de $\mathbf{R_{T_3}/f_M}$**



La tension d'entrée est nulle. Il s'ensuit que la source $g_m v_\pi$ est nulle (circuit-ouvert) et on aura :

$$R_{T_3} = \frac{e_o}{i_o} = R_C||R_M \cong R_C \; = 5k\Omega.$$

La constante $\tau_M = R_{T_3} C_M = 5\times10^3\times4\times10^{-12}s = 20nS$
La fréquence f_M est définie par :

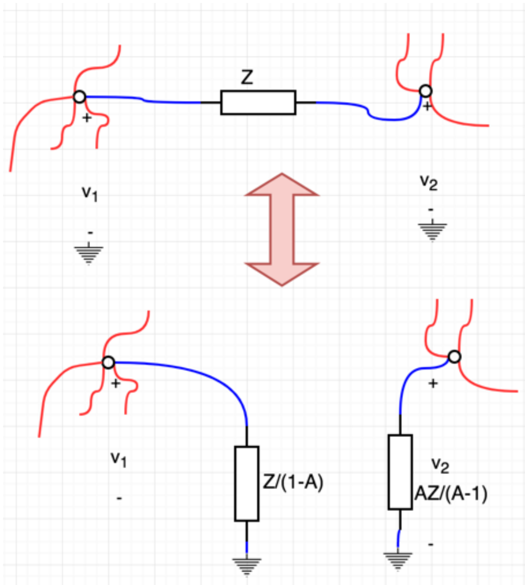
$$f_M = \frac{1}{2\pi\tau_M} = \frac{1}{2\pi\times20\times10^{-9}} \cong 7.95Mz$$

La fréquence haute peut être donc estimée par :

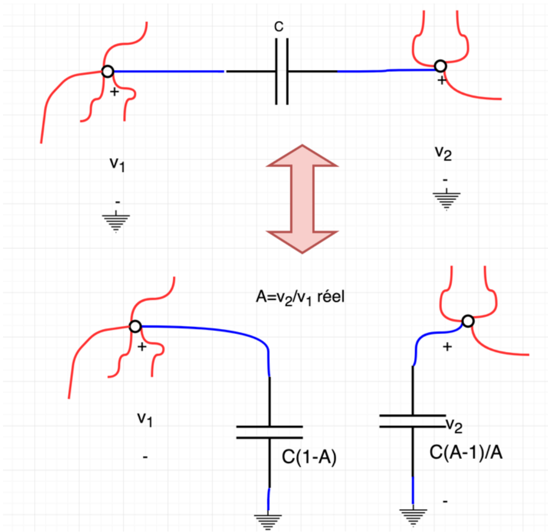
$$f_h \cong \left(\frac{1}{f_\pi} + \frac{1}{f_\mu} + \frac{1}{f_M}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{20.5}10^{-6} + \frac{1}{589.5}10^{-3} + \frac{1}{7.95}10^{-6}\right)^{-1} = 534.49kHz.$$

Estimation de la fréquence f_h à l'aide du Théorème de Miller.

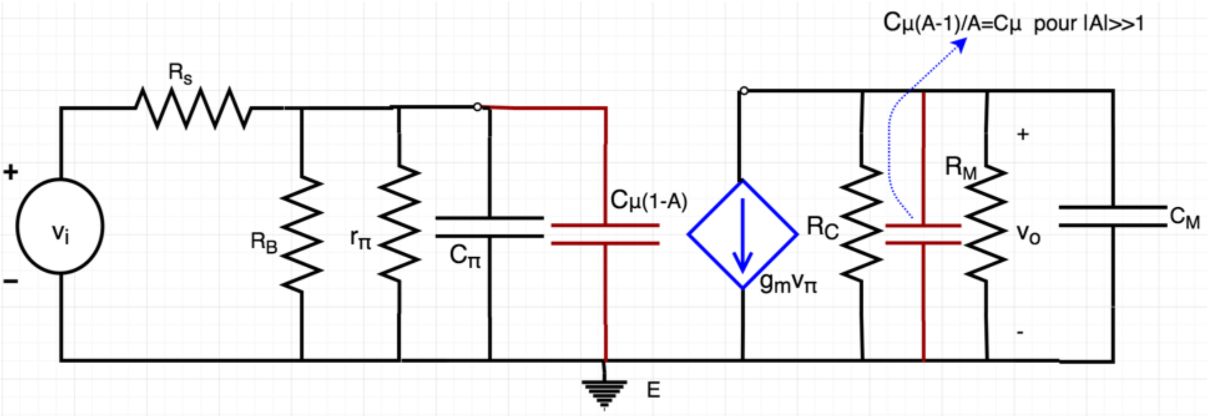
Rappel :
Le théorème Miller peut être décrit schématiquement par la représentation ci-dessous où $A = v_2/v_1$.



Dans le cas où Z représente l'impédance associée à une capacité et le gain A est réel, on aura l'équivalence décrite dans la figure ci-contre.



L'application du théorème de Miller en adoptant pour le gain A le gain dans la bande passante de l'amplificateur, nous conduit au schéma HF de la figure suivante.



Le gain A est défini par :

$$A = \frac{v_o}{v_\pi} \cong -g_m R_c||R_M, \quad |A| \gg 1$$

Désignons $C_{Mi} = C_\pi + (1 - A)C_\mu$. Cette capacité est celle qu'on a spécifié dans les notes de cours comme étant la 'capacité Miller'.

$$C_{Mi} = C_\pi + (1 + g_m R_C||R_M)C_\mu$$

La constante de temps τ_{Mi} associée à cette capacité est obtenue en remplaçant les capacités à la sortie (C_μ et C_M) par des circuits ouverts. Il s'ensuit donc que :

$$\tau_{Mi} = \underbrace{(C_\pi + (1 + g_m R_C||R_M)C_\mu)}_{C_{Mi}} R_B\left|\left|R_s\right|\right|r_\pi$$

Désignons par τ_o la constante de temps associée à la capacité $C_o = C_\mu + C_M$. La résistance vue par cette capacité, lorsque les capacités à l'entrées sont des Circuits Ouverts (CO) est :

$$R_o = R_C||R_M$$

La constante de temps vaut donc :

$$\tau_o = R_o C_o = R_C\left|\left|R_M C_\mu + R_C\right|\right|R_M C_M$$

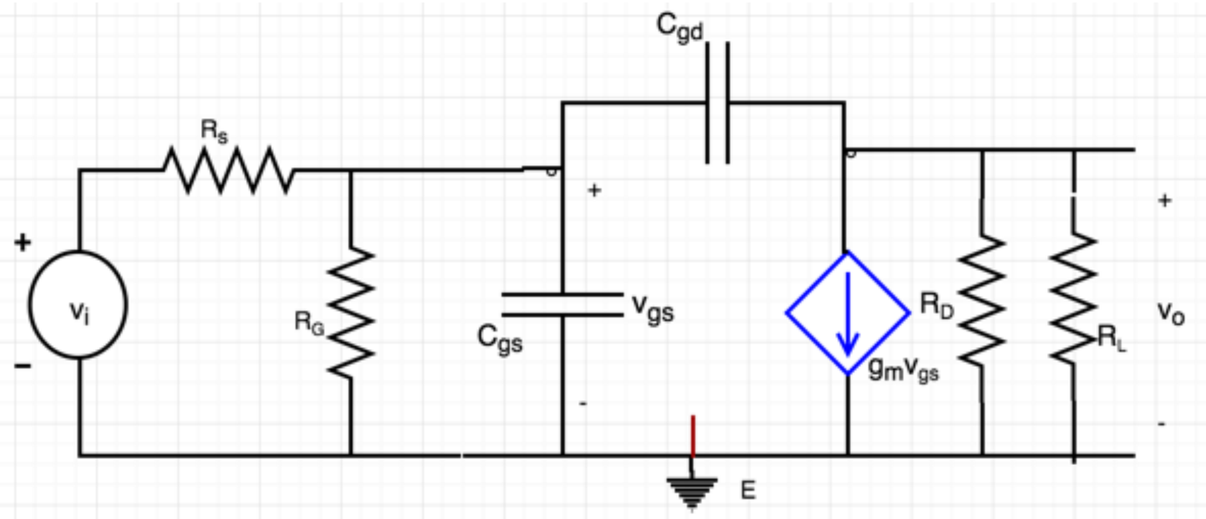
La fréquence f_h est :

$$f_h \cong \frac{1}{2\pi\tau_h}, \qquad \tau_h = \tau_{Mi} + \tau_o = R_C\left|\left|R_M C_\mu + R_C\right|\right|R_M C_M + \underbrace{(C_\pi + (1 + g_m R_C||R_M)C_\mu)}_{C_{Mi}} R_B\left|\left|R_s\right|\right|r_\pi$$

Le résultat ainsi obtenu est le même déduit à partir de la méthode des constantes de temps.

Exercice 3 :

1- Le schéma en HF de l'amplificateur est représenté à la figure ci-dessous :



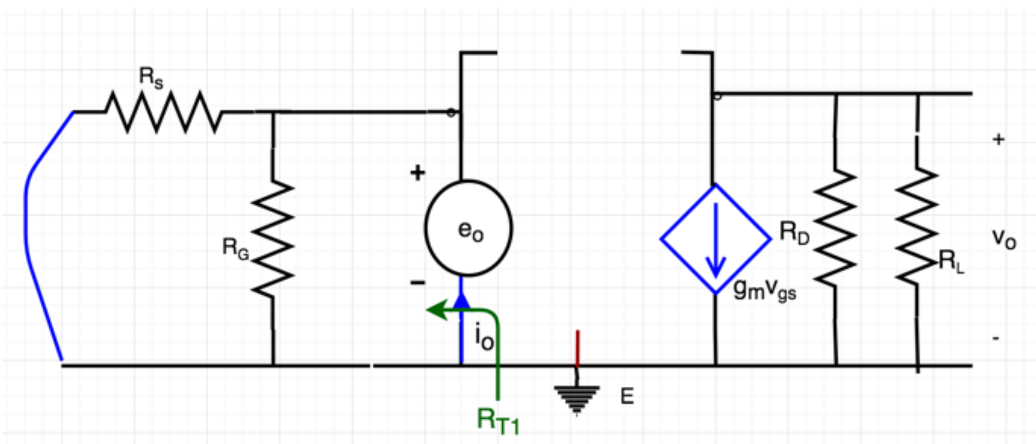
La fréquence haute de l'amplificateur peut être estimée par la méthode des constantes de temps ainsi :

$$f_h = \frac{1}{2\pi\tau_h}$$

où $\tau_h = \tau_{gs} + \tau_{gd}$, $\tau_{gs} = R_{T1}C_{gs}$ et $\tau_{gd} = R_{T2}C_{gd}$. R_{T1} est la résistance vue par C_{gs} lorsque la capacité C_{gd} est déconnectée (CO).

- ✓ **Détermination de R_{T1} :**

Schéma :

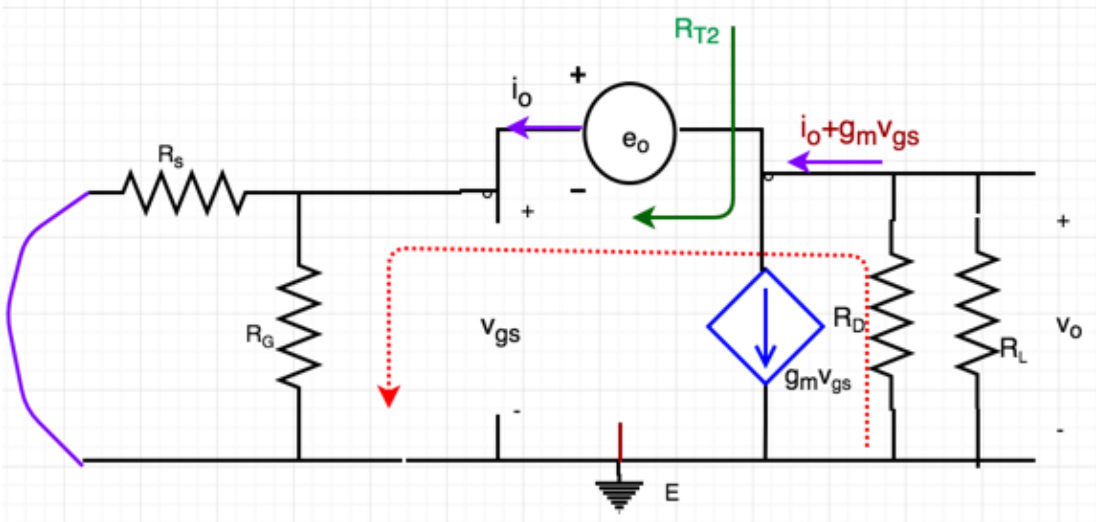


Il est clair que $R_{T1} = \frac{e_o}{i_o} = R_s||R_G = 100\Omega||100M\Omega \cong 100\Omega$

$$\tau_{gs} = R_{T1}C_{gs} = 100\times4\times10^{-12}s = 4\times10^{-10}s = 0.4ns$$

✓ **Détermination de R_{T2} :**

Schéma :



La loi des mailles (Chemin indiqué en pointillés) se traduit par :

$$(R_D||R_L)(i_o + g_m v_{gs}) - e_o + v_{gs} = 0$$

$$e_o = R_D||R_L i_o + (1 + g_m R_D||R_L)v_{gs}$$

D'autre part, on a :

$$v_{gs} = R_s||R_G i_o \cong R_s i_o$$

Il s'ensuit que :

$$R_{T2} = \frac{e_o}{i_o} = R_D||R_L + (1 + g_m R_D||R_L)R_s$$

$$R_{T2} = 2.2k||22k + (1 + 6\times2.2||22)0.1k\Omega = 2k + 1.3k = 3.3k\Omega$$

La constante de temps vaut :

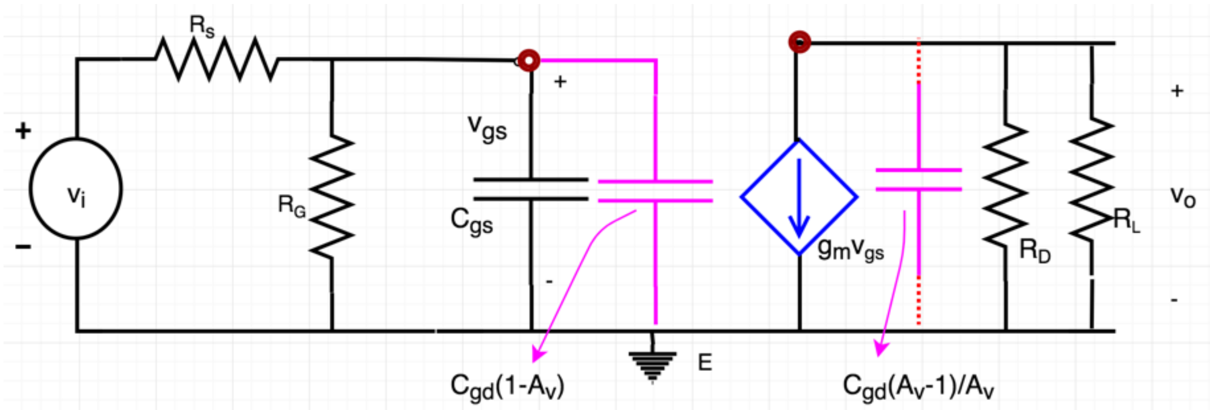
$$\tau_{gd} = R_{T2}C_{gd} = 3.3k\times2\times10^{-12} = 6.6\times10^{-9}s = 6.6ns$$

La fréquence haute est donc approximativement :

$$f_h = \frac{1}{2\pi(0.4 + 6.6)} GHz = 22.7MHz$$

3-

L'application du théorème de Miller au circuit de la figure 3 (Série 2) permet



d'obtenir le schéma de la figure ci-dessus à condition que le gain $A_v = \frac{v_o}{v_{gs}}$ soit réel. C'est le cas si le courant qui traverse la capacité qui fait le pont entre l'entrée et la sortie du circuit de la la figure 3 soit une composante négligeable devant le courant $g_m v_{gs}$. Cette approximation suppose que le circuit sera approximé par une fonction de transfert d'ordre 1 (1 seul composante de stockage d'énergie) au lieu de considérer le circuit initial qui est un circuit d'ordre 2.

Dans ce cas, le gain A_v se déduit directement puisqu'on a :

$$v_o = -g_m R_D || R_L v_{gs}$$

Soit :

$$A_v = -g_m R_D || R_L = -6\times 2.2 || 22 = -12.$$

La capacité d'entrée est donc :

$$C_e = C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R_D || R_L) = 4pF + 13\times 2pF = 30pF$$

Il est aisé de déduire que :

$$f_h = \frac{1}{2\pi\tau_h'}$$

où $\tau_h' = R_s||R_G C_e = R_s||R_G(C_{gs} + (1 + g_m R_D||R_L)C_{gd}) \cong 0.1k(4 + 13\times 2)\times 10^{-12}s = 3ns$

$$f_h = \frac{1}{2\pi\times 3}GHZ = 53MHz$$

Nous constatons que le fait de considérer une approximation d'ordre 1 du circuit initialement d'ordre 2 a entrainé une disparité dans les résultats de la fréquence haute.