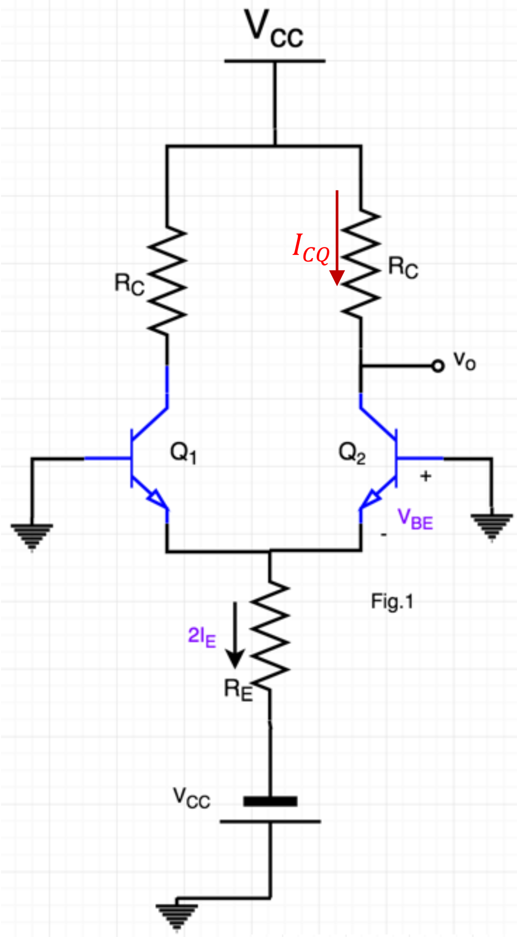
Exercice 1 :

1. Le schéma en statique de l'amplificateur différentiel est représenté ci-dessous



La loi des mailles nous permet d'écrire :

$$+V_{CC} - 2R_E I_E - V_{BE} = 0$$

Soit :

$$R_E = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{2I_{CQ}},\ I_E \cong I_{CQ},\ (\beta \gg 1)$$

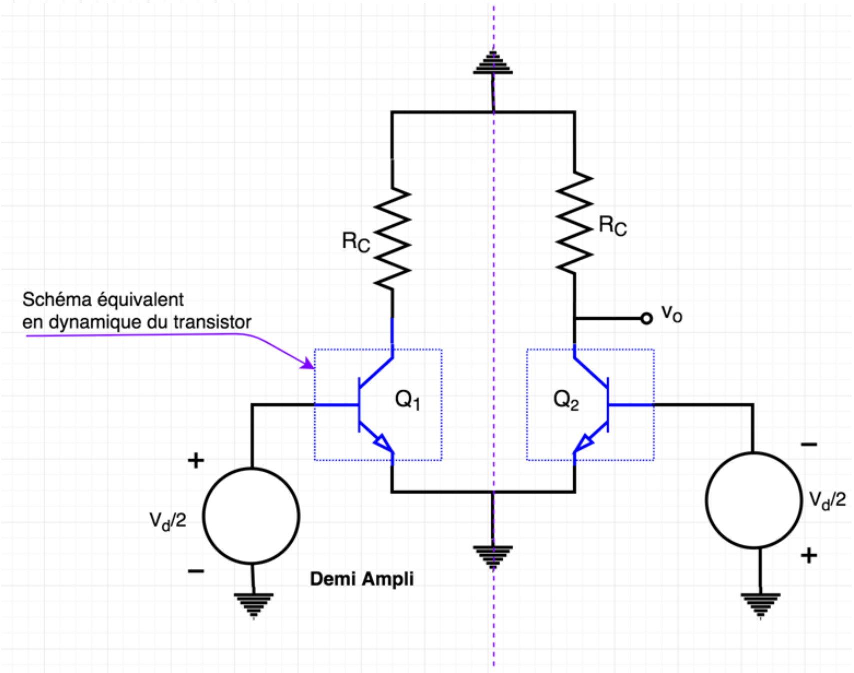
$$R_E = \frac{12-0.7}{2} k\Omega = 5.65 k\Omega$$

2. En appliquant également la loi des mailles en empruntant le chemin incluant la tension V_{oQ}, R_C et V_{CC}, nous obtenons :

$$-V_{oQ} - R_C I_{CQ} + V_{CC} = 0$$

$$V_{oQ} = V_{CC} - R_C I_{CQ} = 12V - 5\times 1V = 7V$$

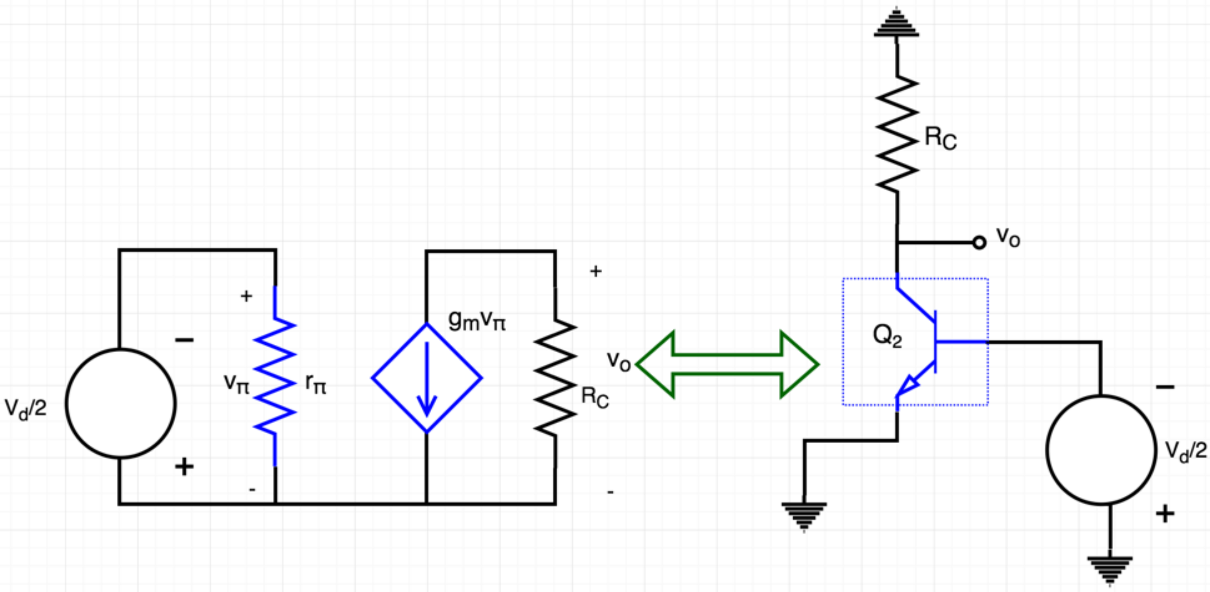
3. Le schéma en dynamique de l'amplificateur en mode différentiel est représenté à la figure suivante :



La tension différentielle est définie par :

$$v_d = v_1 - v_2$$

Le demi ampli à droite du trait en pointillé de la figure ci-dessus est équivalent à celui de la figure suivante, obtenu en substituant au transistor son schéma équivalent en dynamique :



Le gain différentiel est :

$$A_d = \frac{v_o}{-\frac{v_d}{2}} = -g_m R_C$$

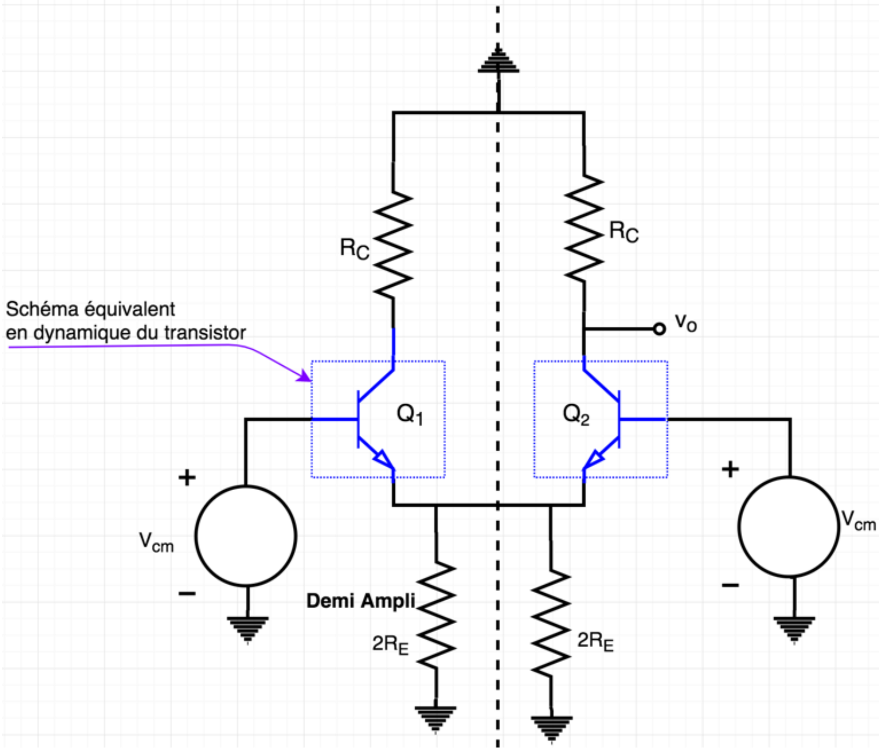
La transconductance du transistor est définie par :

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T} = \frac{1mA}{26mV} = 38.4mA/V$$

Il s'ensuit que :

$$A_d = -38.4 \times 5 = -192$$

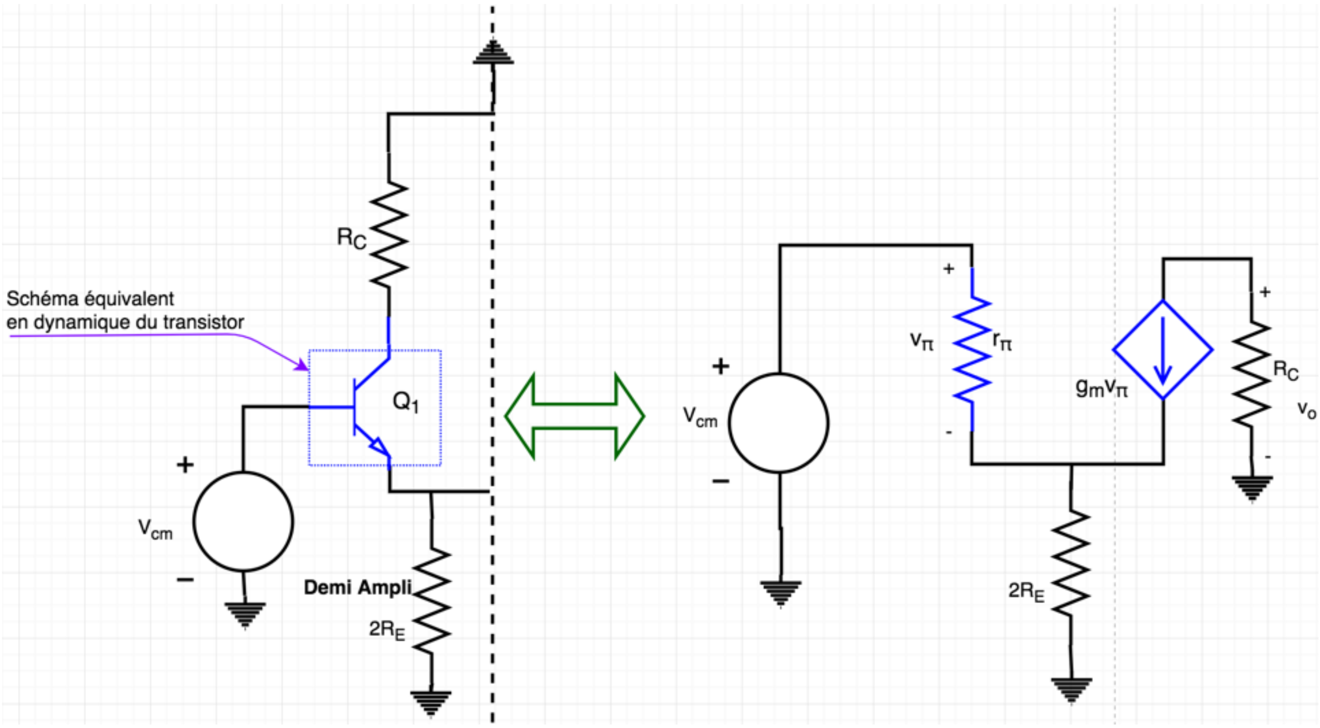
4. La figure ci-dessous représente l'amplificateur différentiel en mode commun.



La tension en mode commun est définie par :

$$v_{cm} = (v_1 + v_2)/2$$

Le demi ampli est équivalent en dynamique au circuit ci-dessous.



On a :

$$v_{cm} = v_\pi + 2R_E(g_m v_\pi + \frac{v_\pi}{r\pi})$$

$$v_o = -g_m v_\pi R_c$$

Compte tenu des relations précédentes, le gain en mode commun s'écrit :

$$A_{cm} = \frac{v_o}{v_{cm}} = -\frac{g_m R_c}{1 + 2R_E\left(gm + \frac{1}{r_\pi}\right)} \cong -\frac{g_m R_c}{1 + 2R_E g_m} = -\frac{38.4\times 5}{1 + 2\times 5.65\times 38.4} = -0.44$$

5. La résistance d'entrée différentielle est :

$$r_{id} = 2r_\pi = 2\times\frac{\beta}{g_m} = 2\times\frac{100}{38.4}k\Omega = 5.2k\Omega$$

6. La résistance d'entrée en mode commun est égale à la moitié de la résistance d'entrée du demi-ampli en mode commun.

La résistance d'entrée du demi-ampli relatif au mode commun s'écrit :

$$r_{icm_{demi}} = \frac{v_{cm}}{i_b} = \frac{v_{cm}}{\frac{v_\pi}{r_\pi}} = r_\pi \frac{v_\pi + 2R_E(g_m v_\pi + \frac{v_\pi}{r\pi})}{v_\pi} \cong r_\pi(1 + 2R_E g_m) = \frac{\beta}{g_m}(1 + 2R_E g_m)$$

$$= \frac{100}{38.4}(1 + 2\times 5.65\times 38.4)k\Omega = 1132.6k\Omega$$

$$r_{icm} = \frac{r_{icm_{demi}}}{2} = 566.3k\Omega$$

7. Taux de rejection en mode commun :

$$CMRR = |A_d/A_{cm}| = |192/0.44| = 436$$

8. la tension de sortie est donnée par :

$$v_O = V_{oQ} + A_d(-v_d/2) + A_{cm}v_{cm}$$

$$v_{cm} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 3\sin(2\pi\times 50t)\,V$$

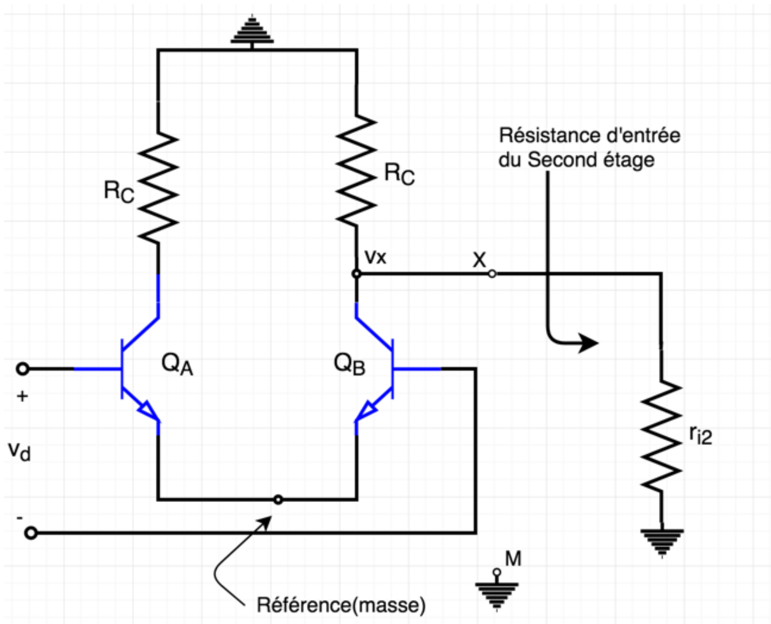
$$v_d/2 = 0.01\sin(2\pi\times 1000t)\,V$$

$$v_O = 7 + 192\times 0.01\sin(2\pi\times 1000t) - 0.44\times 3\sin(2\pi\times 50t)\quad V$$

$$v_O = 7 + 1.92\sin(2\pi\times 1000t) - 1.32\sin(2\pi\times 50t)\quad V$$

Exercice 2 :

1 : En mode différentiel, le schéma en dynamique de l'ampli différentiel est celui représenté ci-dessous. r_{i2} désigne la résistance d'entrée du second étage. Bien entendu, chacun des transistors doit être remplacé par son schéma petits signaux.



En se référant aux notes de cours,

$$v_d = 2v_\pi$$

La résistance r_o étant nulle, on déduit que le courant au collecteur du transistor Q_B est $g_{m1}v_\pi = \frac{g_{m1}v_d}{2}$. Il traverse la résistance $R_C||r_{i2}$.

Il s'ensuit que la tension $v_x \cong \frac{g_{m1}v_d}{2} R_c||r_{i2}$

En plus, nous avons :

$$A_d = v_x/v_d = 100 = \frac{g_{m1}}{2} R_C||r_{i2}$$

- **Détermination de la résistance d'entrée du second étage**

Le schéma en régime variable petits signaux du second étage est illustré à la figure suivante.

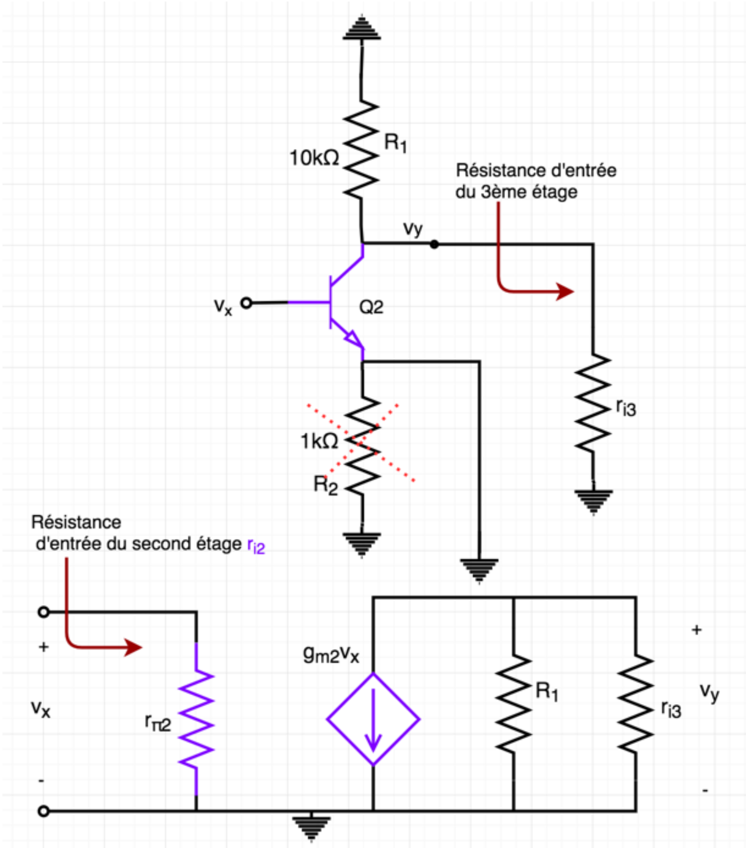


Fig. α

Il est clair que $r_{\pi 2}$ est la résistance d'entrée du second étage :

$$r_{i2} = r_{\pi 2} = \frac{\beta_2}{g_{m2}} = \frac{100}{20mS} = 5k\Omega$$

Le second étage est un émetteur commun.
Le gain différentiel est donc :

$$A_d = \frac{g_{m1}}{2} R_C || r_{i2} = 50$$

Il s'ensuit que :

$$\frac{1}{R_C} + \frac{1}{r_{i2}} = \frac{g_{m1}}{100}$$

$$R_C = \left(\frac{g_{m1}}{100} - \frac{1}{r_{i2}}\right)^{-1} = (0.4mS - 0.2mS)^{-1} = 5k\Omega$$

Le schéma de l'amplificateur différentiel en mode commun est illustré à la figure β.

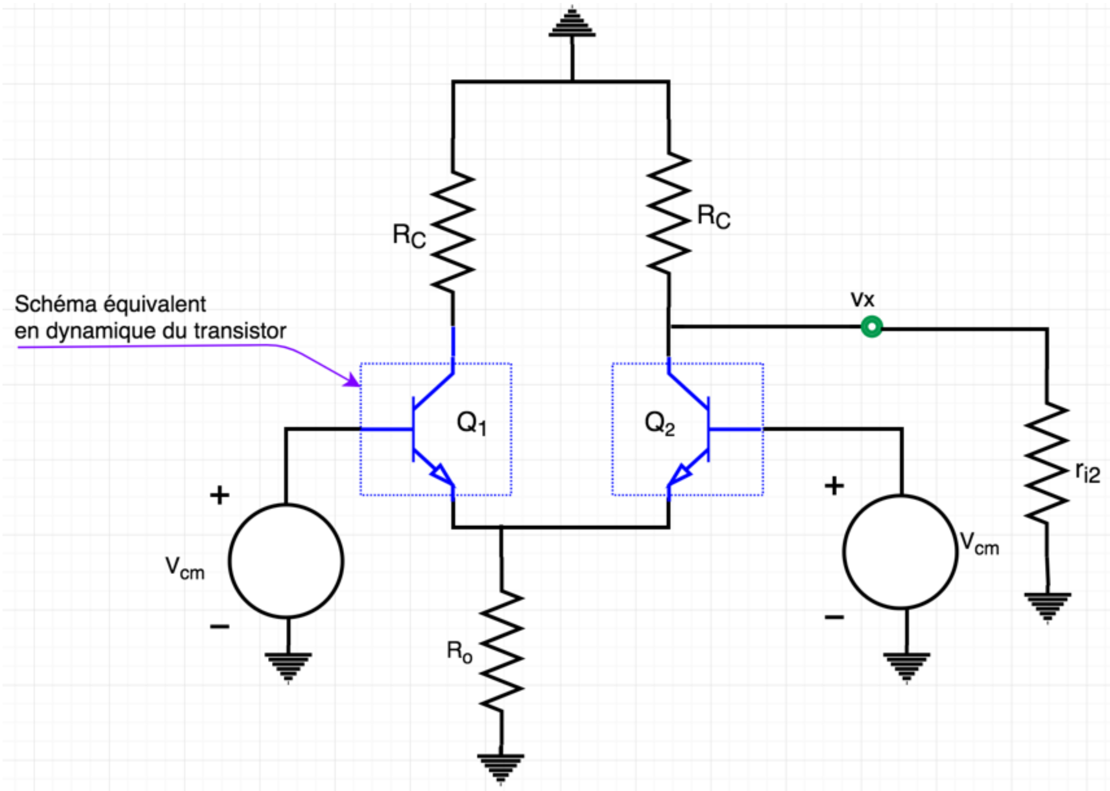


Fig. β

Le gain en mode commun (Cf. Notes de cours) est défini par ($\beta \gg 1$) :

$$A_{cm} = -g_m R_C||r_{i2}/(1 + 2R_o g_m)$$

La résistance R_o est donc :

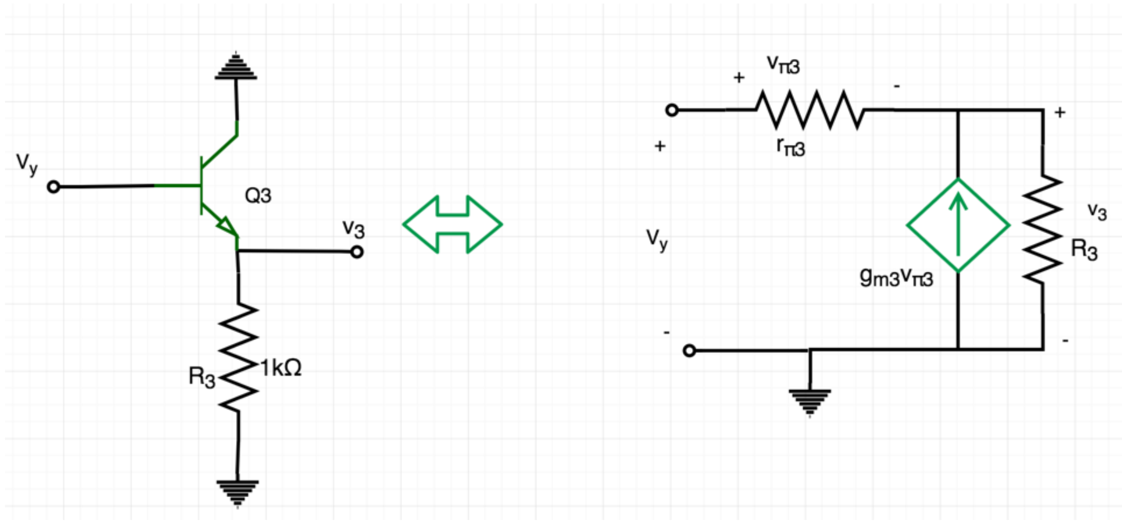
$$R_o = \frac{-\frac{g_m R_C||r_{i2}}{A_{cm}} - 1}{2g_m} = \frac{\frac{40\times 5||5}{0.1} - 1}{2\times 40} k\Omega \cong 12.5k\Omega$$

2 : Le schéma en dynamique de l'étage 3 est représenté à la figure ci-dessous.

Il s'agit d'un étage collecteur commun.

La résistance d'entrée r_{i3} de l'étage 3 se déduit à partir de l'équation de la maille d'entrée suivante :

$$-v_y + v_{\pi 3} + R_3\left(g_{m3} v_{\pi 3} + \frac{v_{\pi 3}}{r_{\pi 3}}\right) = 0$$



La résistance d'entrée est définie par :

$$r_{i3} = \frac{v_y}{\frac{v_{\pi 3}}{r_{\pi 3}}} = r_{\pi 3} + (\beta_3 + 1)R_3$$

$$r_{i3} = \frac{\beta_3}{g_{m3}} + (\beta_3 + 1)R_3 = \frac{100}{10mS} + (101)\times 1k\Omega = 111k\Omega$$

3 : Le gain de l'étage 2 se déduit à partir du schéma de la figure α; son expression est :

$$A_{v2} = -g_{m2}R_1||r_{i3} = -20\times 10||111 = -183.471$$

4 : Le gain différentiel de l'amplificateur à 3 étages est défini par :

$$A_{dT} = \frac{v_3}{v_d} = \frac{v_3}{v_y}\frac{v_y}{v_x}\frac{v_x}{v_d} = A_{v3}A_{v2}A_d = 0.91\times(-183.471)\times 50 = -\frac{16695.9}{2} = -8347.95$$

Le gain en mode commun de l'amplificateur à 3 étages a pour valeur :

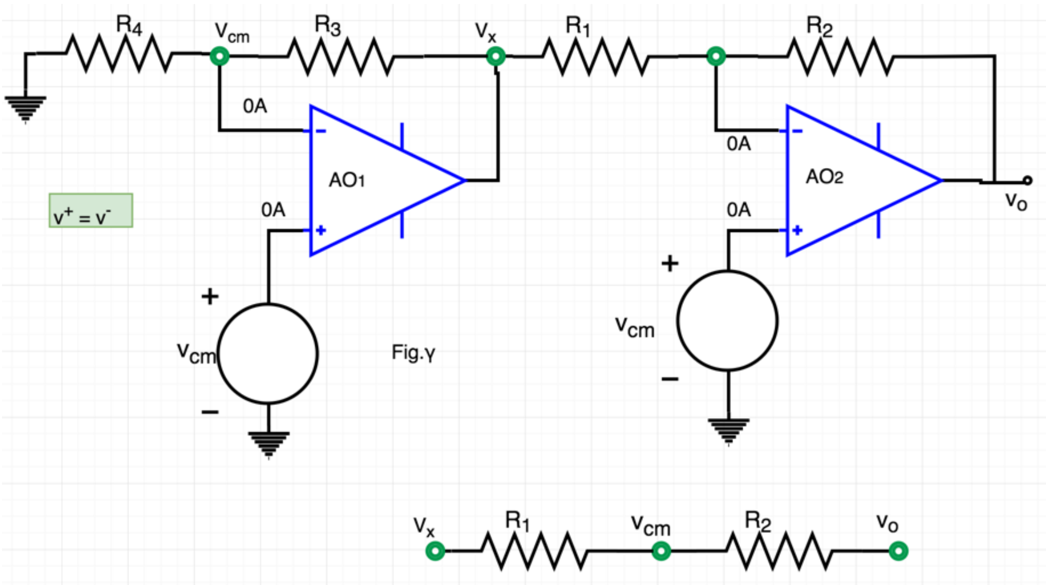
$$A_{cmT} = \frac{v_3}{v_{cm}} = \frac{v_3}{v_y}\frac{v_y}{v_x}\frac{v_x}{v_{cm}} = A_{v3}A_{v2}A_{cm} = 0.91\times(-183.471)\times(-0.1) = 16.6959$$

5 : Le taux de réjection en mode commun de l'amplificateur à 3 étages est défini par :

$$CMRR = |A_{dT}/A_{cmT}| = |8347.95/16.6959| = 500$$

En dB, $CMRR \cong 54dB$.

Exercice 3 :



Les amplificateurs opérationnels sont supposés idéals. Il s'ensuit que les courants aux entrées inverseur (-)/non inverseur(+) sont nuls. D'autre part, du fait que le gain de l'ampli est infini et sa tension de sortie est de valeur finie, la différence de potentiels des bornes '+' et '–' est quasiment nulle.

1 :

Pour avoir un amplificateur de différence, le gain en mode commun doit être nul. Le schéma de l'amplificateur en mode commun est celui présenté ci-dessus (fig. γ).

La loi 'Diviseur de tension' entraîne :

$$v_{cm} = \frac{R_4}{(R_4+R_3)} v_x \qquad \text{(a)}$$

En appliquant le **théorème de Millman** au second ampli Op, nous obtenons :

$$v_{cm} = \frac{\frac{v_x}{R_1}+\frac{v_O}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} \qquad \text{(b)}$$

De la combinaison des deux relation (a) et (b), on déduit :

$$\frac{R_4}{(R_4+R_3)}v_x = \frac{\frac{v_x}{R_1}+\frac{v_o}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$$

Soit :

$$R_2\left(\frac{R_4}{(R_4+R_3)}\frac{1}{R_1||R_2}-\frac{1}{R_1}\right)v_x = v_o$$

$$R_2\left(\frac{R_4}{(R_4+R_3)}\frac{1}{R_1||R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\frac{R_4+R_3}{R_4}\quad v_{cm} = v_o$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1||R_2}-\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)\frac{R_2}{R_1}\right)\quad v_{cm} = v_o$$

$$\left(1+\frac{R_2}{R_1}-\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)\frac{R_2}{R_1}\right)\quad v_{cm} = v_o$$

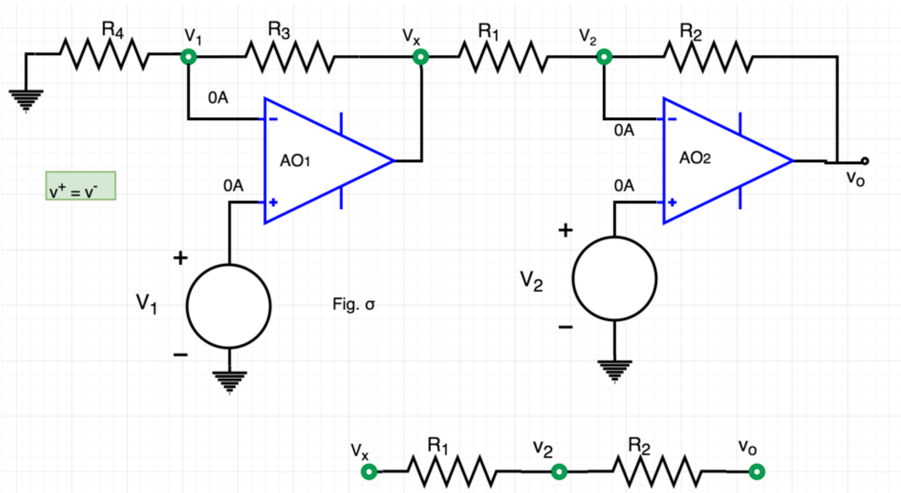
$$\left(1-\frac{R_3}{R_4}\frac{R_2}{R_1}\right)\quad v_{cm} = v_o$$

$$A_{cm} = \frac{v_o}{v_{cm}} = 1-\frac{R_3}{R_4}\frac{R_2}{R_1}$$

Le gain en mode commun est nul si :

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$

2 :



On a :

$$v_1 = \frac{R_4}{R_4+R_3}v_x = \frac{R_2}{R_2+R_1}v_x \quad , \quad \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$

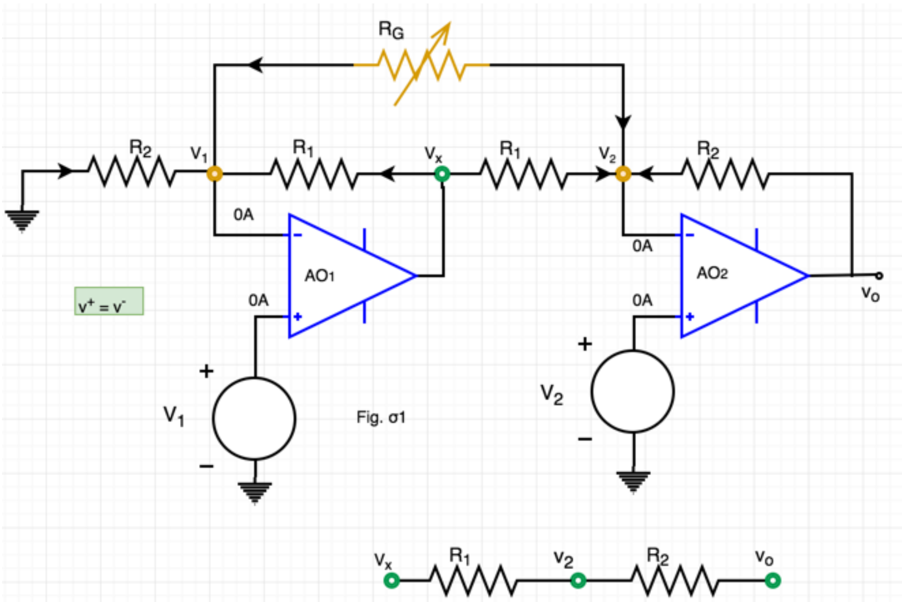
De plus,

$$v_2 = \frac{\frac{v_x}{R_1} + \frac{v_o}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{v_1/(R_1||R_2) + \frac{v_o}{R_2}}{1/(R_1||R_2)}$$

$$\frac{1}{(R_1||R_2)}(v_2 - v_1) = \frac{v_o}{R_2}$$

$$v_o = (1 + \frac{R_2}{R_1})(v_2 - v_1)$$

3 :



En appliquant la loi des nœuds au nœud de potentiel v_1, on obtient :

$$v_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G}\right) = \frac{v_x}{R_1} + \frac{v_2}{R_G} \qquad (c)$$

De même pour le nœud de potentiel v_2, on a :

$$v_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G}\right) = \frac{v_x}{R_1} + \frac{v_1}{R_G} + \frac{v_o}{R_2} \qquad (d)$$

En soustrayant l'équation (c) à partir de l'équation (d), on aura :

$$(v_2 - v_1)\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G}\right) = -\frac{1}{R_G}(v_2 - v_1) + \frac{v_o}{R_2}$$

Le gain est donc :

$$A = \frac{v_o}{v_2 - v_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R_G}$$

L'ajout de la résistance R_G variable permet d'ajuster la valeur du gain.

Exercice 4 :

Les amplificateurs OA sont supposés idéals. En conséquence, on a :

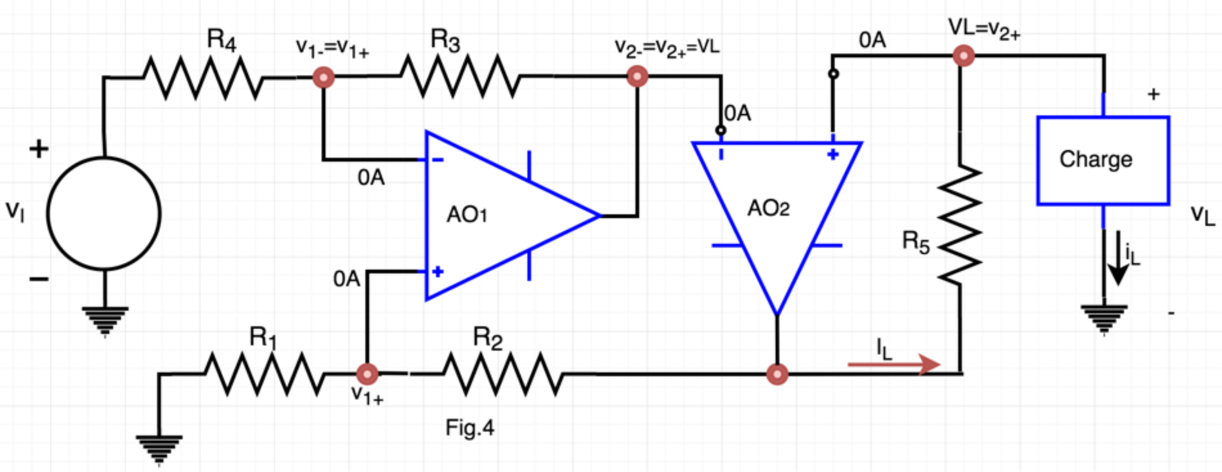


Fig.4

$$v_{1+} = v_{1-}, \quad v_{2+} = v_{2-}$$

Désignons par v_{o2} le potentiel à la sortie de l'AO. La loi 'Diviseur de tension' nous permet d'écrire :

$$v_{1+} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2}$$

Le potentiel v_{1-} se déduit à partir de l'application du **théorème de Millman** :

$$v_{1-} = \frac{\frac{v_i}{R_4} + \frac{v_{2-}}{R_3}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3}} = v_{1+} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2}$$

Où $v_{2-} = v_{2+} = v_L$ et $v_{o2} = v_L + R_5 i_L$. En reportant ces relations dans l'expression ci dessus, nous obtenons :

$$\frac{\frac{v_i}{R_4} + \frac{v_L}{R_3}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_L + R_5 i_L)$$

$$\frac{\dfrac{v_i}{R_4}+\dfrac{v_L}{R_3}}{\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_3}}=\frac{R_1}{R_1+R_2}(v_L+R_5 i_L)$$

$$\left(\frac{R_4}{R_3+R_4}-\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)v_L+\frac{R_3}{R_4+R_3}v_i=R_5\frac{R_1}{R_1+R_2}i_L$$

$$\frac{1}{R_5}\left(\frac{\dfrac{R_2}{R_1}+1}{\dfrac{R_3}{R_4}+1}-1\right)v_L+\frac{1}{R_5}\left(\frac{R_2}{R_1}+1\right)\frac{R_3}{R_4+R_3}v_i=i_L$$

$$-\frac{1}{R_5}\left(\frac{\dfrac{R_3}{R_4}-\dfrac{R_2}{R_1}}{\dfrac{R_3}{R_4}+1}\right)v_L+\frac{1}{R_5}\left(\frac{R_2}{R_1}+1\right)\frac{R_3}{R_4+R_3}v_i=i_L$$

On déduit que :

$$R_O=\frac{R_5\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)}{\frac{R_3}{R_4}-\frac{R_2}{R_1}},\quad A=\frac{1}{R_5}\left(\frac{R_2}{R_1}+1\right)\frac{R_3}{R_4+R_3}.$$

Bien entendu $R_0>0$, ce qui fixera la condition $\frac{R_3}{R_4}\geq\frac{R_2}{R_1}$.

Dans le cas où $\frac{R_3}{R_4}=\frac{R_2}{R_1}$, la résistance $R_o=\infty$ et le circuit devient un convertisseur tension-courant.