

**Antennes**  
**Chapitre 3**

**A. MAAOUNI**  
**ESMAR**

**2017-2018**

# Antennes filiformes

## Chapitre 3

## Antennes élémentaires

Les sources ponctuelles de rayonnement n'existent pas. Elles sont utilisées pour représenter des structures plus complexes. A partir de leur analyse, on peut reproduire fidèlement la distribution de courant d'une antenne en l'assimilant à une quantité d'éléments infinitésimaux de courant. L'addition vectorielle des champs produits par les éléments de courant permet de déduire les champs produits par la distribution de courant réelle.

Une antenne élémentaire est un élément très petit par rapport à la longueur d'onde de sorte à l'assimiler à une source ponctuelle.

### Dipôle de Hertz

Un élément de courant ou dipôle de Hertz est un élément :

- de longueur  $l \ll \lambda$  soit  $l < \lambda/50$
- Linéaire
- La variation spatiale de courant est constante :  $I(z) = I_0 \hat{z}$

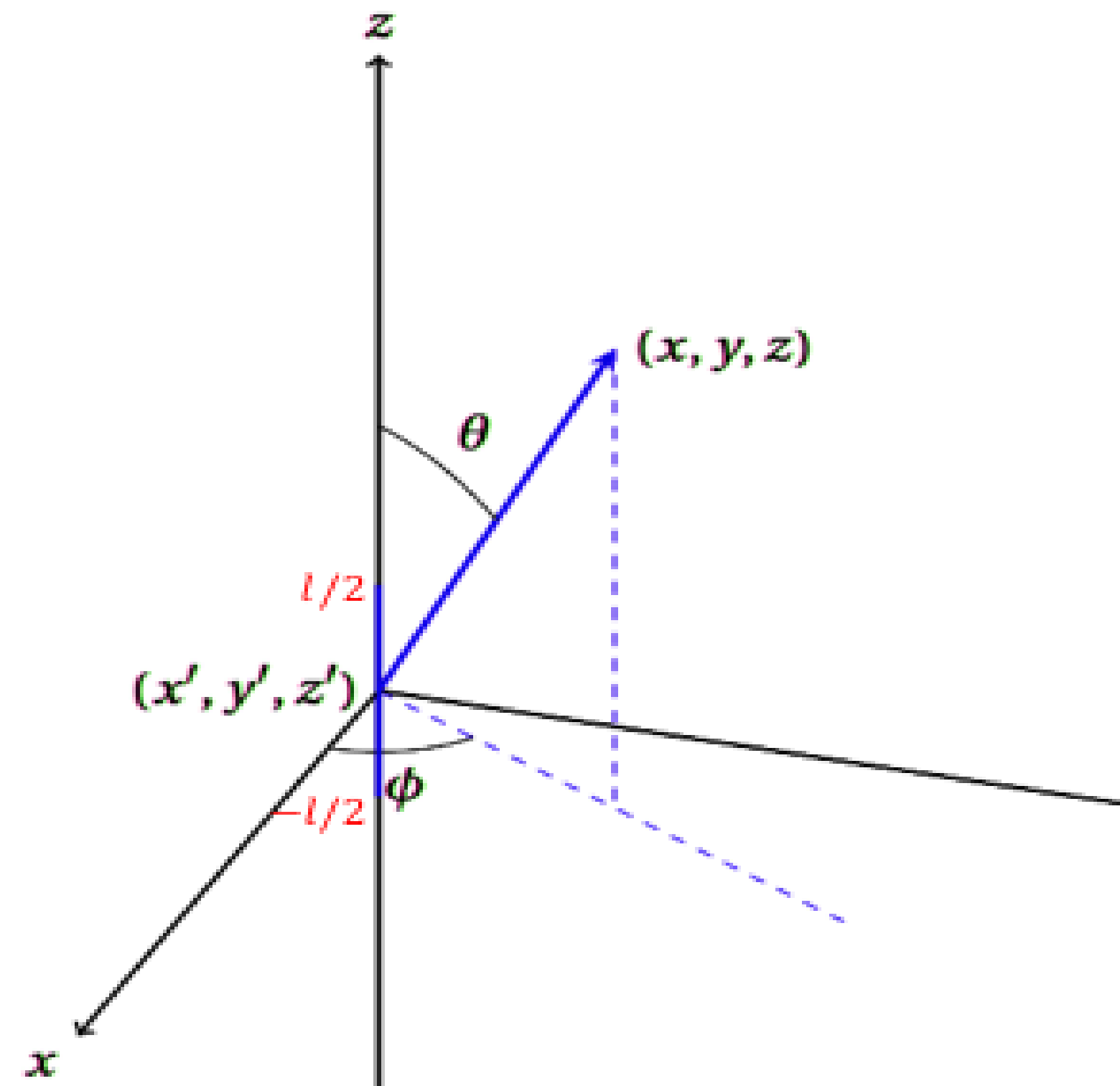
Le potentiel vecteur  $\bar{\mathbf{A}}$  s'écrit :

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) &= \int_C \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} I(z') dz' \\ &\cong \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} I(z') dz' \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} I_0 l \hat{\mathbf{z}} = A_z \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$

Compte tenue de la géométrie du système, il convient d'utiliser le système de coordonnées sphériques.

La transformation entre les coordonnées cartésiennes et sphériques est représentée sous forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$$





Pour cette structure infinitésimale,  $A_x, A_y$  sont nulles. Il s'ensuit donc que:

$$\bar{A}_r = \cos \theta A_z = \cos \theta \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} I_0 l$$

$$\bar{A}_\theta = -\sin \theta A_z = -\sin \theta \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} I_0 l$$

$$\bar{A}_\phi = 0$$

Tenant compte de cette symétrie du problème ( $A_\phi = 0$ ), le champ magnétique est porté par l'axe  $(0, \hat{\phi})$  :

$$\bar{\mathbf{H}} = \hat{\phi} \frac{1}{\mu r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right)$$

Soit :

$$\bar{H}_r = 0, \quad H_\theta = 0$$

$$\bar{H}_\phi = \frac{jklI_0 \sin \theta}{4\pi r} \left( 1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr}$$

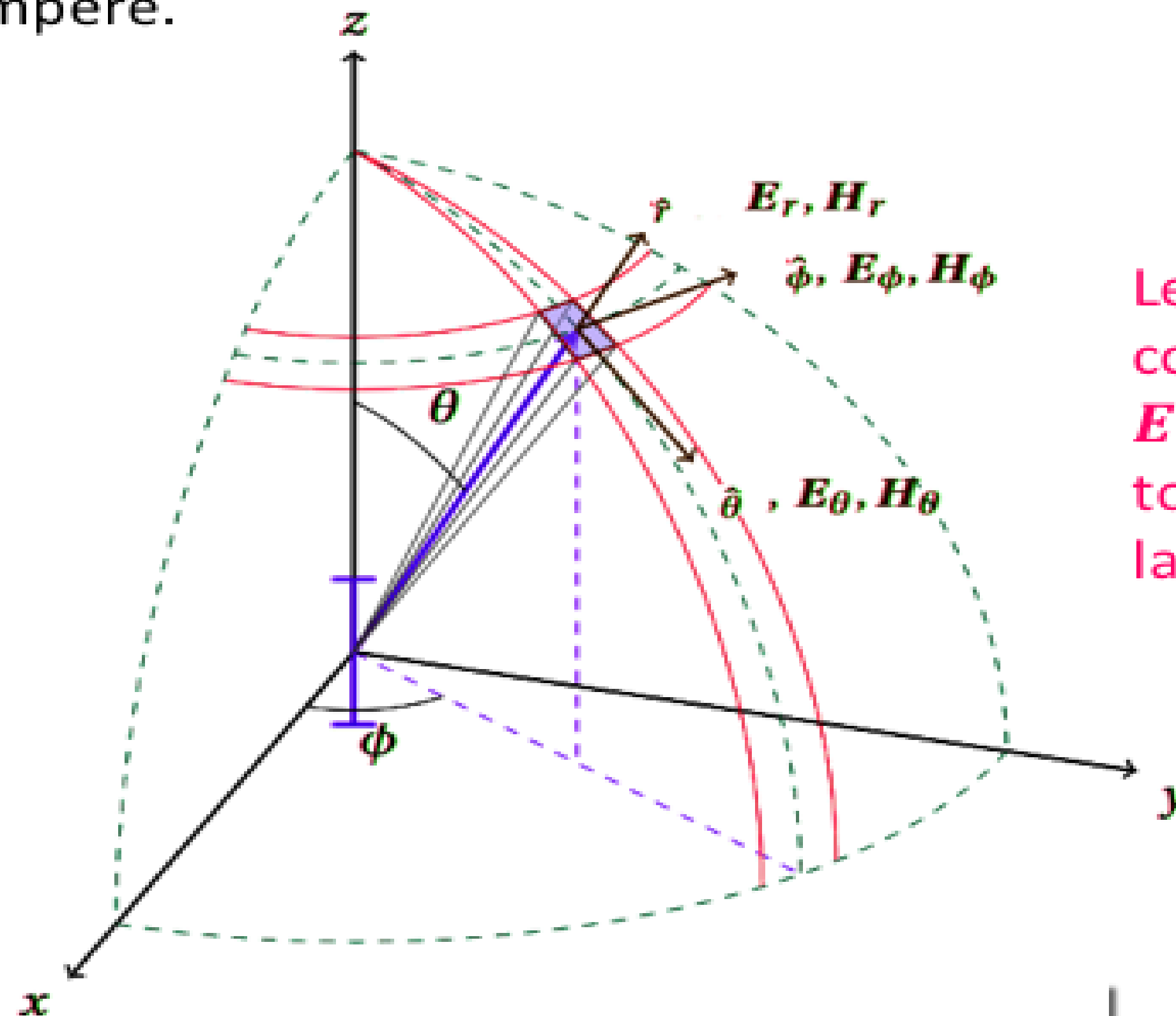
Le champ électrique se déduit de la relation  $\bar{\mathbf{E}} = -j\omega \bar{\mathbf{A}} - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}})$ :

$$\bar{E}_r = \eta \frac{lI_0 \cos \theta}{2\pi r^2} \left( 1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr}$$

$$\bar{E}_\theta = j\eta \frac{klI_0 \sin \theta}{4\pi r} \left( 1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2} \right) e^{-jkr}$$

$$\bar{E}_\phi = 0$$

Il est à noter que l'on peut déduire le champ électrique à partir de l'équation Maxwell-Ampère.



Les expressions des composantes des champs ***E*** et ***H*** sont valables dans tout l'espace à part la position du dipôle.

## Densité de puissance et résistance de rayonnement

Pour le dipôle infinitésimal, le vecteur de Poynting complexe est défini par :

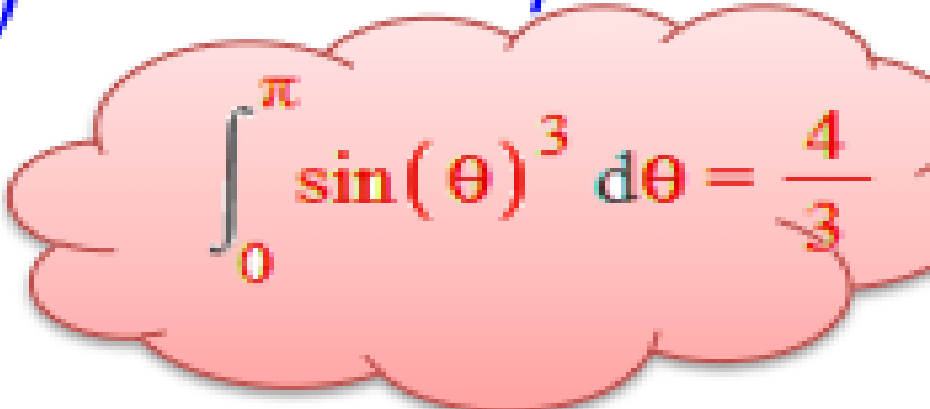
$$\bar{\mathbf{P}} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^* = \left( \hat{\mathbf{r}} \frac{1}{2} \bar{E}_\theta \bar{H}_\phi^* - \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{2} \bar{E}_r \bar{H}_\phi^* \right) = \hat{\mathbf{r}} \bar{P}_r + \hat{\boldsymbol{\theta}} \bar{P}_\theta$$

$$\bar{P}_r = \frac{\eta}{8} |I_0 l|^2 \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2 r^2} \left( 1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right)$$

$$\bar{P}_\theta = j \frac{\eta}{16} k |I_0 l|^2 \frac{\cos \theta \sin \theta}{\pi^2 r^3} \left( 1 + \frac{1}{(kr)^2} \right)$$

La puissance complexe dans la direction radiale est obtenue par intégration de la densité de puissance sur la sphère  $S$  de rayon  $r$  :

$$\begin{aligned} p &= \oiint_S r^2 \bar{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{r}} \, d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\eta}{8} |I_0 l|^2 \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2} \left( 1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right) \sin \theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \frac{\eta \pi}{3 \lambda^2} |I_0 l|^2 \left( 1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right) \end{aligned}$$


$$\int_0^\pi \sin^3(\theta) \, d\theta = \frac{4}{3}$$

La puissance complexe dans la direction radiale comporte une partie réactive proportionnelle à  $1/r^3$  qui s'annule pour  $r \gg \lambda$  pour ne laisser que la puissance rayonnée. On peut donc écrire :

$$p_{rad} = \frac{\eta\pi}{3\lambda^2} |I_0 l|^2$$

Puissance moyenne  
Rayonnée par l'antenne

La résistance de rayonnement peut être obtenue à partir de l'identité suivante :

$$p_{rad} = \frac{\eta\pi}{3\lambda^2} |I_0 l|^2 = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_{rad}$$

$$R_{rad} = \frac{2\eta\pi}{3\lambda^2} l^2 \cong 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$$

L'impédance  
intrinsèque de  
l'espace libre est  
proche de  $120\pi\Omega$

## Les différentes régions et expressions des champs

- **Zone Proche  $kr \ll 1$**

Les champs peuvent être approximés ainsi :

$$\bar{E}_r \cong -j\eta \frac{lI_0 \cos \theta}{2\pi k r^3} e^{-jkr}, \quad \bar{E}_\theta \cong -j\eta \frac{lI_0 \sin \theta}{4\pi k r^3} e^{-jkr}, \quad \bar{E}_\phi = 0$$



$$\bar{H}_r = 0, \quad \bar{H}_\theta = 0$$

$$\bar{H}_\phi \cong \frac{ll_0 \sin \theta}{4\pi r^2} e^{-jkr}$$

Les composantes non nulles du champ électrique sont en phases. Elles sont en quadrature de phase avec celles du champs magnétique

- **Zone intermédiaire  $kr > 1$**

$$\bar{E}_r \cong \eta \frac{ll_0 \cos \theta}{2\pi r^2} e^{-jkr}, \quad \bar{E}_\theta \cong j\eta \frac{kl l_0 \sin \theta}{4\pi r} e^{-jkr}, \quad \bar{E}_\phi = 0$$

$$\bar{H}_\phi \cong j \frac{kl l_0 \sin \theta}{4\pi r} e^{-jkr}, \quad \bar{H}_r = 0, \quad \bar{H}_\theta = 0$$

Les composantes du champs électriques sont en quadrature de phases.

- **Zone lointaine  $kr \gg 1$**

$$\bar{E}_r \cong 0, \quad \bar{E}_\theta \cong j\eta \frac{kl l_0 \sin \theta}{4\pi r} e^{-jkr}, \quad \bar{E}_\phi = 0$$

$$\bar{H}_\phi \cong j \frac{kl l_0 \sin \theta}{4\pi r} e^{-jkr}, \quad \bar{H}_r = 0, \quad \bar{H}_\theta = 0$$

$$\bar{E}_\theta / \bar{H}_\phi = \eta$$

## Directivité et ouverture effective maximale

La directivité a été définie par la relation :

$$D(\theta, \phi) = \frac{K(\theta, \phi)}{\frac{P_{rad}}{4\pi}}$$

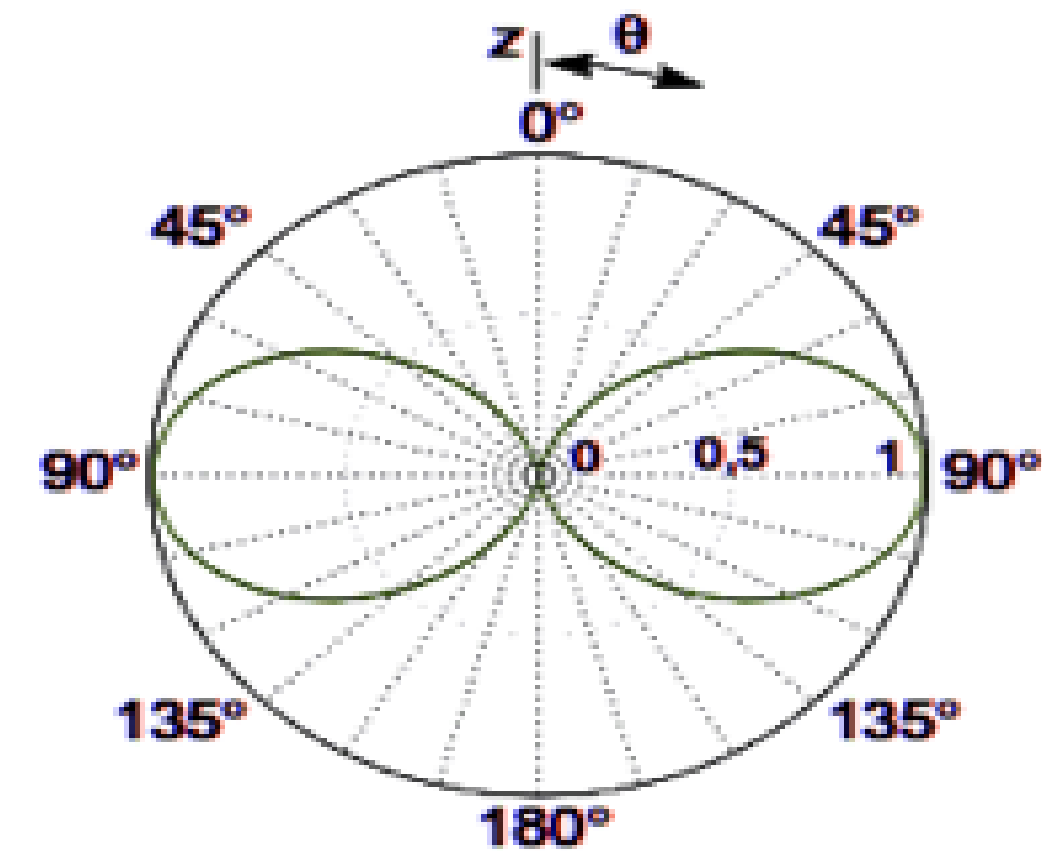
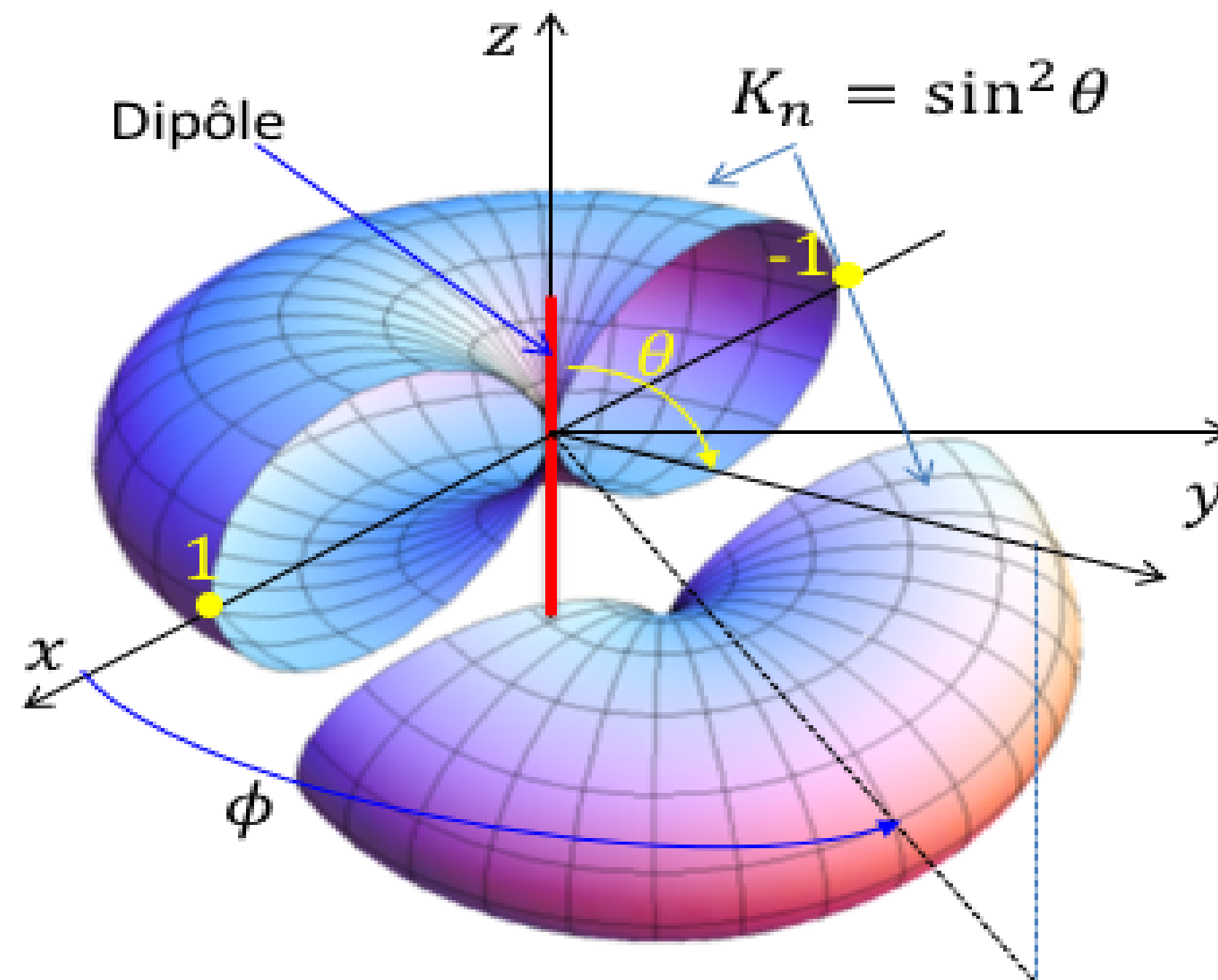
Où  $K(\theta, \phi)$  est l'intensité de rayonnement pour le dipôle infinitésimal :

$$\begin{aligned} K(\theta, \phi) &= \frac{1}{2} \text{Re}(\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^*) \cdot \hat{\mathbf{r}} \, r^2 \\ &= \text{Re}(\bar{P}_r) \, r^2 \\ &= \frac{\eta}{8} |I_0 l|^2 \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2} \end{aligned}$$

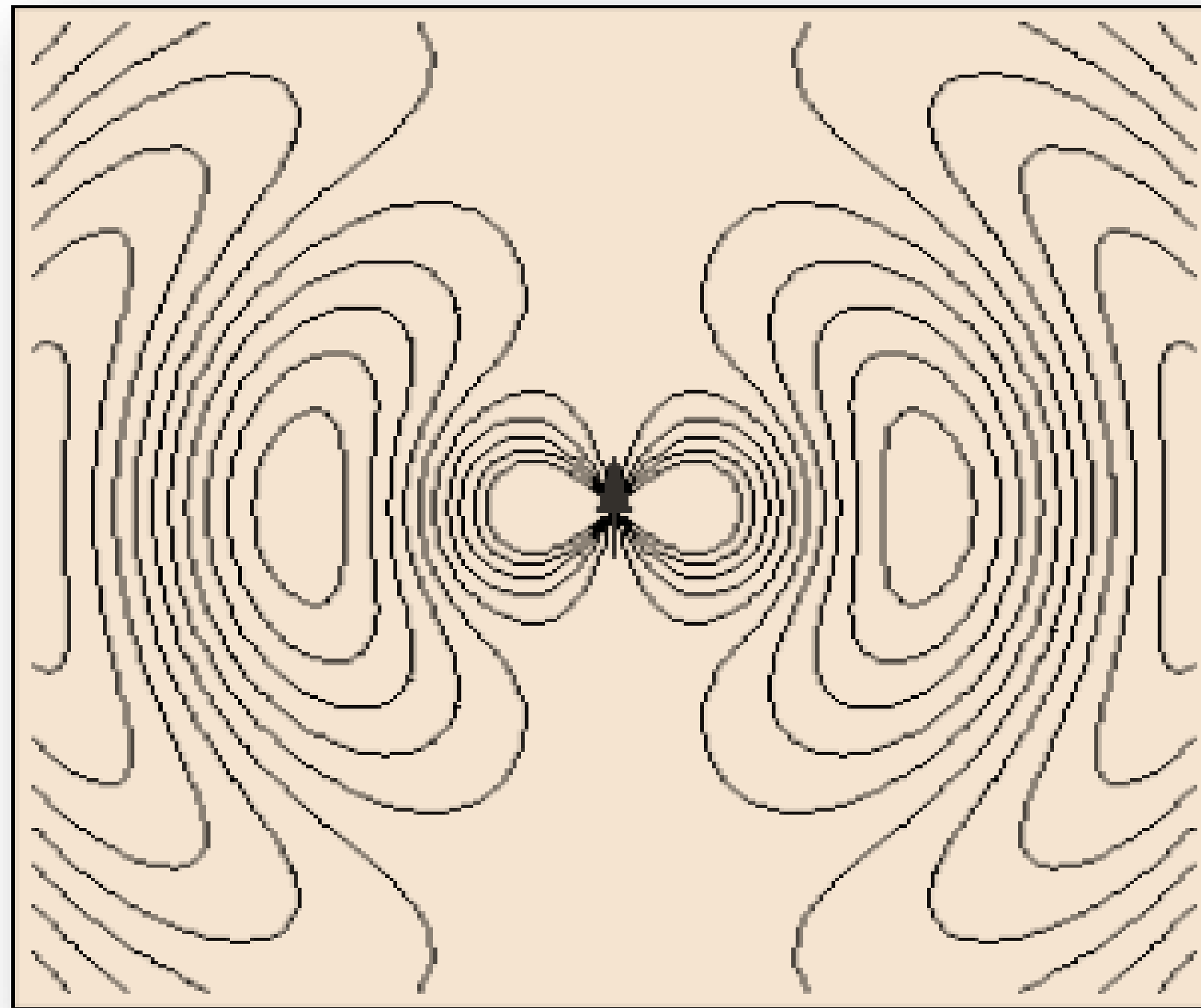
L'insertion des expressions de l'intensité de rayonnement et de la puissance moyenne rayonnée par le dipôle de Hertz dans le relation ci-dessus de la directivité, entraîne:

$$D(\theta, \phi) = \frac{\frac{\eta}{8} |I_0 l|^2 \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2}}{\frac{\frac{\eta \pi}{3 \lambda^2} |I_0 l|^2}{4\pi}} = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$$

$$D_{max} = \frac{3}{2} , \quad A_{em} = \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_{max} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$$



- a) Diagramme de rayonnement 3D d'un dipôle de Hertz,  
 b) Diagramme 2D Plan E

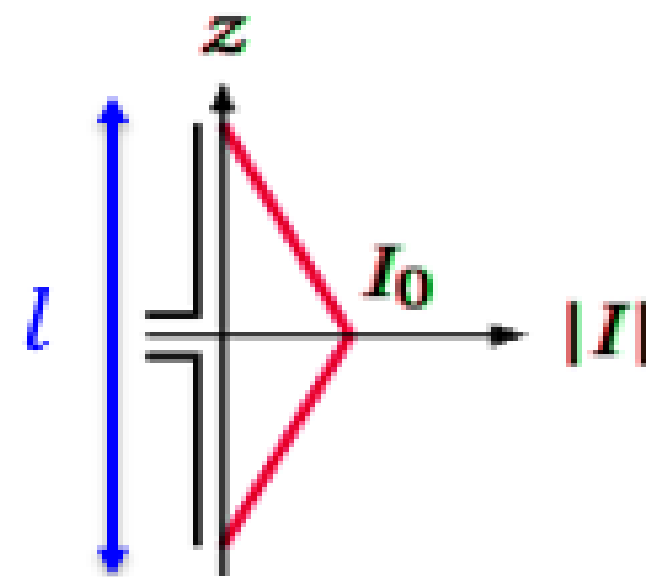


*Champ rayonné d'un dipôle élémentaire*



# Dipôle court

Un dipôle court est une antenne constituée de deux fils infiniment minces de longueur totale  $\lambda/50 < l < \lambda/10$ .



La distribution de courant sur l'antenne 'dipôle court' est triangulaire :

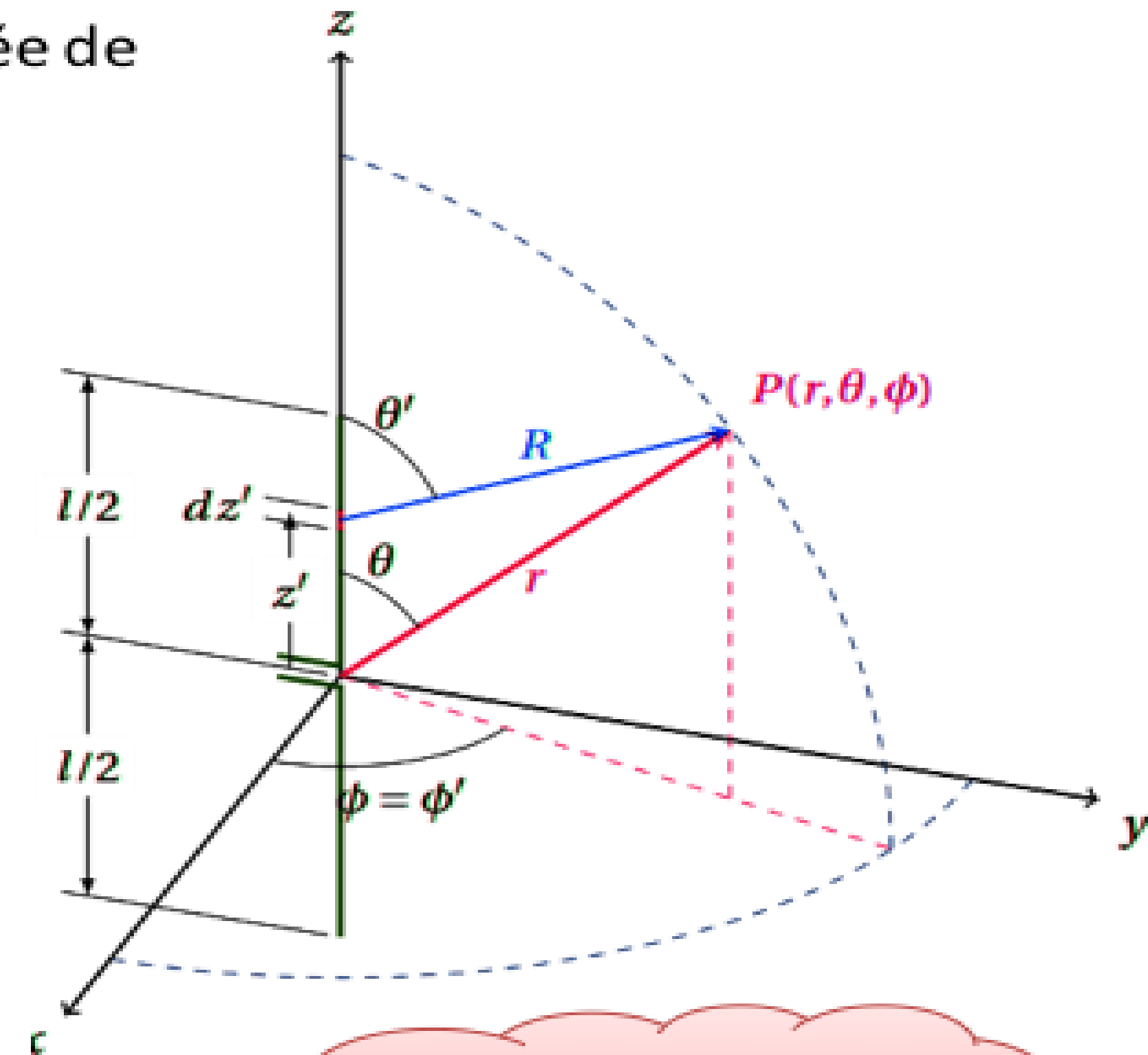
$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{z}} I(z) \delta(x) \delta(y),$$

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{2}{l}|z|\right), \quad |z| < \frac{l}{2}$$

Le potentiel vecteur  $\bar{\mathbf{A}}$  s'écrit :

$$\bar{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \iiint_{V'} \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \mathbf{J}(\mathbf{r}') dx' dy' dz'$$

$$= \int_{-l/2}^{l/2} I(z') \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} dz' = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{-l/2}^{l/2} I(z') dz' = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{I_0 l}{2}$$



$$R \cong r \text{ pour } |z'| < l/2$$

Le champ dans la zone lointaine se déduit de celui du dipôle élémentaire de Hertz en remplaçant  $I_0$  par  $I_0/2$  :

$$kr \gg 1 \left\{ \begin{array}{l} \bar{H}_r = 0, \quad H_\theta = 0 \\ \bar{H}_\phi = \frac{jklI_0 \sin \theta}{8\pi r} e^{-jkr} \\ \bar{E}_r = 0 \\ \bar{E}_\theta = j\eta \frac{klI_0 \sin \theta}{8\pi r} e^{-jkr} \\ \bar{E}_\phi = 0 \end{array} \right.$$

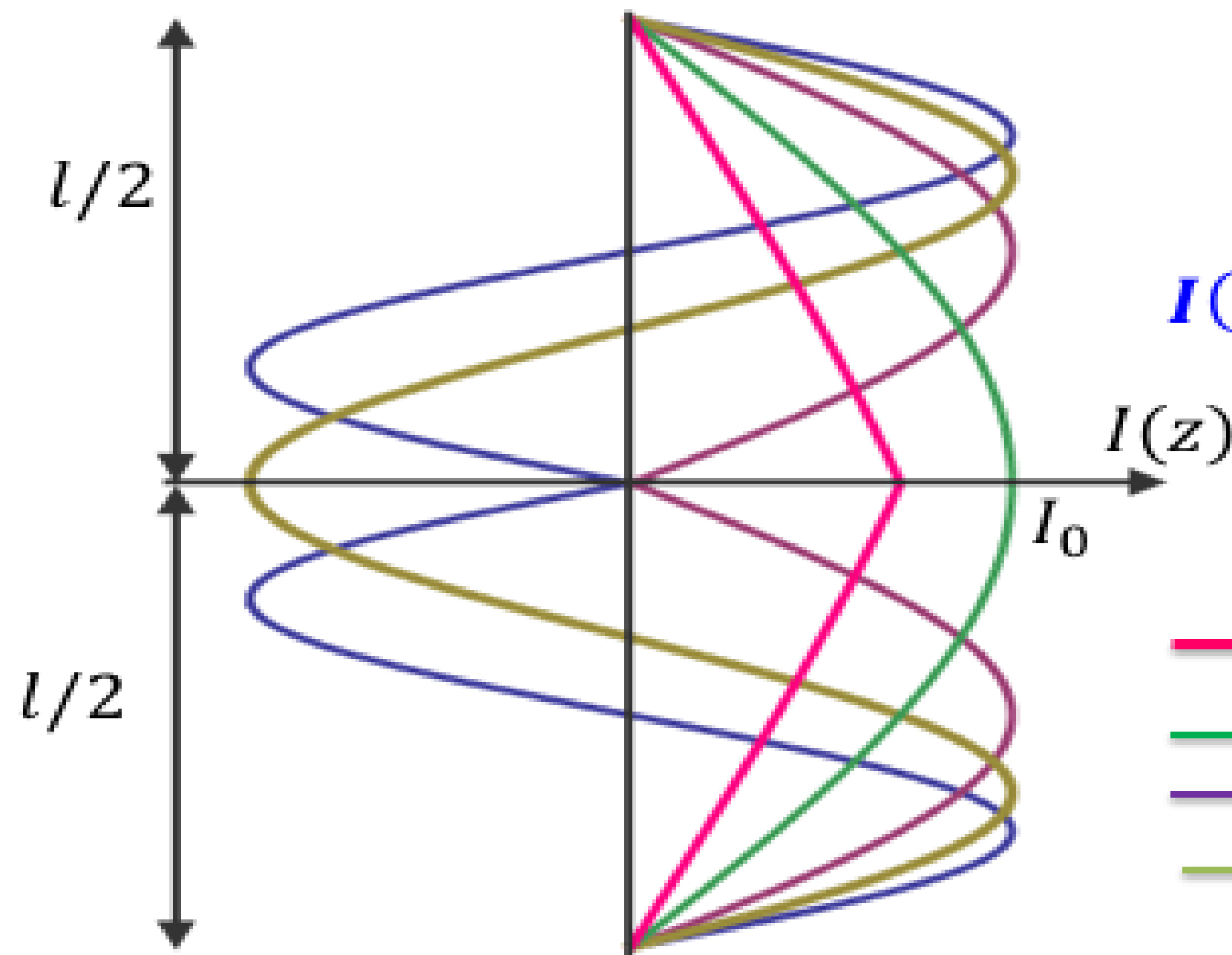
De même, la résistance de rayonnement admet pour valeur :

$$R_{rad} \cong 20\pi^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2$$

## Dipôle général

La technique utilisée pour l'étude des dipôles élémentaire et court est aussi valable pour l'étude d'un dipôle de longueur finie filiforme (diamètre  $d \ll \lambda$ ).

La distribution de courant s'approche de plus d'une distribution sinusoïdale lorsque la longueur du dipôle augmente :



$$\vec{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{z}} I(z) \delta(x) \delta(y)$$

$$I(z) = I_0 \sin\left(k \left(\frac{l}{2} - |z|\right)\right), \quad |z| < \frac{l}{2}$$

- $l = \lambda/4$
- $l = \lambda/2$
- $l = \lambda$
- $l = 3\lambda/2$
- $l = 2\lambda$

## Champ dans la zone lointaine

Le potentiel vecteur magnétique dans cette zone s'écrit (cf. chap. 1) :

$$\bar{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) \cong \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \underbrace{\iiint_{V'} e^{jkr' \cdot \hat{\mathbf{r}}} \mathbf{J}(\mathbf{r}') dv'}_{\bar{\mathbf{N}}}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{N}} &= \iiint_{V'} e^{jkr' \cdot \hat{\mathbf{r}}} \hat{\mathbf{z}} I(z') \delta(x') \delta(y') dv' \\ &= \hat{\mathbf{z}} \int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz' \cos \theta} I(z') dz' \end{aligned}$$

Or :  $\hat{\mathbf{z}} = \cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}$

Le vecteur  $\bar{\mathbf{N}}$  admet deux composantes :

$$\bar{N}_{\theta} = -\sin \theta \int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz' \cos \theta} I(z') dz'$$

$$\bar{N}_r = \cos \theta \int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz' \cos \theta} I(z') dz'$$



Compte tenu des expressions établies au chapitre 1, on déduit les expressions non nulles des champs :

$$\bar{H}_\phi = -\frac{jk}{4\pi r} e^{-jkr} \bar{N}_\theta$$

$$\omega\mu = \eta k$$

$$\bar{E}_\theta = \frac{-j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jkr} \bar{N}_\theta$$

Soit :

$$\bar{E}_\theta = \underbrace{\frac{j\eta k}{4\pi r} e^{-jkr} \sin \theta}_{\text{Facteur d'élément}} \int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz' \cos \theta} I(z') dz'$$

$$\bar{H}_\phi \cong -\bar{E}_\theta / \eta$$

L'intégrale de l'expression du champ électrique peut être calculée analytiquement. Le résultat est exprimé ci-dessous :

$$\int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz' \cos \theta} I(z') dz' = I_0 \int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz' \cos \theta} \sin k \left( \frac{l}{2} - |z'| \right) dz'$$

$$I_0 \int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz' \cos \theta} \sin k \left( \frac{l}{2} - |z'| \right) dz' = \frac{2 I_0}{k \sin^2 \theta} \left( \cos \left( \frac{1}{2} kl \cos \theta \right) - \cos \frac{kl}{2} \right)$$

Le report de ce résultat dans l'expression de  $\bar{\mathbf{E}}_\theta$ , conduit à :

$$\bar{E}_\theta = \frac{j\eta I_0}{2\pi r} e^{-jkr} \frac{\left( \cos \left( \frac{1}{2} kl \cos \theta \right) - \cos \frac{kl}{2} \right)}{\sin \theta}$$

$$\bar{H}_\phi = \frac{jI_0}{2\pi r} e^{-jkr} \frac{\left( \cos \left( \frac{1}{2} kl \cos \theta \right) - \cos \frac{kl}{2} \right)}{\sin \theta}$$

## DENSITÉ DE PUISSANCE, INTENSITÉ DE RAYONNEMENT ET PUISSANCE RAYONNÉE :

La valeur moyenne du vecteur de Poynting complexe pour un dipôle de longueur  $l$  dans la zone de Fraunhofer est de module réel :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^* = \frac{1}{2\eta} |\bar{E}_\theta|^2 \hat{\mathbf{r}}$$

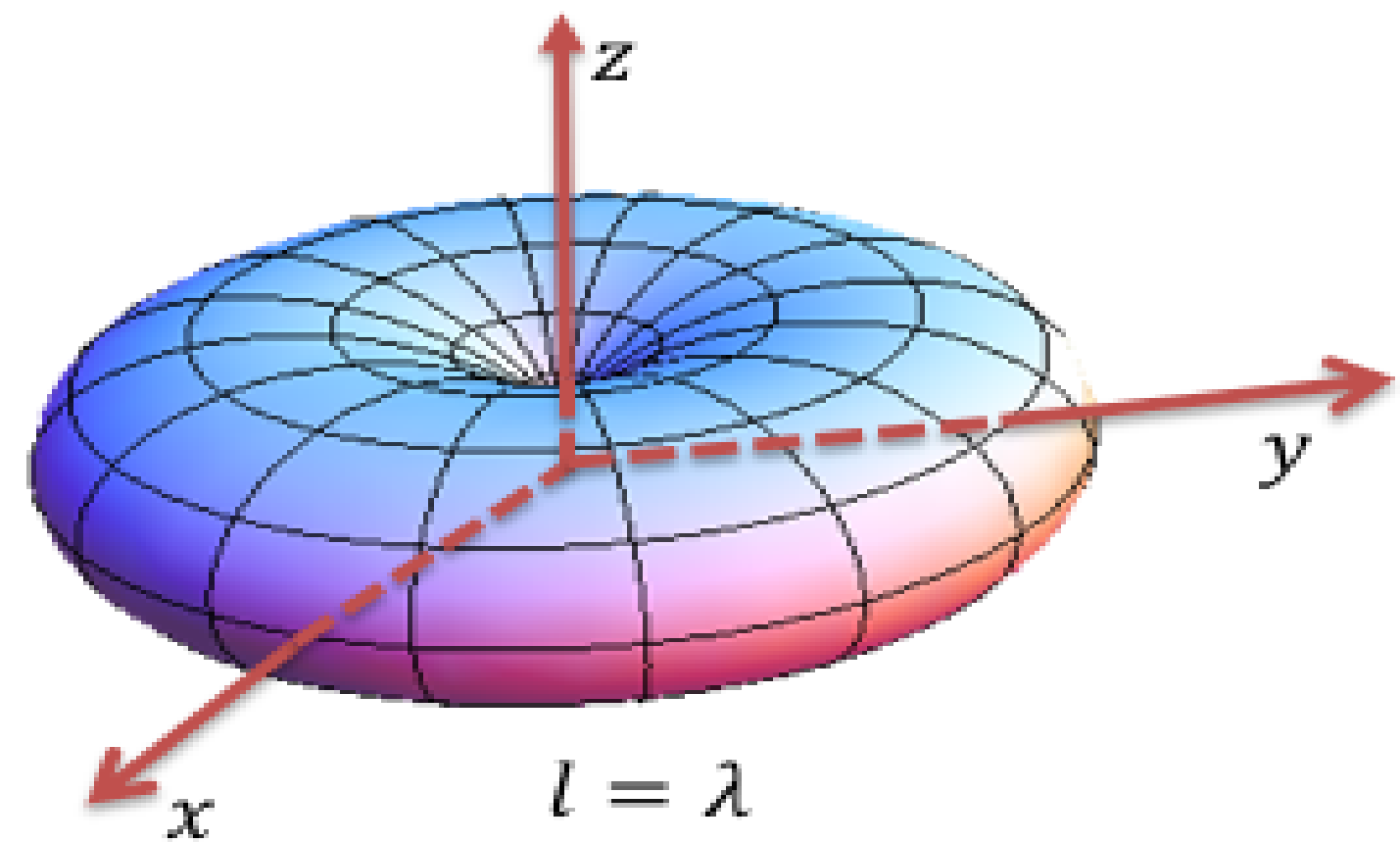
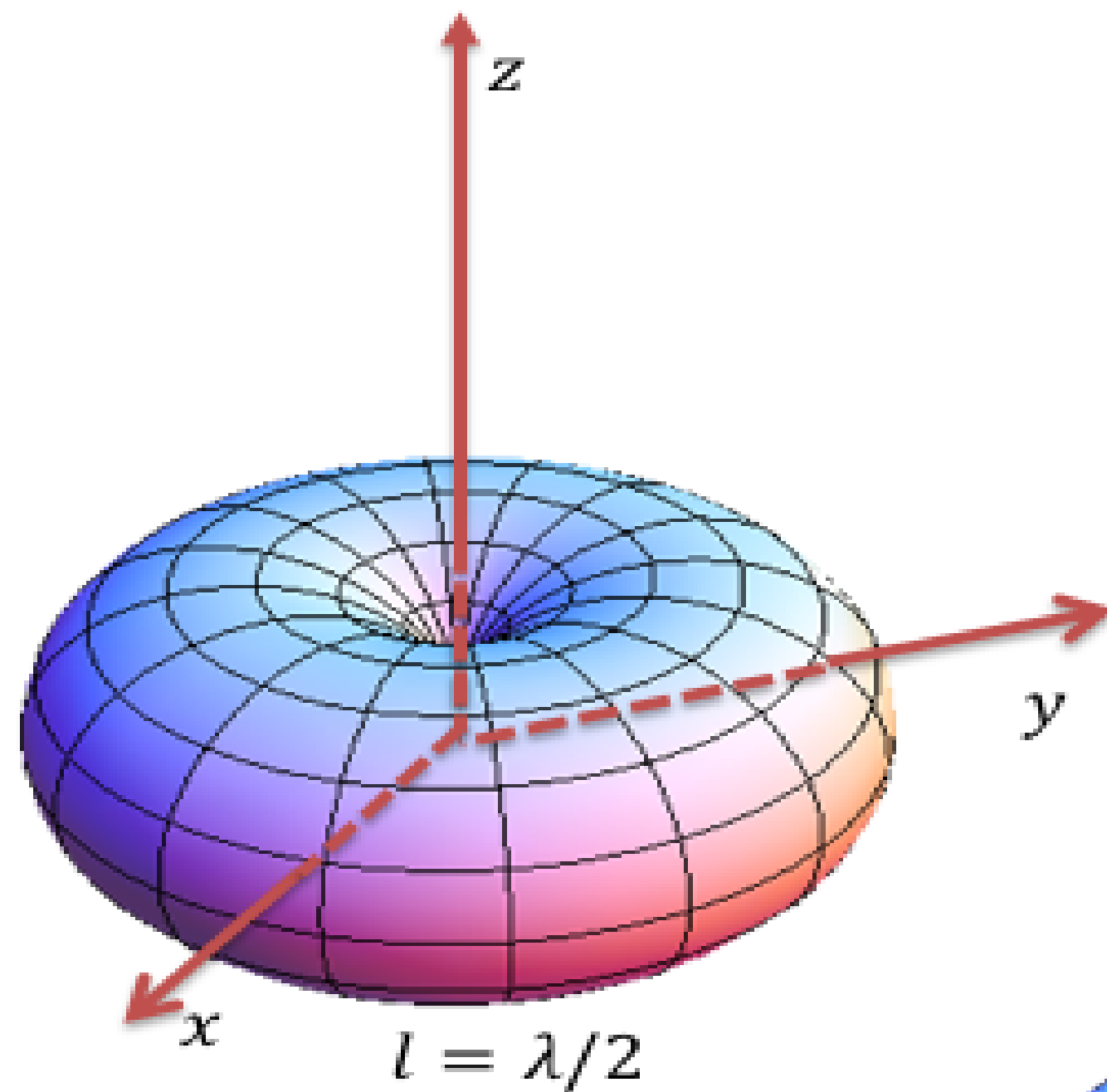
$\frac{1}{2\eta} |\bar{E}_\theta|^2$ : Densité  
de puissance

## Intensité de rayonnement

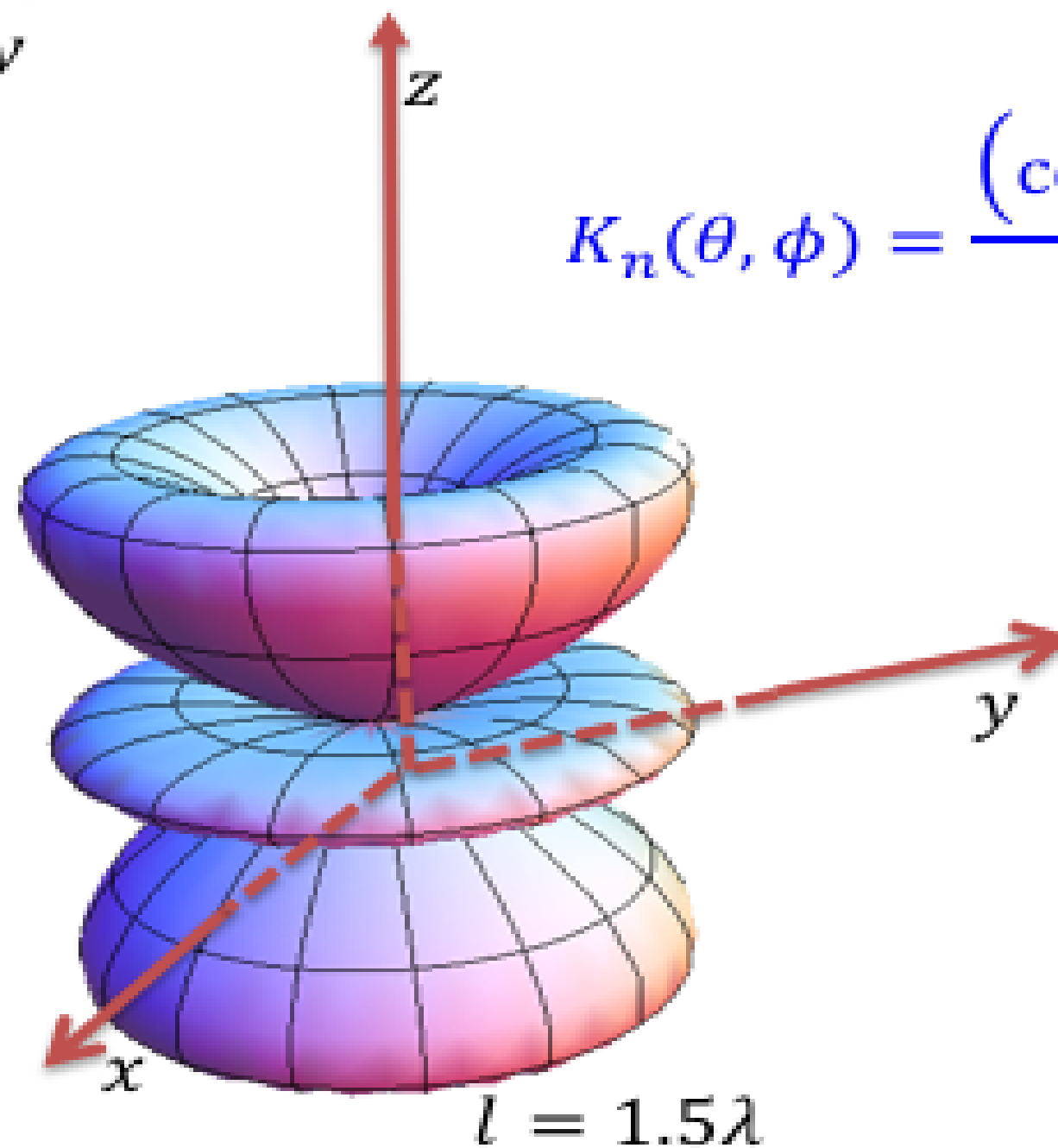
$$\begin{aligned} K(\theta, \phi) &= r^2 \frac{1}{2\eta} |\bar{E}_\theta|^2 \\ &= \eta \frac{I_0^2}{8\pi^2} \frac{\left( \cos \left( \frac{1}{2} kl \cos \theta \right) - \cos \frac{kl}{2} \right)^2}{\sin^2 \theta} \end{aligned}$$

## Puissance totale rayonnée

$$\begin{aligned} p_{rad} &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} K \sin \theta \, d\phi \, d\theta \\ &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \eta \frac{I_0^2}{8\pi^2} \frac{\left( \cos \left( \frac{1}{2} kl \cos \theta \right) - \cos \frac{kl}{2} \right)^2}{\sin \theta} d\phi \, d\theta \\ &= \eta \frac{I_0^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\left( \cos \left( \frac{1}{2} kl \cos \theta \right) - \cos \frac{kl}{2} \right)^2}{\sin \theta} d\theta \end{aligned}$$



$$K_n(\theta, \phi) = \frac{\left( \cos \left( \frac{1}{2} kl \cos \theta \right) - \cos \frac{kl}{2} \right)^2}{\sin^2 \theta}$$





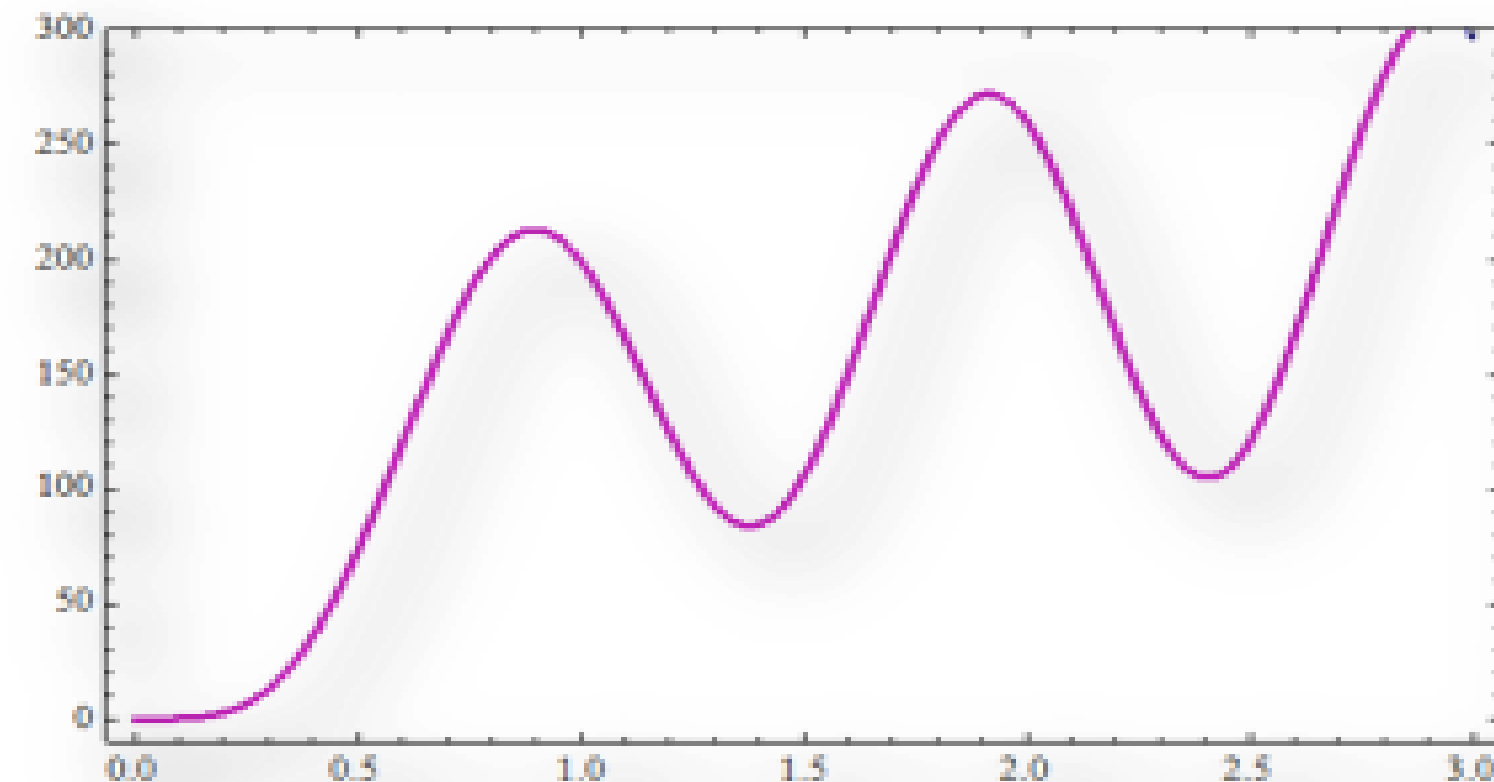
$$= \eta \frac{I_0^2}{4\pi} \left[ \gamma + \ln(kl) - Ci(kl) + \frac{1}{2} \sin(kl) [Si(2kl) - 2Si(kl)] + \frac{1}{2} \cos(kl) [\gamma + \ln\left(\frac{kl}{2}\right) + Ci(2kl) - 2Ci(kl)] \right]$$

$\gamma = 0.5772$  : *constante d'Euler*.  $Ci$  et  $Si$  sont respectivement les fonctions cosinus intégrale et sinus intégrale définies par :

$$Ci(x) = \int_{\infty}^x \cos(s)/s \, ds \quad Si(x) = \int_0^x \sin(s)/s \, ds$$

### Résistance de rayonnement $R_r$

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{I_0^2} = \eta \frac{1}{2\pi} \left[ \gamma + \ln(kl) - Ci(kl) + \frac{1}{2} \sin(kl) [Si(2kl) - 2Si(kl)] + \frac{1}{2} \cos(kl) [\gamma + \ln\left(\frac{kl}{2}\right) + Ci(2kl) - 2Ci(kl)] \right]$$



Résistance  $R_{rad}$  en fonction de  $l/\lambda$

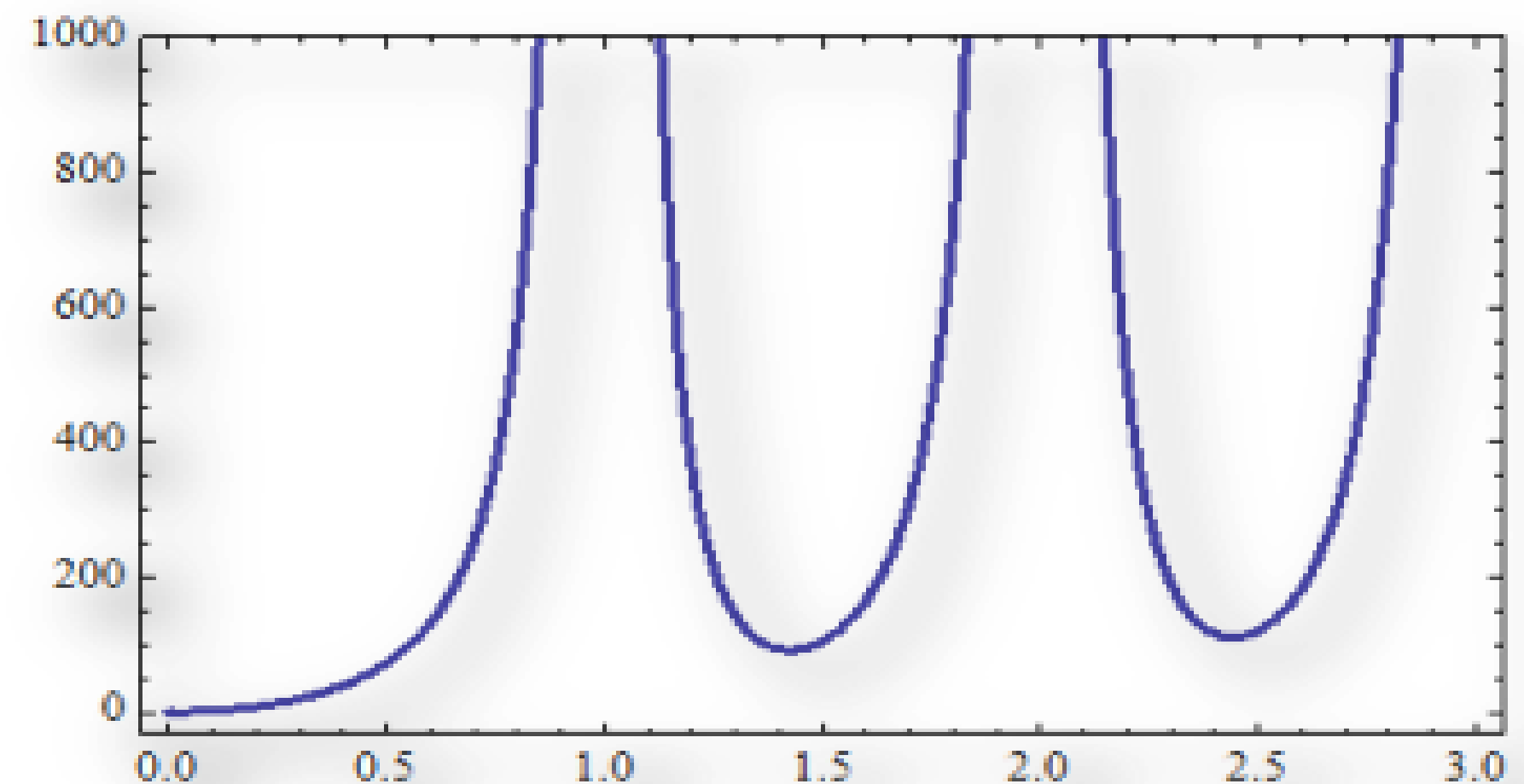
## Résistance d'entrée $R_{in}$

Dans le cas où l'antenne est supposée sans pertes, la puissance disponible à l'entrée est exactement celle rayonnée :

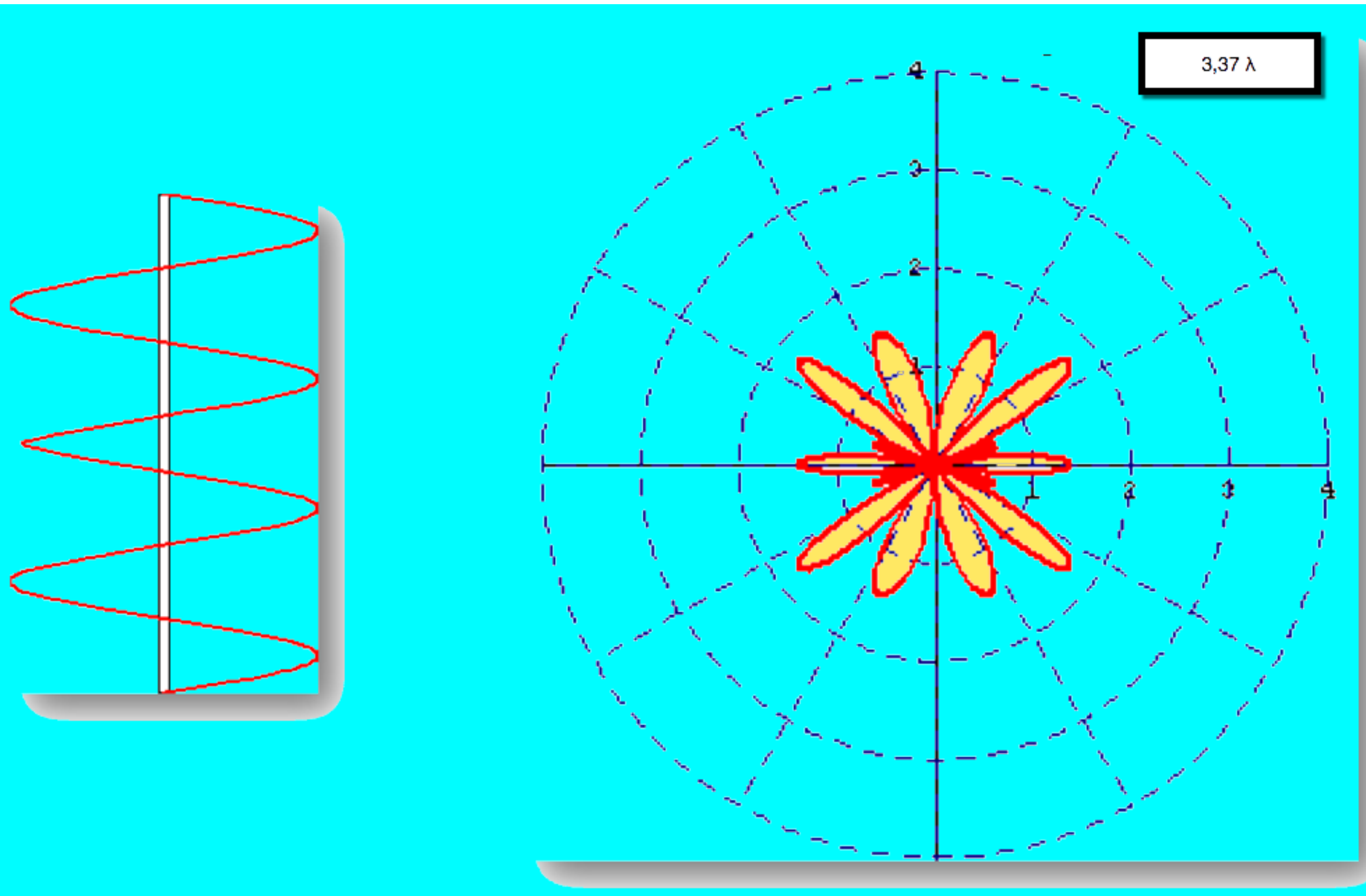
$$\underbrace{\frac{1}{2} R_{in} I_{in}^2 = \frac{1}{2} R_{rad} I_0^2}_{\downarrow} \quad I_{in} = I_0 \sin\left(\frac{kl}{2}\right)$$

$$R_{in} = \frac{R_{rad}}{\sin^2\left(\frac{kl}{2}\right)}$$

Pour  $l = n\lambda$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , il est clair que la résistance d'entrée est infinie puisque le courant d'entrée est nul. En pratique, ce n'est pas le cas car en fait la distribution de courant n'est pas sinusoïdale au voisinage du point d'alimentation.



*Résistance d'entrée pour un dipôle  
Infiniment mince en fonction de  $l/\lambda$*



## Directivité

$$\begin{aligned} D_{max} &= 4\pi \frac{K(\theta, \phi)_{max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi K(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi} \\ &= 2 \frac{K(\theta)_{max}}{\int_0^\pi K(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta} \\ &= 2 \frac{K(\theta)_{max}}{f(kl)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(kl) &= \left[ \gamma + \ln(kl) - Ci(kl) + \frac{1}{2} \sin(kl) [Si(2kl) - 2Si(kl)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cos(kl) \left[ \gamma + \ln\left(\frac{kl}{2}\right) + Ci(2kl) - 2Ci(kl) \right] \right] \end{aligned}$$



## Dipole $\lambda/2$

Le dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  est couramment utilisé en pratique pour plusieurs raisons :

- Circuit accordé résonnant, donc à faible réactance d'entrée
- Résistance d'entrée suffisamment élevée pour faciliter l'adaptation.

Le champ électrique produit par ce type de dipôle se déduit de l'étude établie précédemment en remplaçant  $l$  par  $\frac{\lambda}{2}$  :

$$\bar{E}_\theta = \frac{j\eta I_0}{2\pi r} e^{-jkr} \frac{\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)\right)}{\sin\theta}, \quad \bar{H}_\phi = \frac{jI_0}{2\pi r} e^{-jkr} \frac{\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)\right)}{\sin\theta}$$

Les autres paramètres s'écrivent :

- Intensité de rayonnement :

$$K(\theta, \phi) = \frac{15I_0^2}{\pi} \left( \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right)^2$$

○ Puissance émise et résistance de rayonnement :

$$\begin{aligned} p_{rad} &= \frac{15I_0^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left( \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right)^2 d\theta d\phi \\ &= 30I_0^2 \underbrace{\int_0^\pi \left( \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right)^2 d\theta}_{1.22} = \frac{1}{2} R_{rad} I_0^2 \end{aligned}$$

$$R_{rad} = 73.2\Omega$$

○ Directivité

$$D_{max} = 1.64 \text{ (2.15dB)} \quad \text{à} \quad \theta = 90^\circ$$

$$D(\theta, \phi) = 1.64 \left( \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right)^2$$

La largeur du lobe principal à 3dB est de 78°. L'antenne 'dipôle  $\lambda/2$  ' est Omnidirectionnelle dans le plan H.

# Théorie des images et Monopôle

## Théorie des images

Quand une distribution de charge  $\rho(\mathbf{r})$  ou de courant  $\mathbf{J}(\mathbf{r})$  est en présence d'un sol parfaitement conducteur (mur électrique : PEC), Les courants induits sur le conducteur produisent une image un peu près comme un miroir.

Les figures suivantes résument la théorie des images, laquelle découle des conditions aux limites :

$$\hat{z} \times \bar{\mathbf{E}}|_{z=0} = 0, \hat{z} \cdot \bar{\mathbf{B}}|_{z=0} = 0 \quad \text{Soit}$$

$$\bar{E}_x|_{z=0} = \bar{E}_y|_{z=0} = 0, \bar{B}_z|_{z=0} = 0$$

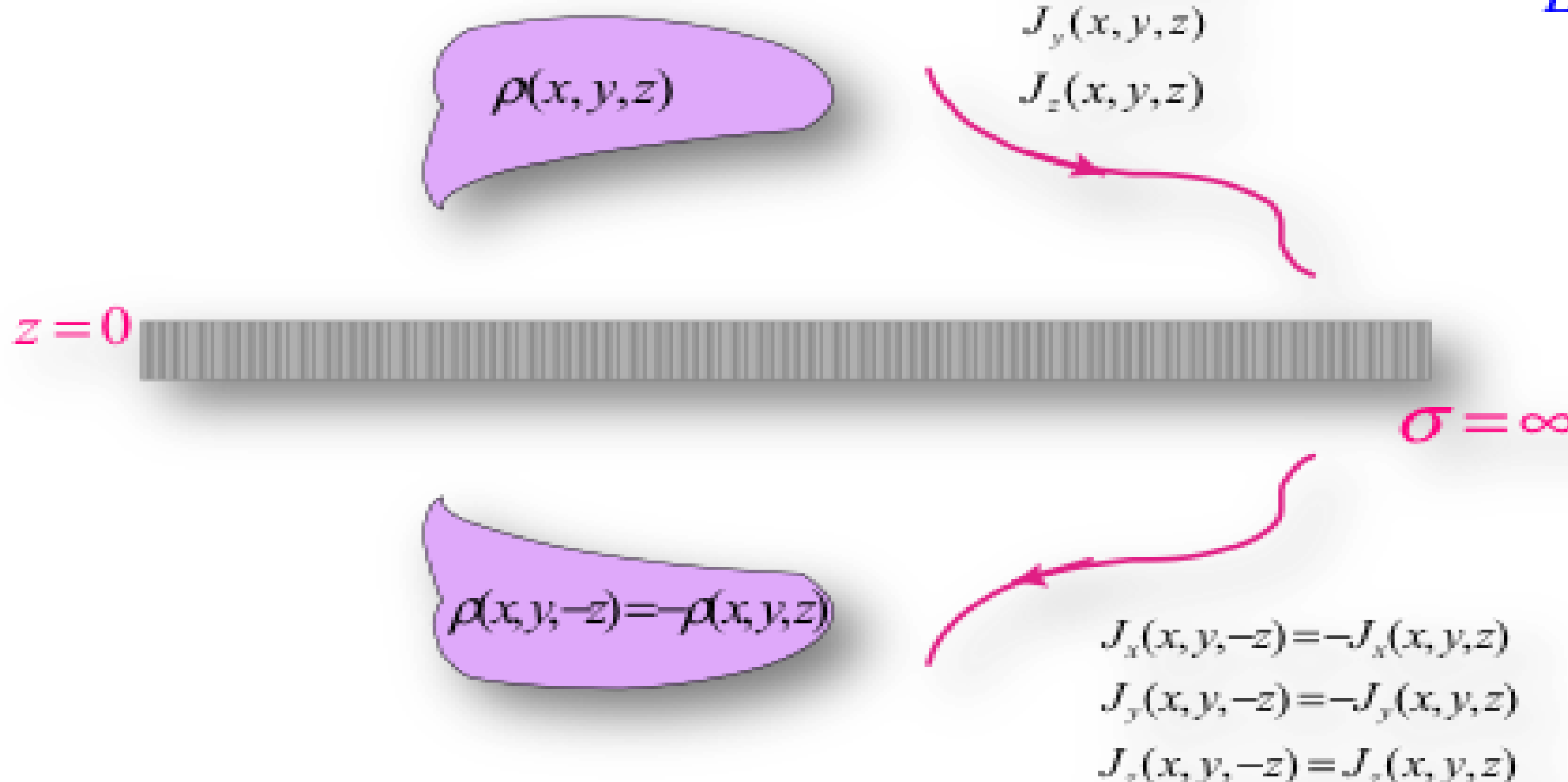
Par symétrie, le potentiel scalaire  $\Phi$  est nul à l'interface :

$$\Phi(x, y, 0) = 0$$

et :

$$\nabla \Phi(x, y, 0) = \hat{z} \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

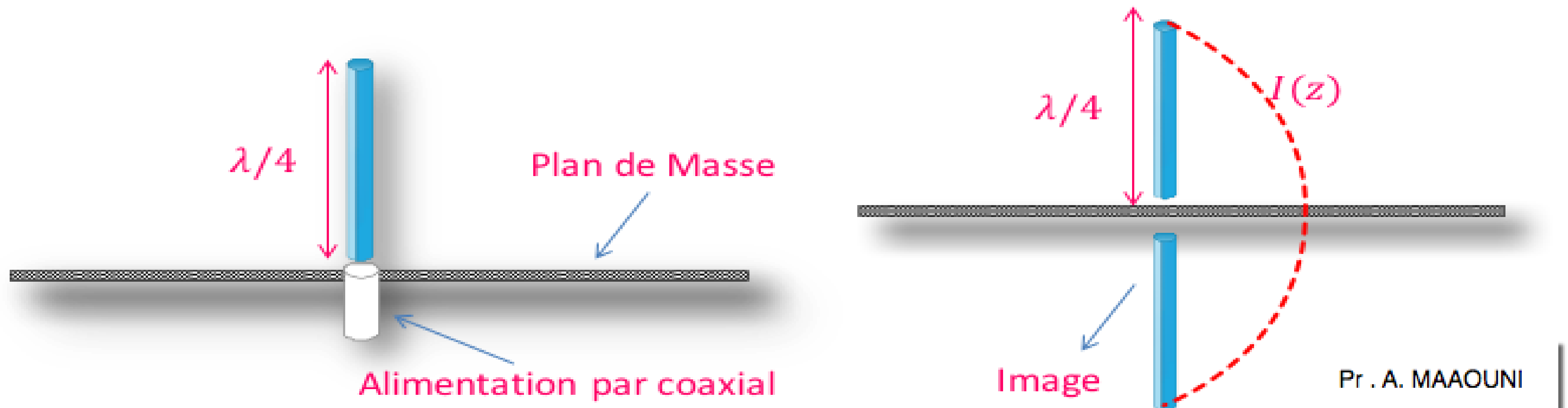
Pr . A. MAAOUNI



De même, Le changement de signe de la densité de courant tangentielle à la surface conductrice se traduit par un potentiel vecteur  $\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{z}}A_z$



Alimenter l'antenne  $\lambda/2$  au centre n'est pas toujours facile, donc il existe une astuce qui consiste à remplacer le brin inférieur  $\lambda/4$  par un plan de masse (en théorie de dimension infinies) lequel est capable de remplacer le brin manquant. Voir fig. ci-dessous. Cette antenne « **monopôle  $\lambda/4$**  » est aussi appelée « antenne fouet » ou « **verticale au sol** ». Ce plan de masse est parfois appelé « **contrepois d'antenne** ».





Le monopôle ne rayonne que dans l'hémisphère supérieure, sa puissance est donc la moitié de la puissance totale rayonnée par le dipôle. Il en résulte une directivité du monopôle double de celle du dipôle équivalent :

$$D_{mono} = 2D_{Dipôle}$$

et une résistance de rayonnement :

$$R_{rad,mono} = \frac{1}{2} R_{rad,Dipôle}$$

En appliquant un courant au monopôle, la tension par rapport à la masse est la moitié de la tension aux bornes du dipôle équivalent excité par le même courant. L'impédance d'entrée du monopôle est donc la moitié de celle du dipôle équivalent :

$$Z_{in,mono} = \frac{V_{in,mono}}{I_{in}} = \frac{V_{in,dipôle} / 2}{I_{in}} = \frac{1}{2} Z_{in,dipôle}$$

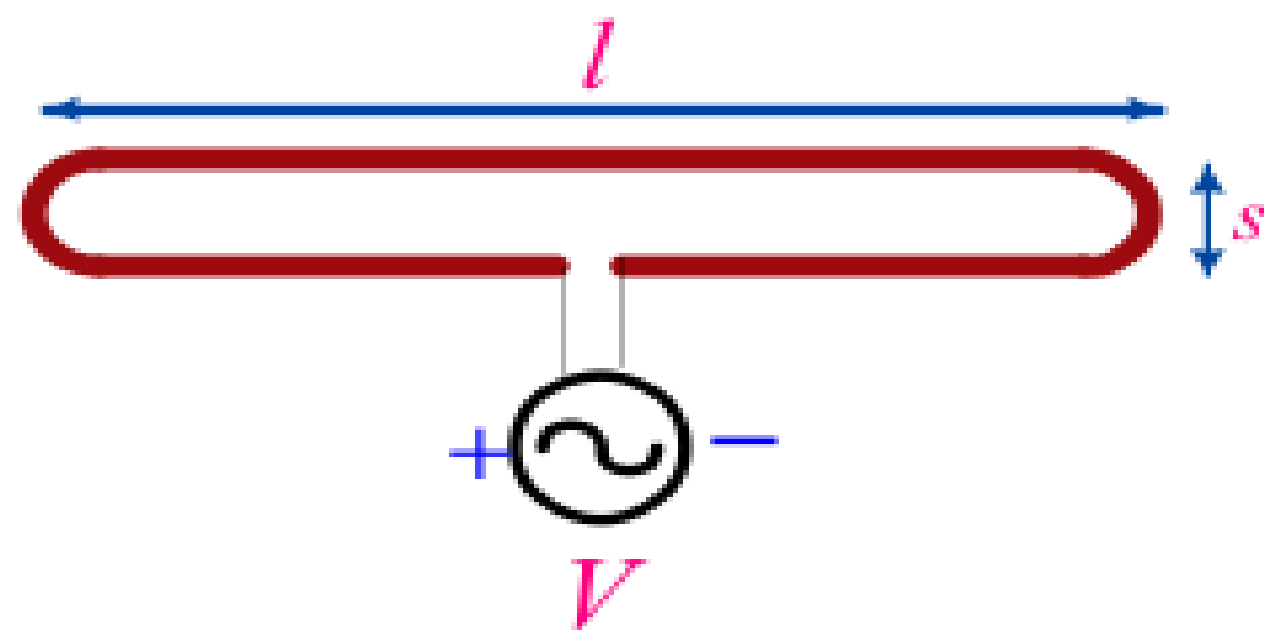
Note :

- Pour une antenne monopôle  $\lambda/4$  utilisée en transmission *AM* et opérant à  $1MHz$  ( $300m$ ),  $\frac{\lambda}{4} \sim 75m$ .
- Dans les liaisons mobiles par radiotéléphone dans la bande  $1GHz$  ( $30cm$ ), la longueur de l'antenne est courte  $\lambda/4 \sim 7,5cm$

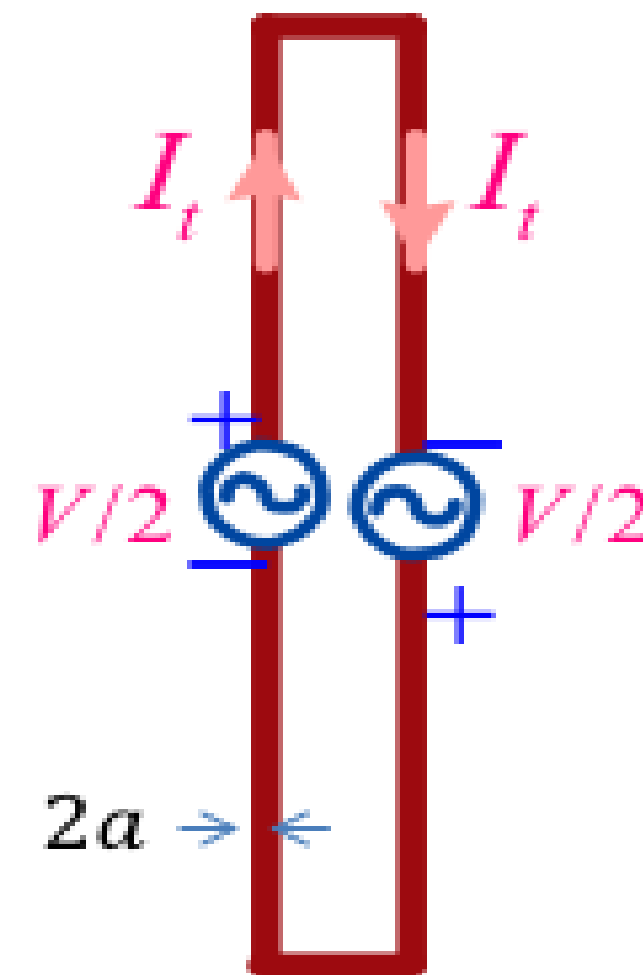
## Antenne repliée

Elle est constituée de deux dipôles parallèles connectés à leurs extrémités. La distance de séparation  $s$  entre les lignes formant le dipôle replié ne doit guère dépasser  $0.05\lambda$ .

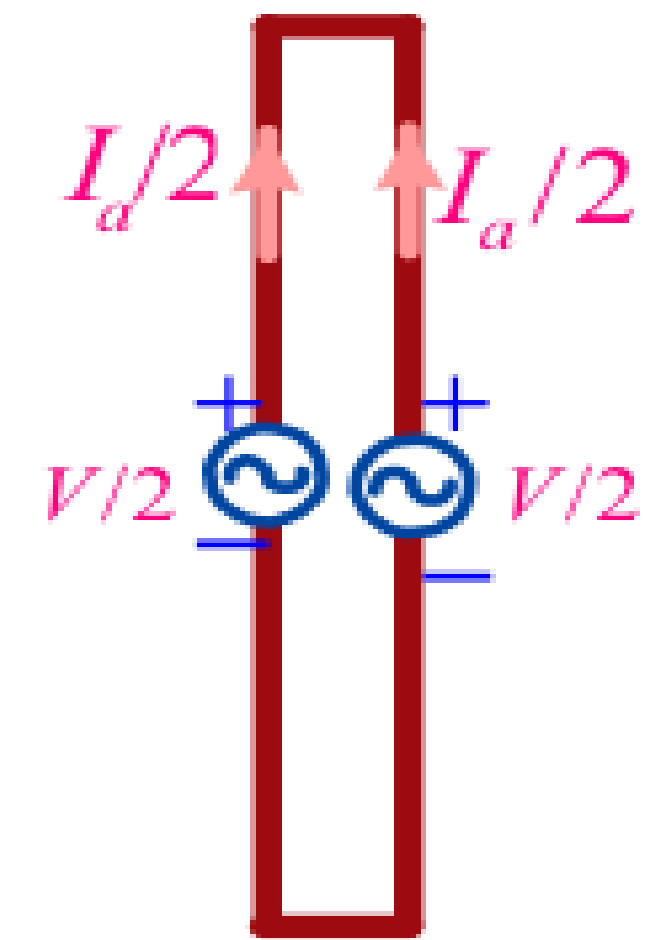
La dipôle replié peut être vu comme une ligne de transmission non balancée avec des courants différents. L'analyse d'une telle structure repose sur la décomposition des courants en modes : 1- ligne de transmission , 2- antenne.



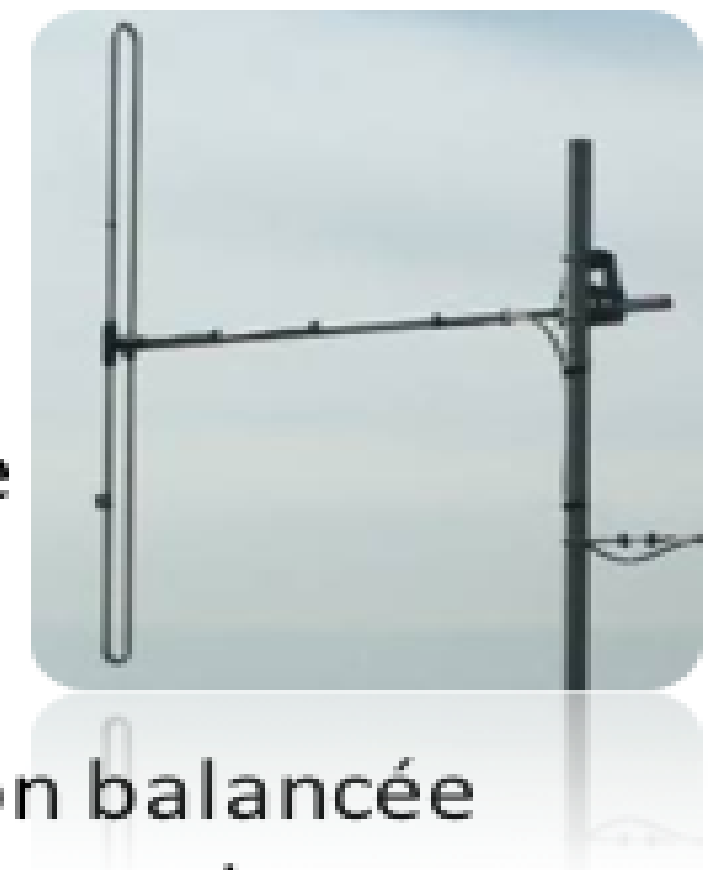
*Dipôle replié (trombone)*



*Mode Ligne de transmission*



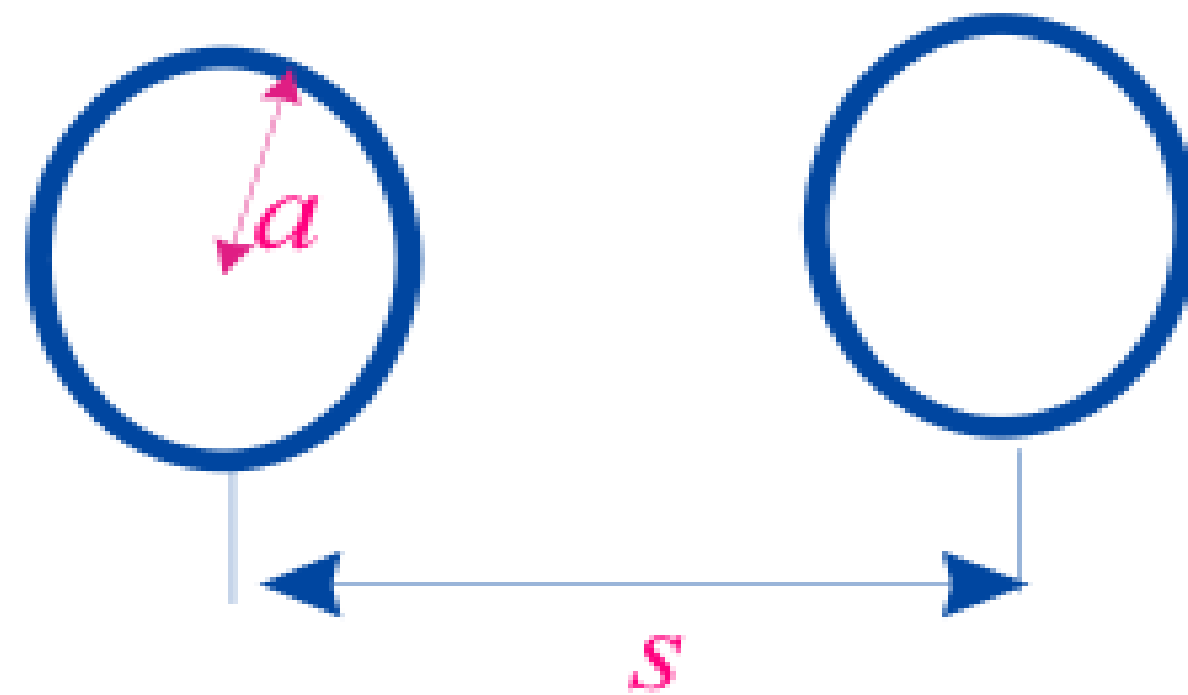
*Mode antenne*



L'impédance d'entrée de chacune des lignes de transmission court-circuitée de longueur  $l/2$  est :

$$Z_t = Z_0 j \tan\left(\frac{\beta}{2} l\right)$$

$Z_0$  est l'impédance caractéristique de la ligne bifilaire :



$$Z_0 = \frac{\eta}{\pi} \operatorname{arccosh}\left(\frac{s}{2a}\right) = \frac{\eta}{\pi} \ln\left(\frac{\frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - a^2}}{a}\right)$$
$$\sim 0.733 \log_{10}\left(\frac{s}{a}\right), \quad \text{pour } s \gg 2a$$

Le courant en mode ligne de transmission est donc :

$$I_t = \frac{V}{2Z_t}$$

En mode antenne, la structure peut être remplacée par un dipôle équivalent de rayon effectif

$$a_e = \sqrt{s a}$$

et excité par  $\frac{V}{2}$ . Compte tenu du fait que généralement  $a \ll \lambda$  et  $s \ll \lambda$ , l'impédance d'entrée  $Z_a$  du dipôle équivalent est supposée égale à l'impédance d'entrée d'un dipôle infinitésimal de longueur  $l$ .

Si  $l = \lambda/2$ , alors  $Z_a \sim 73\Omega$ . Le courant en mode antenne est donné par :

$$I_a = \frac{V/2}{Z_a}$$

le courant total à l'entrée de l'antenne trombone se déduit par application du principe de superposition; il vaut :

$$I_{in} = I_t + \frac{I_a}{2} = V \left( \frac{1}{4Z_a} + \frac{1}{2Z_t} \right)$$



Ce qui se traduit par une impédance d'entrée :

$$Z_{in} = 4Z_t Z_a / (2Z_a + Z_t)$$

Pour  $l = \lambda/2$ ,  $Z_t = \infty$  et :  $Z_{in, \text{replié}} = 4Z_a \sim 292\Omega$