

Faculté des sciences de Rabat

Filière S.M.P

Module de Physique 7

Notes de cours

« Ondes et Vibrations »

Partie II : Propagation des Ondes

----- A. Sabir -----

INTRODUCTION A LA PROPAGATION DES ONDES

I. Propagation d'une onde dans un milieu matériel.

1. Concept d'onde
2. Les différents types d'ondes
3. Modélisation du milieu de propagation
4. Mise en équation
5. Passage de la description discrète à la description continue
6. Equation de propagation pour une onde électromagnétique dans le vide
7. Généralisation

II. Solution de l'équation de propagation.

1. Solution générale
2. Les ondes sinusoïdales ou ondes harmoniques

III. L'onde Physique.

1. Le principe de superposition
2. La représentation mathématique d'une onde physique.
3. Exemples de décomposition en série de Fourier
4. Notion de paquet d'ondes
5. Vitesse de phase et vitesse de groupe

IV. Ondes stationnaires

1. Définition
2. Expression de l'onde résultante pour 2 ondes de même amplitude
3. Etude des nœuds et des ventres de déplacements
4. Etude du cas général
5. Exemple d'application : Modes normaux d'une corde.

V. Ce qu'il faut retenir

INTRODUCTION

I. Propagation d'une onde dans un milieu matériel.

1. concept d'onde

Le concept d'onde permet de parler en termes physico-mathématiques de phénomènes aussi divers que :

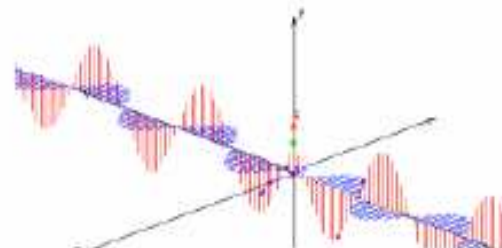


les vagues à la surface de l'eau



accenti

le son (ondes sonores considérées comme des ondes de pression se propageant dans l'air)



la lumière (de nature électromagnétique, combinaison de deux champs, électrique et magnétique, dont le couplage est régi par les équations de Maxwell)

- Une **particule** n'occupe à chaque instant qu'un seul point de l'espace. Les équation du mouvement de la particule sont des équations différentielles par rapport au temps

- Alors qu'une **onde** est caractérisée par son amplitude **$S(r, t)$** , définie en tout point de l'espace-temps. A chaque instant l'onde est présente en plusieurs points de l'espace

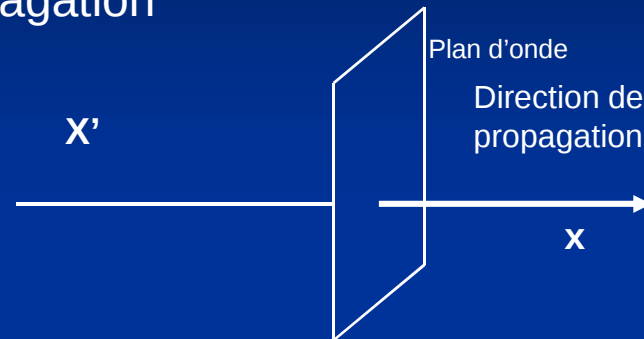
-Le lieu des points où l'amplitude **$S(r, t)$** de l'onde prend simultanément une même valeur est la **surface d'onde**.

-La surface d'onde se déplace en bloc au cours du temps. Ce déplacement est régit par des équations dites **équations de propagation**

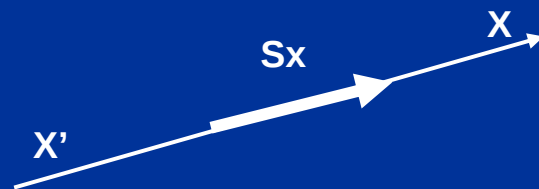
- Les équations de propagation font intervenir les dérivées de l'amplitude **$S(r,t)$** par rapport aux trois coordonnées d'espace et à celle du temps

2. Différents types d'ondes

a – Les ondes planes : La grandeur $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$ qui se propage possède à chaque instant la même valeur en tout point **d'un plan** perpendiculaire à la direction de propagation



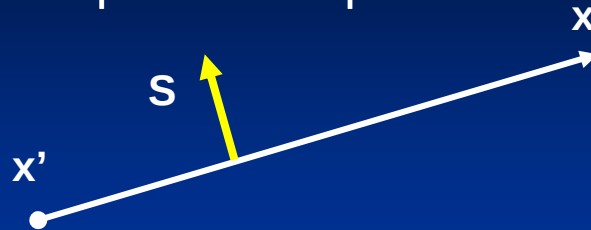
b – Les ondes longitudinales: La grandeur $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$ a une seule composante qui est la direction de propagation $x'x$



$$\mathbf{S} = (S_x, 0, 0)$$

C- Les ondes transversales:

la grandeur physique n'a pas de composante selon la direction de propagation



d – Les ondes progressives: la grandeur physique **S** se propage dans une direction. Il n'y a pas d'ondes dans le sens opposé

e- Les ondes stationnaires: la grandeur physique **S** ne se propage pas mais son amplitude dépend de la position

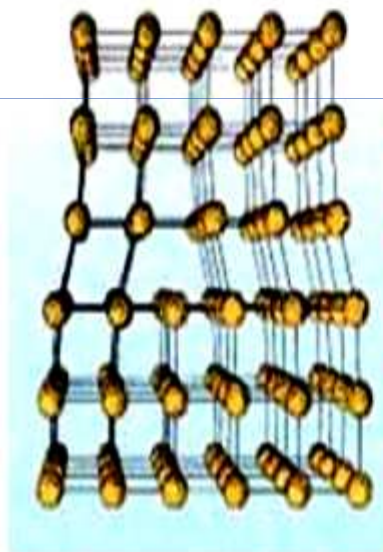
f – Ondes planes polarisées

- rectilignement: (ex : $S_x=0$, $S_y \neq 0$, $S_z=0$)
- circulairement: ex : $S_x=0$, $S_y \neq 0$, $S_z \neq 0$ avec $S_y^2 + S_z^2 = \text{cte}$
- elliptiquement: (ex : $S_x=0$, $S_y \neq 0$, $S_z \neq 0$ avec $aS_y^2 + bS_z^2 = \text{cte}$

Équation de Propagation

1/ Modélisation du milieu de propagation

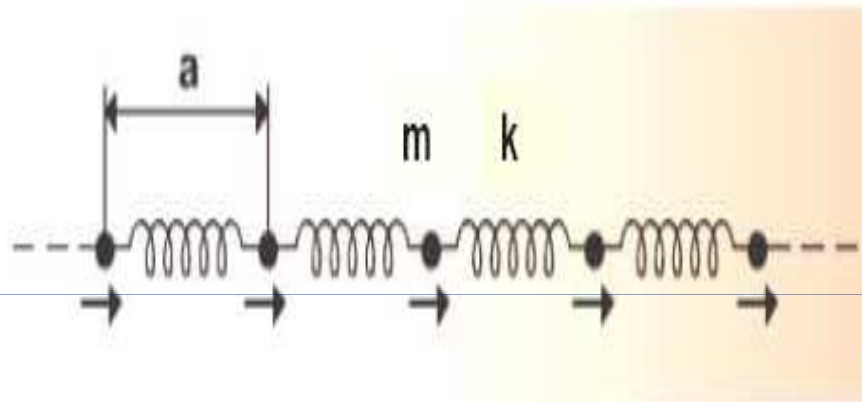
On peut comprendre l'existence de vibrations dans un milieu à partir des interactions de chaque atome avec ses voisins.



Si on impose localement, à la surface par exemple, un mouvement perturbateur qui déplace un certain nombre d'atomes de leur position d'équilibre, ceux-ci agissent sur leurs voisins, et la perturbation locale de départ s'étend de proche en proche au solide tout entier sous forme d'un mouvement collectif.

2- Mise en équation

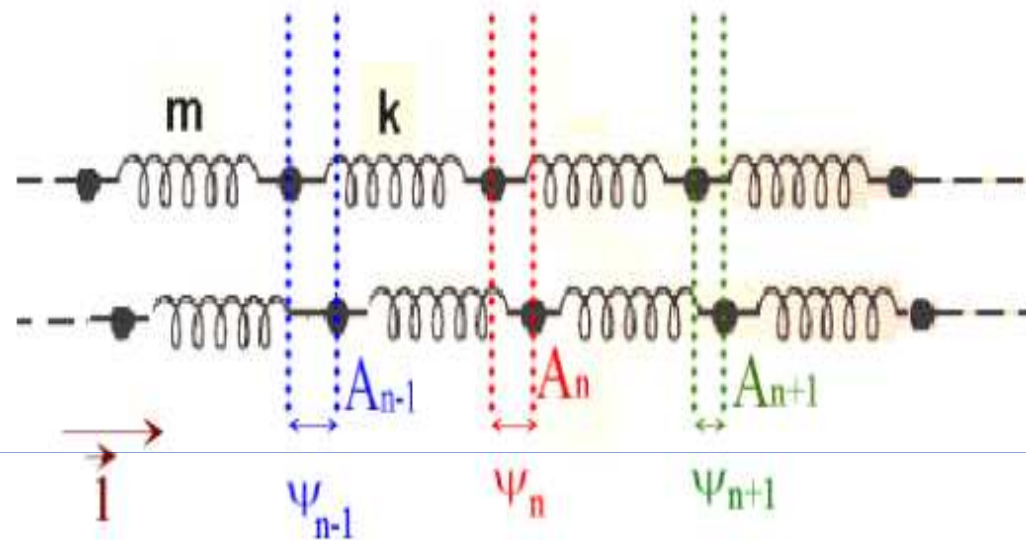
Nous allons considérer une chaîne d'atomes A_n de masse m positionnés en $X_n = na$.



Chaque atome vibre autour de sa position d'équilibre dans le puits de potentiel créé par ses voisins: ce potentiel est **parabolique** pour les **mouvements de faible amplitude**,

c'est-à-dire que les forces inter-atomiques sont assimilées à des ressorts de constante k . On dit que l'on est dans l'«**approximation harmonique**».

On applique le théorème fondamental de la dynamique à l'atome A_n en supposant qu'il n'y a pas de déplacement perpendiculairement à la chaîne d'atomes.



Bilan des forces

✦ Le ressort de gauche a une elongation égale à $(\psi_n - \psi_{n-1})$. Il agit sur l'atome A_n avec une force de rappel égale à $k(\psi_{n-1} - \psi_n) \vec{i}$.

✦ Le ressort de droite a une elongation égale à $(\psi_{n+1} - \psi_n)$. Il agit sur l'atome A_n avec une force de rappel égale à $k(\psi_{n+1} - \psi_n) \vec{i}$.

$$m.\ddot{\psi}_n.\vec{i} = K(\psi_{n-1} - \psi_n)\vec{i} + K(\psi_{n+1} - \psi_n)\vec{i}$$

On introduit la pulsation $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$$\boxed{\ddot{\psi}_n + 2\omega_o^2.\psi_n - \omega_o^2(\psi_{n-1} - \psi_{n+1})\vec{i} = 0} \quad (1)$$

Méthode de Résolution :

De manière classique on pourrait considérer que les solutions de cette équation différentielle du second ordre sont de la forme $\exp(j\Omega t)$ et on aurait à résoudre un système de n équations

Mais dans le cas des atomes dans les matériaux, on peut faire l'approximation d'un nombre infini d'atomes et on peut alors passer d'une description discontinue à une description continue

Passage de la description discrète à la description continue:

Soit L la longueur totale de la chaîne d'atomes. Étant donné le nombre infini d'atomes, la distance dx entre deux atomes voisins est très petite : $dx = a \ll L$

On peut donc établir les correspondances suivantes :

$$\psi_n(t) \rightarrow \psi(x, t)$$

$$\ddot{\psi}_n(t) \rightarrow \ddot{\psi}(x, t)$$

$$\psi_{n-1}(t) \rightarrow \psi(x - dx, t) = \psi(x, t) - dx \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} + \frac{(dx)^2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\psi_{n+1}(t) \rightarrow \psi(x + dx, t) = \psi(x, t) + dx \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} + \frac{(dx)^2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

En remplaçant dans l'équation (1) on obtient :

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} - (a^2 \omega_o^2) \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

La dimension de a est L (longueur) , celle de ω_o est rad.s^{-1} par conséquent la dimension de $(a \omega_o)$ est celle d'une vitesse.

$\Rightarrow$ en posant : $V = (a \omega_o)$ l'équation s'écrit :

$$\boxed{\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0} \quad (3)$$

C'est **l'équation de propagation** de l'onde qui se propage le long de la chaîne d'atomes

6. Equation de propagation pour une onde électromagnétique dans le vide.

L'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide s'établit à partir des 4 équations de Maxwell dans le vide.

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell-Faraday}$$

$$\text{div} \vec{E} = 0 \quad \text{Equation de Maxwell-Gauss}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell-Ampère}$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{Equation de Maxwell-Flux}$$

On donne $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = -\Delta \vec{E} + \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E})$

$$\Delta \vec{E} = +\overrightarrow{\text{rot}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = + \frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}}{\partial t} = +\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{avec } \Delta \vec{E} = \begin{cases} \Delta E_x = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \\ \Delta E_y = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \\ \Delta E_z = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

est la **célérité de la lumière dans le vide.**

7 - Généralisation

7-1) Propagation :

On dit qu'une grandeur S **se propage** si sa valeur au point $(\mathbf{r}_o, t_o)$ se retrouve au point $(\mathbf{r}, t)$ avec un décalage dans le temps proportionnel à la différence des abscisses

$$S(\mathbf{r}, t) = S(\mathbf{r}_o, t_o) \quad \text{avec}$$

$$(t - t_o) = \frac{1}{c} (\vec{r} - \vec{r}_o)$$

Remarques

- On exclue de cette définition le déplacement d'un point matériel à vitesse constante sur l'axe Ox
- La propagation de la grandeur S ne s'accompagne pas forcément d'un déplacement de matière à la même vitesse (l'avion et son bruit par exemple)

- Considérons la propagation sur un axe (Ox)

$$\left. \begin{array}{l} S(x, t) = S(x_o, t_o) \\ (t - t_o) = \frac{1}{c}(x - x_o) \\ \mapsto t_o = t - \frac{x}{c} + \frac{x_o}{c} \end{array} \right\} \Rightarrow S(x, t) = S(x_o, t - \frac{x}{c} + \frac{x_o}{c})$$

- Pour $(x_o; t_o)$ fixe (par exemple $(x_o = 0 ; t_o = 0)$) on a :

$$S(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

- x/c doit être homogène à un temps. La constante c a donc la dimension d'une vitesse. C'est la vitesse de propagation ou **célérité**.

Remarques

$S(x,t)$, fonction à deux variables indépendantes, devient une fonction à une variable ($t - x/c$) à cause de la propagation

$S(x, t)$ se propage à vitesse constante dans la direction des x croissants : $f(t - x/c)$ est une **onde progressive**.

A t quelconque $f(t - x/c)$ à la même valeur dans tout le plan $x = Cte$, c'est-à-dire que tous les points du plan vibrent avec la même amplitude : **l'onde progressive $S(x,t)$ est plane**

7-2) Équation de propagation

Considérons $S(x, t) = f(t - x/c) = f(u)$ avec $u = (t - x/c)$.

On a

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{df(u)}{dx} = \frac{df(u)}{du} \cdot \frac{du}{dx} = -\frac{1}{c} f'$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -\frac{1}{c} \frac{\partial f'}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{df'}{du} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{c^2} f''$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{df(u)}{dt} = \frac{df(u)}{du} \frac{\partial u}{\partial t} = f'(u) \Rightarrow \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = f''(u)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$$

Dans un espace à trois dimensions cette équation s'écrit :

$$\boxed{\nabla^2 . S = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}}$$

Équation de D'Alembert

avec : $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ($\nabla^2 . S$ est le Laplacien de la fonction S)

Interprétation :

*Une grandeur S, fonction deux fois dérivable des coordonnées d'espace et de temps qui satisfait à l'équation de propagation de d'Alembert est appelée« **ONDE**»*

*Remarque : Le phénomène de propagation est dit « **non dispersif** » si la célérité **C** est **indépendante de la fréquence***

8- Solutions de l'équation de propagation

- *Il n'est pas possible de résoudre directement l'équation de propagation*

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0$$

- *Mais comme il s'agit d'une équation linéaire par rapport à la fonction S , toute combinaison linéaire de solutions linéairement indépendantes est aussi une solution*
- *D'où l'intérêt de chercher des solutions de forme particulière*

8-1) Solution en Ondes Planes Progressives (OPP)

Rappel

- On a une onde plane quand S prend une même valeur en tout point d'une surface perpendiculaires à la direction de propagation

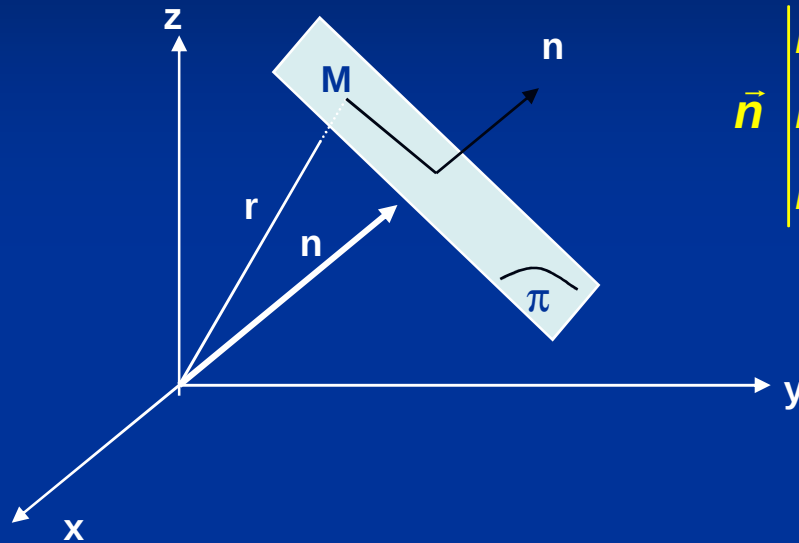
- Exemple:

Soit $S(t, x, y, z)$. Si S ne dépend que de t et x elle a même valeur dans des plans perpendiculaires à Ox et on a :

$$S(x,t) = f(t - x/c)$$

- Une onde est plane s'il est possible de trouver des axes de coordonnées cartésiennes telles que S ne **dépende que d'une seule coordonnée d'espace** (x par exemple) et du temps

Si l'onde se propage dans une direction de vecteur unitaire $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ on a :



$$\vec{n} \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{r} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

L'équation du plan π perpendiculaire à $\vec{n}$ est :
 $x.n_x + y.n_y + z.n_z = \text{Cte.}$ Soit : $\vec{n} \cdot \vec{r} = \text{Cte}$

D'où

$$S(\vec{r}, t) = f\left(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c}\right)$$

L'équation de d'Alembert :

$$\boxed{\nabla^2 S = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}} \quad \text{avec} \quad \nabla^2 S = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$$

devient pour l'onde plane :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \quad \text{puisque} \quad \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = 0$$

En effectuant le changement de variable suivant :

$$u = (t - x/c) \quad \text{et} \quad v = (t + x/c)$$

cette équation devient :

$$\boxed{\frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v} = 0}$$

Dont la solution est:

$$S = f(t - x/c) + g(t + x/c)$$

Conclusion :

La solution générale en ondes planes de direction donnée est la superposition de deux ondes planes progressives de forme quelconque et se propageant en sens inverse

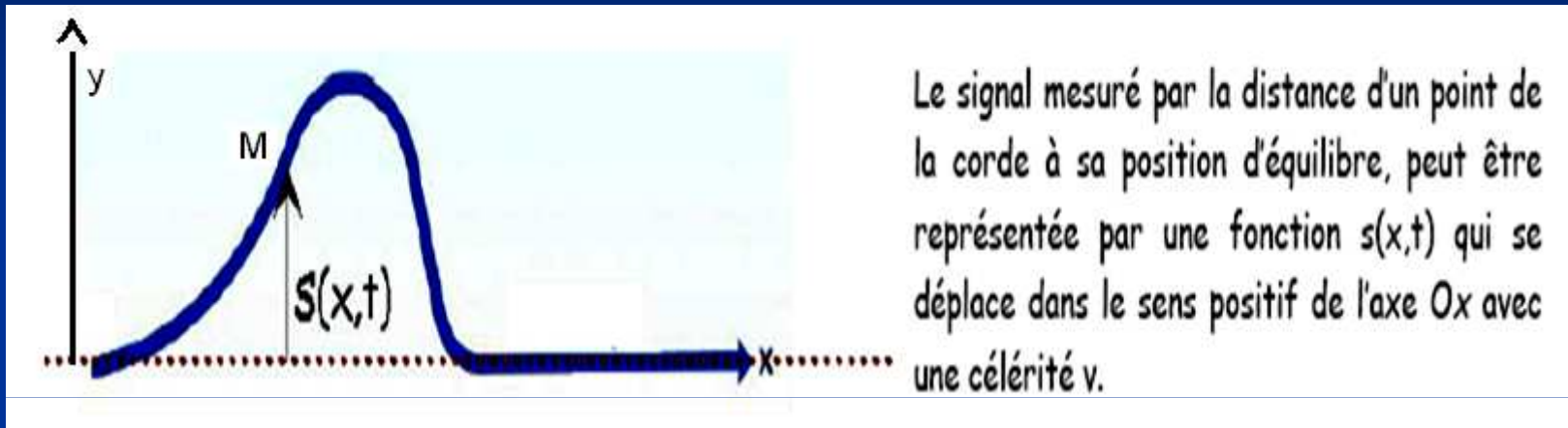
Pour une direction de propagation quelconque de vecteur unitaire $\vec{n}$:

$$S(\vec{r}, t) = f\left(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c}\right) + g\left(t + \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c}\right)$$

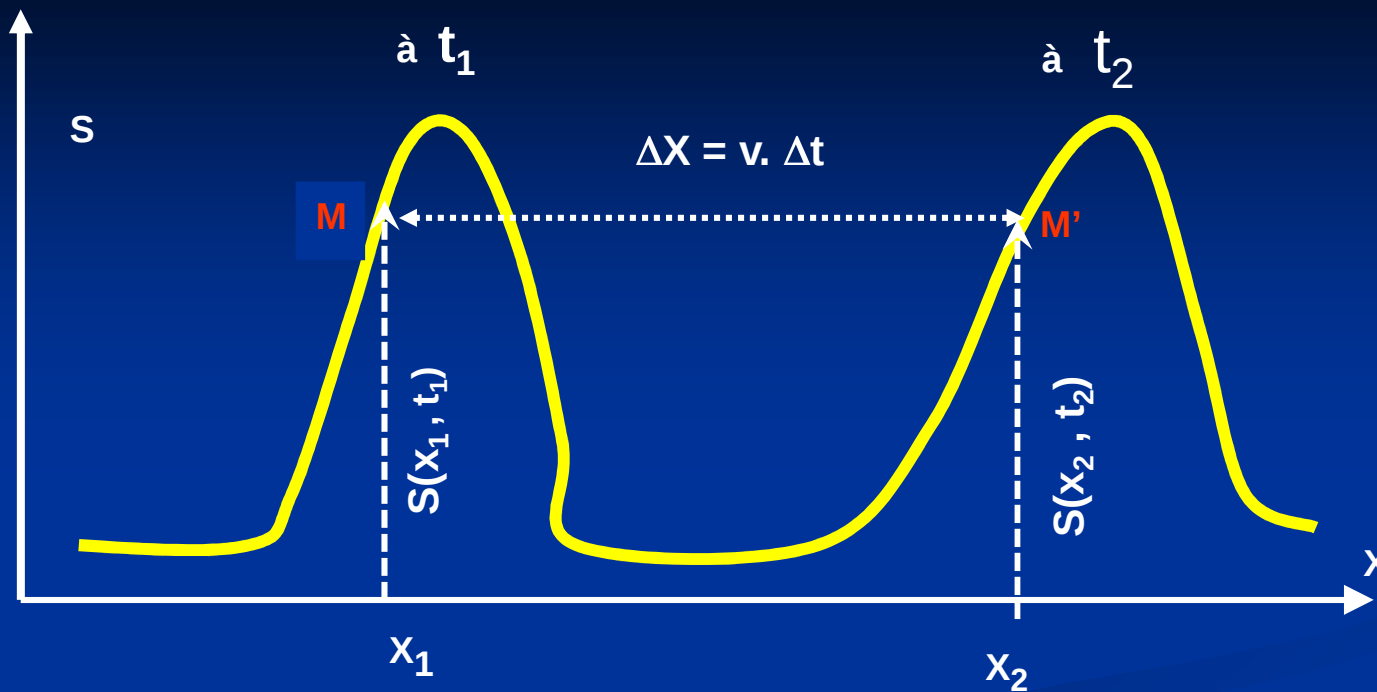
où f et g sont des fonctions arbitraires d'une seule variable et deux fois dérivables

Signification de S , f et g

Considérons ce qui se passe sur une longue corde parfaitement souple quand on produit une déformation à son extrémité..



- la déformation est perpendiculaire à la direction de propagation: l'onde qui se propage est une **onde transversale**
- L'onde se propage dans une seule direction: **c'est une onde progressive**
- $S(x, t)$ est la distance d'un point M de la corde à sa position d'équilibre



Le signal $S(x, t)$ se propage. $\implies$

Il est donc le même à l'instant t_1 en x_1 qu'à l'instant t_2 en x_2 avec ($t_2 > t_1$)

Soit : $f(t_1 - x_1/v) = f(t_2 - x_2/v)$

Ceci nécessite que $(t_1 - x_1/v) = (t_2 - x_2/v) \implies (x_2 - x_1) = v(t_2 - t_1) > 0 \implies$

$$x_2 > x_1$$

La fonction $f(t - x/v)$ correspond donc à un signal qui se propage dans le sens des x positifs

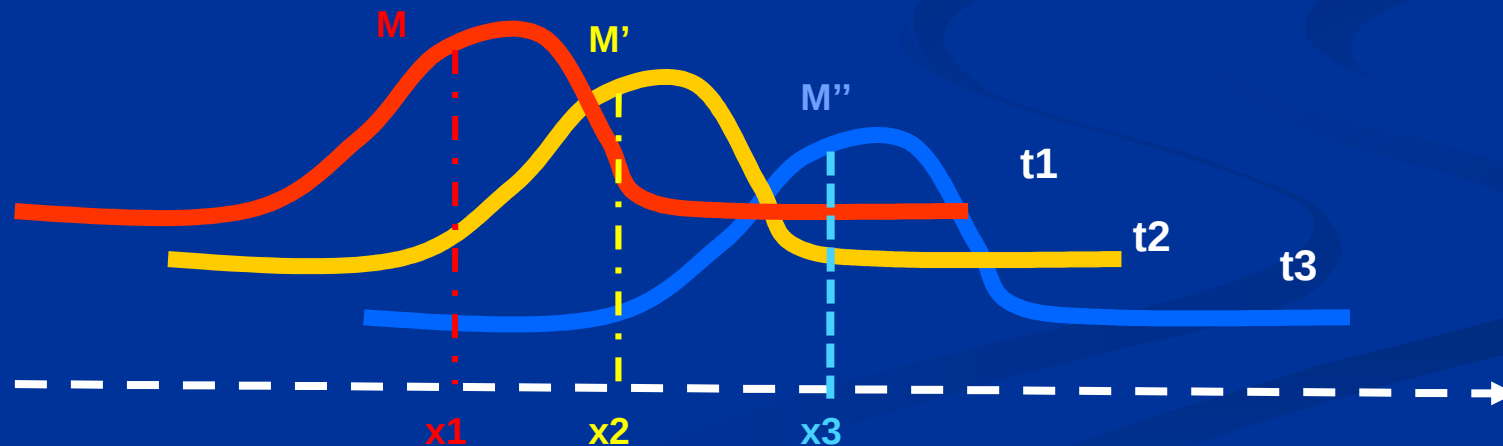
De même,

Pour que $g(t_1 + x_1/v) = g(t_2 + x_2/v)$ on doit avoir $(t_1 + x_1/v) = (t_2 + x_2/v) \Rightarrow (x_2 - x_1) = v(t_1 - t_2) < 0 \Rightarrow \mathbf{x_2 < x_1}$

La fonction $g(t + x/v)$ correspond à un signal qui se propage dans le sens des x négatifs

- Remarque : l'équation de propagation étant linéaire par rapport à la fonction S , toute combinaison linéaire de solutions est aussi solution

$$S = \lambda f + \alpha g$$



■ Représentation de fourrier d'une OPP:

Soit une onde progressive $S(\vec{r}, t) = f(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c})$

a) Si f est une onde périodique :

$$f(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c}) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \left[n \cdot \omega (t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c}) + \phi_n \right]$$

En posant $\vec{k}_n = \frac{n \cdot \omega}{c} \vec{u}$

$$f(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c}) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n \cdot \omega \cdot t - \vec{k}_n \cdot \vec{r} + \phi_n)$$

f est donc une somme d'ondes sinusoïdales de fréquence multiples de celle de f

b) Si f n'est pas périodique :

elle est représentable par une intégrale de Fourier

$$f(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c}) = \int_0^\infty \alpha(\omega) \cos \left[\omega \cdot (t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c}) + \varphi(\omega) \right] d\omega$$

En posant $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}$

$$\boxed{f(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c}) = \int_0^\infty \alpha(\omega) \cos \left[\omega \cdot t - \vec{k}_n \cdot \vec{r} + \varphi(\omega) \right] d\omega}$$

*f est la somme de fonctions sinusoïdales d'amplitude $\alpha(\omega)$
de pulsation ω et de phase à l'origine $\varphi(\omega)$*

■ 8-2) Solution en Ondes Planes Harmoniques (OPPH)

Importance: Nous venons de voir que toute onde plane peut-être décomposée en combinaison linéaire d'ondes planes sinusoïdales

- A l'origine O, la grandeur S associée à l'onde s'écrit :

$$S(O,t) = A \cos (\omega t + \varphi)$$

- Si l'onde se propage dans la direction Ox :

$$S(\mathbf{x}, t) = A \cos [\omega (t - \mathbf{x}/c) + \varphi]$$

- Si l'onde se propage dans la direction $\mathbf{n}$:

$$S(\vec{r}, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c} \right) + \varphi \right]$$

Introduisons le vecteur d'onde $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$

$$S(\vec{r}, t) = A \cos[\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi]$$

$[\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi]$ est la phase de l'onde et $\omega = k \cdot c$ la relation de dispersion

Remarques sur la relation de dispersion

- La relation de dispersion est linéaire si et seulement si l'équation d'onde est une équation de d'Alembert
- Pour trouver la relation de dispersion on injecte l'expression d'une OPPH dans l'équation d'onde
- Quand l'équation d'onde n'est pas une équation de d'Alembert on cherche la solution sous la forme d'une OPPH en notation complexe:

$$S(x, t) = \bar{S}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} \quad \text{avec} \quad \bar{S}_0 = S_0 e^{i\varphi}$$

- Le vecteur d'onde peut-être complexe: $\bar{k} = (k_1 - i.k_2)$
- k_1 est le facteur de propagation (norme du vecteur d'onde)
- k_2 est le facteur d'atténuation ($k_2 > 0$). Il traduit l'atténuation du milieu dans lequel l'onde se propage

- Soit :

$$S(x,t) = \bar{S}_0 e^{-k_2 x} . e^{i(\omega t - k_1 . x)}$$

- Une telle onde s'atténue dans la direction de k_2 . Le milieu dans lequel elle se propage est donc **dissipatif**. On dit qu'il y **absorption**.

- Cas extrême : le vecteur d'onde est un imaginaire pur. On a une onde **évanescence**

$$S(x,t) = \bar{S}_0 e^{-k_2 x} . e^{i\omega t}$$

soit, en réel : $S(x,t) = S_0 . e^{-k_2 x} \cos \omega t$

- L' onde évanescence ne se propage pas (l'espace et le temps sont découplés)

Résumé : OPPH à une dimension

$$s(x, t) = A \sin(\omega t \pm kx) = A \sin \omega(t \pm \frac{k}{\omega} x)$$

ω est la pulsation de l'onde,

la période temporelle est $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et la fréquence $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

Par comparaison avec l'étude précédente, on peut identifier $\frac{k}{\omega}$ et $\frac{1}{\nu}$

et la célérité d'une onde sinusoïdale est $v = \frac{\omega}{k}$.

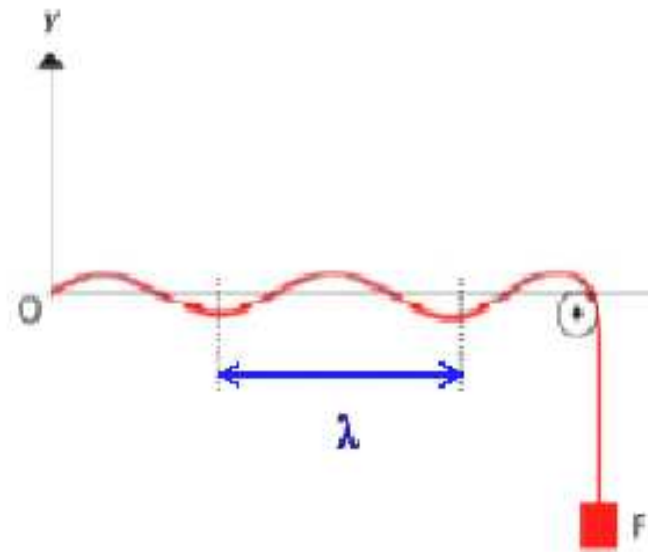
k est la norme du vecteur d'onde

$$s(x, t) = A \sin(\omega t \pm kx)$$

$$s(x, t) = s(x + \lambda, t)$$

$$\omega t \pm kx = \omega t \pm k(x - \lambda) \pm 2\pi$$

$$k\lambda = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$$



λ est la période spatiale de l'onde sinusoïdale.

On peut alors écrire l'onde en mettant en évidence les deux périodes T et λ :

$$s(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t \pm \frac{2\pi}{\lambda} x\right) = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right)$$

et on obtient la relation importante $\lambda v = v$.

Déphasage de l'onde:

- Le signal en x_2 à l'instant t_2 est décalé par rapport au signal qui était en x_1 à l'instant t_1 de

$$(t_2 - t_1) / T = (x_2 - x_1) / c \cdot T = (x_2 - x_1) / \lambda$$

- Le déphasage entre les deux signaux est donné par :

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = k (x_2 - x_1) = 2\pi (x_2 - x_1) / \lambda$$

- Si $(x_2 - x_1)$ est un multiple de λ les deux signaux apparaissent identiques
- si on désigne par δ la distance parcourue par l'onde entre deux points x_1 et x_2 le déphasage de

l'onde est :
$$\Delta\Phi = 2\pi \cdot \delta / \lambda$$

- Notation complexe:

on pose $\bar{S}(\vec{r}, t) = S_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)} \Rightarrow \boxed{S(\vec{r}, t) = \Re_e \left[\bar{S}(\vec{r}, t) \right]}$

$\bar{S}(\vec{r}, t)$ est la grandeur complexe instantanée. Elle dépend du temps et de l'espace.

On introduit l'Amplitude Complexe (qui ne dépend que de l'espace) :

$$\bar{A}(\vec{r}) = S_0 e^{i(-\vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)} \Rightarrow \bar{S}(\vec{r}, t) = \bar{A}(\vec{r}) \cdot e^{i\omega t}$$

■ Conclusion

La solution générale de l'équation de propagation en ondes planes de direction donnée est une superposition d'ondes sinusoïdales d'amplitudes et fréquences quelconques se propageant soit dans un sens soit dans l'autre

Paquet d'onde:

Lorsque les ondes composantes se propagent toutes dans le même sens, on dit qu'elles constituent un groupe ou paquet d'ondes

Ces composantes forment alors soit la fonction $f(t - \mathbf{u} \cdot \mathbf{r}/c)$ soit la fonction $g(t + \mathbf{u} \cdot \mathbf{r}/c)$

Train d'onde:

Si les ondes sinusoïdales sont définies sur un intervalle borné de $(t - \mathbf{u} \cdot \mathbf{r}/c)$ et nulles ailleurs, on dit qu'il s'agit d'un train d'ondes

8-3) Solution en Ondes Planes Stationnaires (OPS)

Définition: Ce sont des ondes pour lesquelles la grandeur $S(r,t)$ peut s'écrire:

$$S(x,y,z,t) = g(x,y,z) \cdot f(t)$$

Ces ondes ne se propagent pas:

(la variation de S en x est indépendante de celle en t)

Equation de propagation : $\nabla^2 S = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \Rightarrow$

$$\nabla^2 g(x, y, z) \cdot f(t) = \frac{1}{c^2} g(x, y, z) \cdot f''(t) \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{f''(t)}{f(t)} = c^2 \cdot \frac{\nabla^2 g}{g}}$$

Les coordonnées d'espace et le temps étant des variables indépendantes

on a : $\boxed{\frac{f''(t)}{f(t)} = cte = C} \quad (a) \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{\nabla^2 g}{g} = cte = C} \quad (b)$

Premier cas : $C < 0$. On pose $C = -\omega^2$

$$(a) \Rightarrow f'' + \omega^2.f = 0 \Rightarrow \boxed{f(t) = a \cos(\omega.t + \varphi)}$$

$$(b) \Rightarrow \text{en posant } k = \frac{\omega}{c} : \boxed{(\Delta g + k^2 g) = 0}$$

Dans le cas des ondes planes, c'est à dire pour $g(x,y,z) \equiv g(x)$

$$\text{cette équation s'écrit : } g'' + k^2.g \Rightarrow \boxed{g(x) = b \cos(k.x + \psi)}$$

La solution de l'équation de propagation est donc :

$$\boxed{S(x, t) = A \cos(kx + \psi). \cos(\omega t + \varphi)}$$

En chaque point $S(x,t)$ varie sinusoidalement en fonction du temps

- Nœuds : Ce sont les points de l'espace pour lesquels l'amplitude est nulle. Il sont tels que:

$$k.x + \psi = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (n \text{ entier})$$

$$\Rightarrow x_n = \frac{1}{k} \left[\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi - \psi \right] = \left[n + \frac{1}{2} - \frac{\psi}{\pi} \right] \frac{\lambda}{2}$$

(Position des noeuds d'oscillation de l'onde stationnaire)

Les noeuds sont équidistants de $\frac{\lambda}{2}$

- Ventres: Ce sont les points de l'espace où l'amplitude est maximale
Ils sont tels que :

$$k.x + \psi = n.\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_v = \left(n - \frac{\psi}{\pi}\right) \frac{\lambda}{2}}$$

Les ventres sont équidistants de $\frac{\lambda}{2}$.

- Remarque 1 : $S(x,t)$ peut aussi s'écrire

$$S(x, t) = \frac{A}{2} \cos(\omega t - kx + \varphi - \psi) + \frac{A}{2} \cos(\omega t + kx + \varphi + \psi)$$

L'onde stationnaire peut-être considérée comme la superposition de deux ondes sinusoïdales progressives de même pulsation et de même amplitude, se propageant en sens contraire

- Remarque 2 : *Inversement, une onde sinusoïdale progressive est la superposition de deux ondes stationnaires en quadrature. Car :*

$$S_o \cos(\omega t - k.x + \varphi) = S_o \cos(k.x - \varphi) \cos(\omega t) + S_o \sin(k.x - \varphi) \sin(\omega t)$$

- **Conclusion:** La solution de l'équation de propagation en onde plane de direction donnée est une superposition d'ondes stationnaires sinusoïdales

9- Influence de la dispersion:

■ 9-1) Vitesse de phase

Définition: la vitesse de phase V_ϕ d'une onde harmonique est la vitesse à laquelle il faut se déplacer dans le sens de la propagation, pour que la phase reste constante.

$$S(x,t) = S_0 \cos(\omega.t - k.x + \phi) = S_0 \cos\theta.$$

Si la phase θ reste constante au cours du temps: $d\theta/dt = 0$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega - k(\omega) \cdot \frac{dx}{dt} = \omega - k(\omega) V_\phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_\phi = \frac{\omega}{k(\omega)}}$$

Remarque 1:

Dans le cas général $k(\omega)$ n'est pas nécessairement linéaire en ω . La vitesse de phase $V\phi$ peut dépendre de ω . Le milieu de propagation est dit « **dispersif** ».

Remarque 2:

Si le milieu est dispersif les différentes harmoniques qui composent l'onde n'ont pas la même vitesse de phase: L'onde plane se déformera au cours de sa propagation.

Remarque 3:

On appelle *relation de dispersion* la fonction $k(\omega)$ qui représente la variation du nombre d'onde en fonction de la pulsation.

La vitesse de phase $V\phi$ sera celle de l'onde harmonique de fréquence égale à la fréquence moyenne des ondes constitutives de l'onde physique

■ 9-2) Vitesse de groupe

Définition: *Dans la propagation du signal, le point d'amplitude maximal – c'est à dire celui ou les ondes harmoniques se groupent pour former l'onde physique – se déplace à la vitesse de groupe V_g*

Exemple simple

Soient deux OPPH de même amplitude et de pulsation respectives $(\omega - \Delta\omega)$ et $(\omega + \Delta\omega)$ voisines. Leur superposition est:

$$S(x, t) = S_0 \cdot \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x] + S_0 \cos[(\omega - \Delta\omega)t - (k - \Delta k)x]$$

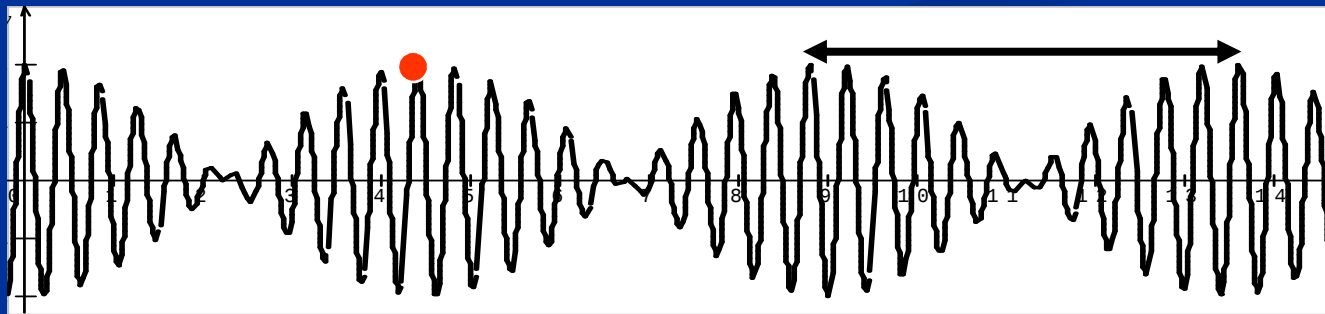
Alors :

$$S(x, t) = 2S_0 \cos(\Delta\omega t - \Delta k \cdot x) \cos(\omega t - k \cdot x)$$

$\Delta\omega \ll \omega$, c'est donc le terme $\cos(\Delta\omega.t - \Delta k.x)$ qui module en amplitude l'onde $S_0 \cos(\omega t - kx)$

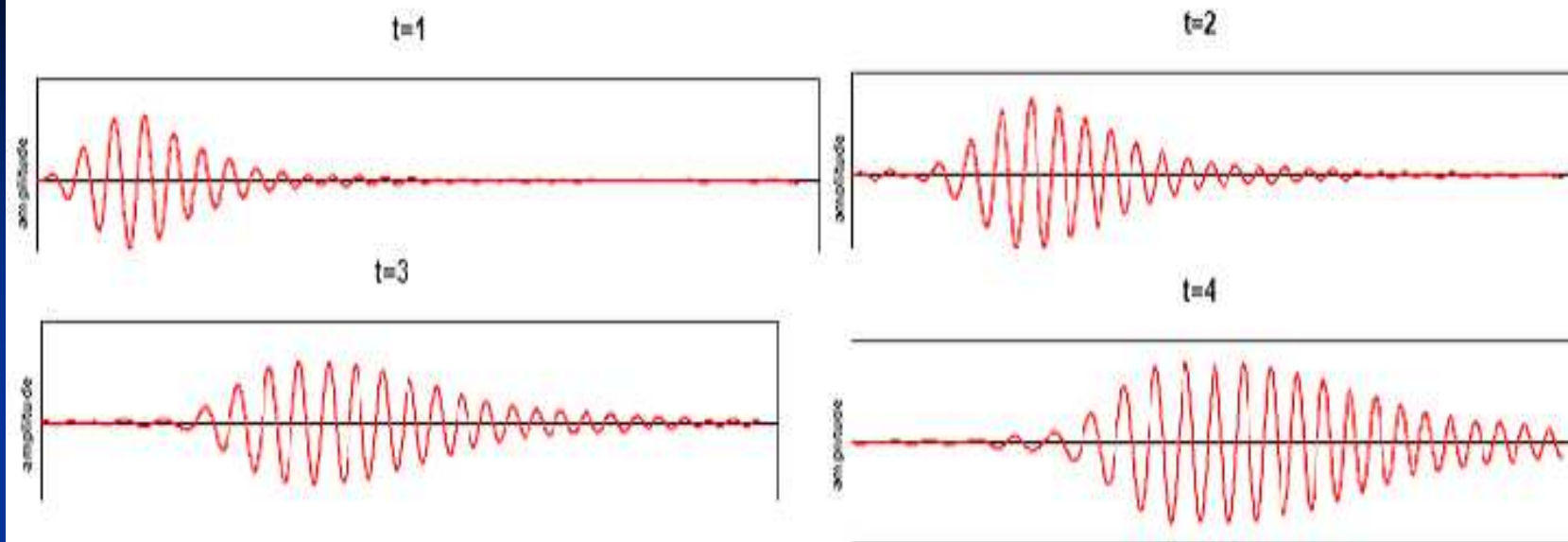
C'est ce terme qui contient l'information c'est-à-dire qui indique de quelle façon l'onde est modulée. **La vitesse de phase** de ce terme ($\Delta\omega/\Delta k$) est donc la **vitesse de groupe** de l'onde

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$



■ Remarque :

quand la vitesse de phase est indépendante de ω , alors $V_g = V_\phi$



L'onde physique se déforme car chacune des ondes harmoniques se déplace à une vitesse différente. On ne peut plus définir une seule vitesse pour cette onde physique et on montre qu'il faut utiliser deux vitesses.

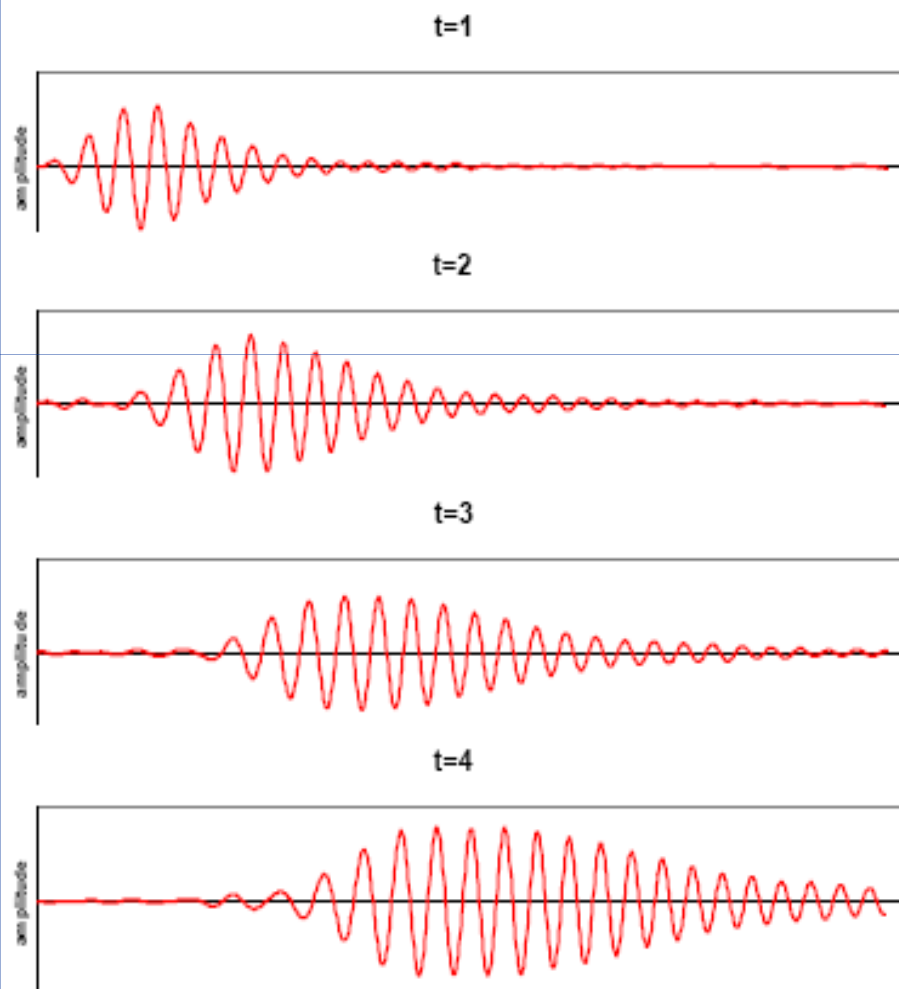
Si la célérité dans le milieu ne dépend pas de la fréquence, la vitesse de groupe v_g coïncide avec la vitesse de phase v_ϕ

La **vitesse de phase v_ϕ** est celle de l'onde harmonique de fréquence égale à la fréquence moyenne des ondes constitutives de l'onde physique. $v_\phi = \frac{\omega_0}{k} = \frac{2\pi v_0}{k}$.

Dans la propagation du signal, le point d'amplitude maximal (c'est-à-dire celui où les ondes harmoniques se « groupent » pour former l'onde physique) se déplace à la **vitesse de groupe v_g** .

5. Vitesse de phase et vitesse de groupe

Si la célérité v de chacune des ondes harmoniques dépend de la fréquence, on dit qu'il y a **dispersion** et la situation est plus compliquée.



L'onde physique se déforme car chacune des ondes harmoniques se déplace à une vitesse différente. On ne peut plus définir une seule vitesse pour cette onde physique et on montre qu'il faut utiliser deux vitesses.

La **vitesse de phase** v_ϕ est celle de l'onde harmonique de fréquence égale à la fréquence moyenne des ondes constitutives de l'onde physique. $v_\phi = \frac{\omega_0}{k} = \frac{2\pi v_0}{k}$.

Dans la propagation du signal, le point d'amplitude maximal (c'est-à-dire celui où les ondes harmoniques se « groupent » pour former l'onde physique) se déplace à la **vitesse de groupe** v_g .

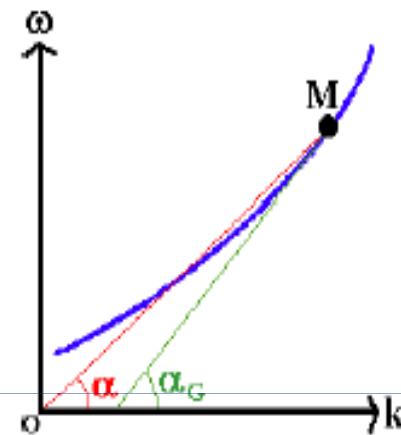
Si la célérité dans le milieu ne dépend pas de la fréquence, la vitesse de groupe v_g coïncide avec la vitesse de phase v_ϕ .

Interprétation géométrique des vitesses de phase et de groupe

Dans un milieu dispersif, la courbe de dispersion $\omega = \omega(k)$ n'est pas une droite

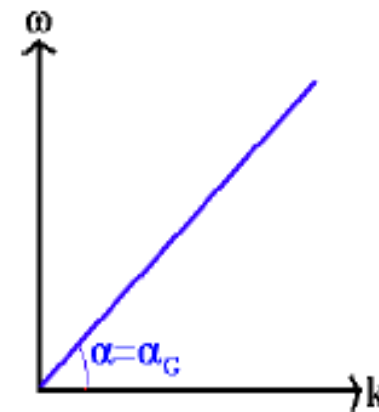
$$- v_{\varphi} = \frac{\omega}{k} = \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{pente de la droite } OM)$$

$$- v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \operatorname{tg} \alpha_G \quad (\text{pente de la tangente en } M \text{ à la courbe de dispersion})$$



Dans un milieu non dispersif, la courbe de dispersion $\omega = \omega(k)$ est une droite

$$v_{\varphi} = v_g = \omega/k \text{ pour tout } \omega$$



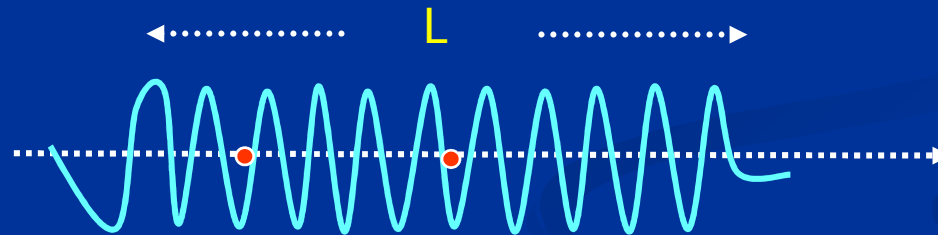
Applications

- I) Onde élastique le long d'un ressort
- II) Equation des cordes vibrantes
- III) Ondes Sonores

I - Onde élastique le long d'un ressort

Un ressort de masse m , de longueur L et de raideur k , est le lieu de propagation d'une onde de déplacement

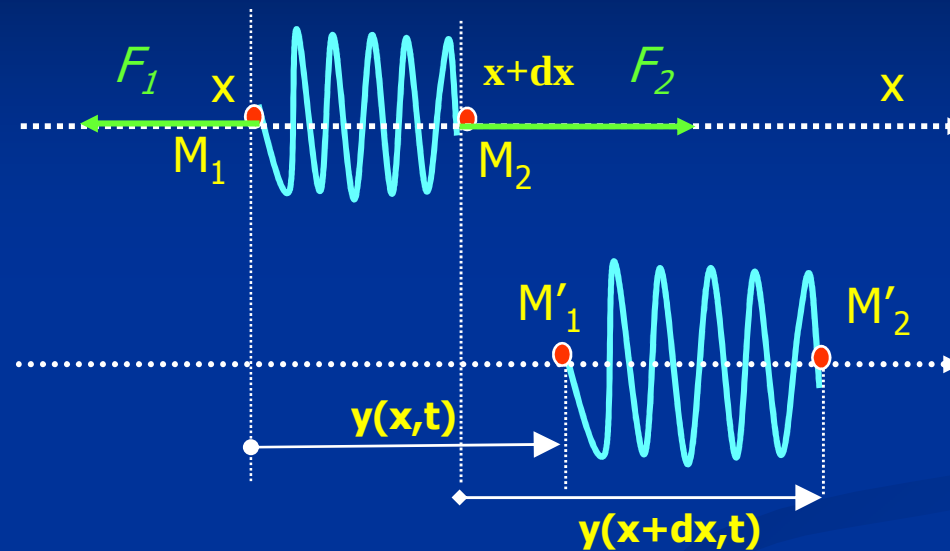
On veut établir l'équation différentielle caractéristique de cette propagation



Démarche :

On considère une **tranche infiniment mince** du ressort d'épaisseur dx , et d'abscisse x et de raideur K . La raideur d'un ressort étant inversement proportionnelle à sa longueur $K = k.(L/dx)$

Au passage de l'onde, cette tranche se déplace.



- Le point M_1 se retrouve en M_1' et on pose $M_1M_1' = y(x,t)$
- La face avant du ressort (point M_2 d'abscisse $(x + dx)$) se déplace de $M_2M_2' = y(x + dx , t)$

- Les déplacements étant petits on peut faire une approximation au second ordre et écrire:

$$\overline{M_2 M_2'} = y(x+dx, t) \approx y(x, t) + \frac{dy}{dx} \cdot dx$$

- L'allongement de la tranche dx est donc:

$$\Delta \ell = y(x+dx, t) - y(x, t) = \frac{dy}{dx} \cdot dx$$

- Cet allongement exerce :

- - une force F_1 suivant Ox^+ sur la partie du ressort à gauche de dx telle que

$$\vec{F}_1 = K \cdot \Delta \ell = K \left. \frac{dy}{dx} \right|_x dx = \left(k \cdot \frac{L}{dx} \right) \cdot \left. \frac{dy}{dx} \right|_x \cdot dx = k \cdot L \cdot \left. \frac{dy}{dx} \right|_x$$

- - une force F_2 suivant Ox^- sur la partie du ressort à droite de dx , telle que

$$\vec{F}_2 = -k \cdot L \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x+dx}$$

- La tranche (dx) subit donc de la part des parties gauche et droite l'opposé de ces forces, soit la force totale:

$$\vec{F} = k.L \left[\frac{dy}{dx} \Big|_{x+dx} - \frac{dy}{dx} \Big|_x \right] = k.L \frac{d^2 y}{dx^2} . dx$$

- La relation fondamentale de la dynamique donne, en négligeant le poids:

$$\mu . dx . \frac{d^2 y}{dt^2} = k.L \frac{d^2 y}{dx^2} . dx \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{\mu}{k.L} \frac{d^2 y}{dt^2} = 0}$$

*L'onde longitudinale se propage dans le ressort suivant une équation de **d'Alembert**, avec une célérité c donnée par :*

$$c = \sqrt{\frac{k.L}{\mu}}$$

Remarque: La célérité augmente avec la raideur du ressort et avec sa longueur à vide

Energie cinétique et énergie potentielle élastique du ressort

Energie cinétique:

$$E_c = \frac{1}{2} \int v^2 dm \quad \text{avec} \quad dm = \mu \cdot dx \quad \text{et} \quad v = \frac{dy}{dt}$$

soit

$$E_c = \frac{\mu}{2} \int_0^L \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \cdot dx$$

Energie potentielle

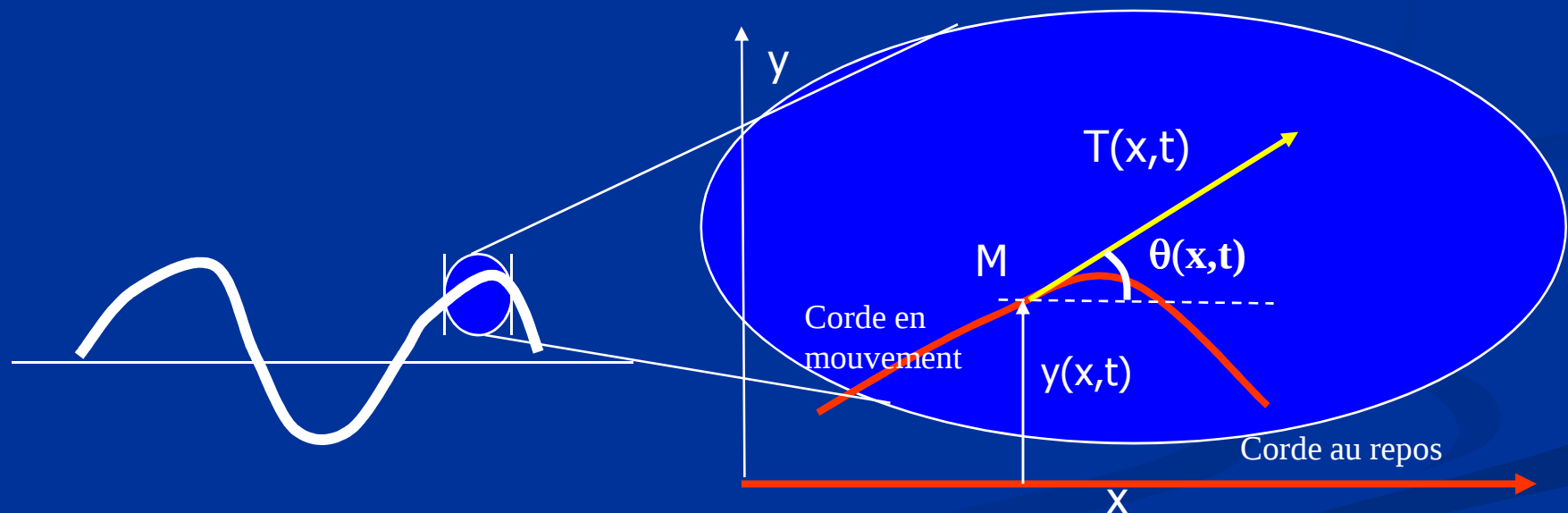
$$dE_p = \frac{1}{2} \left(k \cdot \frac{L}{dx} \right) \cdot (\Delta \ell)^2 = \frac{1}{2} k \cdot \frac{L}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \cdot dx \right)^2 = k \cdot \frac{L}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \cdot dx$$

$$E_p = \int dE_p \quad \Rightarrow \quad E_p = \frac{kL}{2} \int \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \cdot dx$$

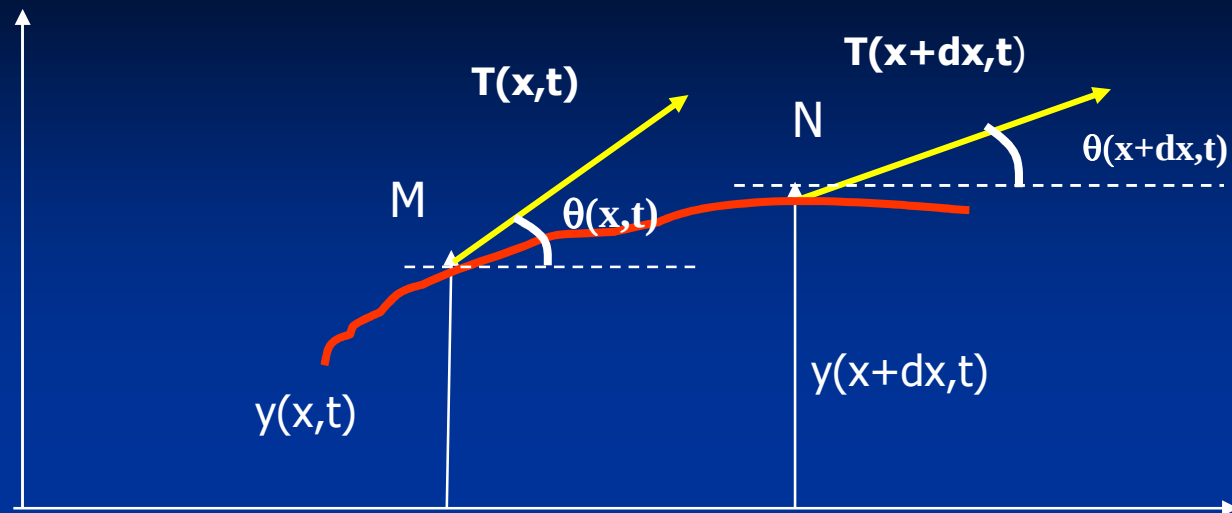
II - Équation des cordes vibrantes

On considère une corde homogène et inextensible, de masse linéique μ , tendue horizontalement, avec une tension T constante.

Le mouvement de la corde est décrit par le déplacement quasi vertical $y(x,t)$ d'un point M d'abscisse x



On considère l'élément de corde compris entre les abscisses x et $x+dx$



L'élément de corde MN de longueur dx est soumis à 3 forces :

- son poids $dP = dm.g = \mu.dx.g$.
- la force F_g tangentielle exercée en M par la partie gauche de la corde.
- $F_g = - T(x, t)$ (d'après le principe de l'action et de la réaction)
- La force F_d tangentielle exercée en N par la partie droite de la corde:
 $F_d = + T(x + dx, t)$

Le P.F.D appliqué à la tranche MN s'écrit :

$$dm.a = dm.g + F_g + F_d$$

Soit : $\mu \cdot dx \cdot a = -T(x,t) + T(x + dx, t)$

a) projection sur Ox :

$$-T(x,t) \cos \theta(x,t) + T(x + dx, t) \cdot \cos \theta(x + dx, t) = 0$$

Puisque θ faible, $\cos \theta = 1$:

$$T(x,t) = T(x + dx, t) = T$$

Le module de la tension est constant le long de la corde

b) Projection sur Oy:

$$-T.\sin \theta(x,t) + T.\sin \theta(x+dx,t) = \mu.dx.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Soit :

$$T.\frac{d(\sin \theta)}{dx}dx = \mu.dx.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

or puisque θ faible : $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{\delta(\sin \theta)}{\delta x} = \frac{d^2 y}{dx^2}$

On obtient :

$$T.\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \mu.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

Le déplacement transversal $y(x,t)$ obéit à l'équation **de d'Alembert** de célérité :

$$\boxed{C = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

- La solution en onde plane progressive sinusoïdale de cette équation est de la forme:

$$y(x, t) = a \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

- La vitesse transversale d'un élément de corde d'abscisse x est :

$$v = \frac{dy}{dt} = a \cdot \omega \cdot \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

- La vitesse transversale maximale d'un élément de corde vibrante est :

$$\omega = k \cdot c = \frac{2\pi}{\lambda} c \Rightarrow \boxed{v_{\max} = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

c) Cas ou le poids n'est pas négligeable:

Si le poids de la corde n'est pas négligeable devant les forces de tension, la relation de projection sur l'axe verticale Oy devient:

$$-\mu \cdot dx \cdot g - T \cdot \sin \theta(x, t) + T \cdot \sin \theta(x + dx, t) = \mu \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Et on obtient une nouvelle équation d'onde

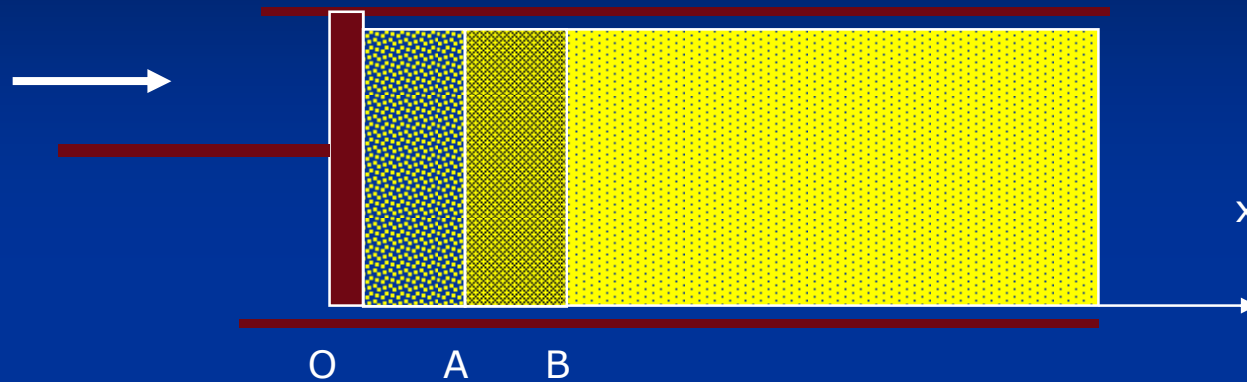
$$\boxed{\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{d^2 y}{dt^2} + g \right)}$$

d) Si la courbure de la corde est importante (θ pas assez petit) et le poids négligeable,

On montre que l'équation d'onde devient:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{\mu \sqrt{1 + (\delta y / \delta x)^2}} \cdot \frac{d}{dx} \left(T(x) \cdot \frac{\delta y / \delta x}{\sqrt{1 + (\delta y / \delta x)^2}} \right)$$

III- Ondes sonores dans les fluides



On étudie la propagation du son dans les fluides

Soit un cylindre contenant un fluide compressible (de l'air par exemple)

Le fluide est caractérisé par trois champs : Vitesse **V**, pression **P** et masse volumique **μ**

Au repos ces champs sont uniformes et valent : $V = 0$; $p = p_0$, $\mu = \mu_0$

- L'ébranlement est provoqué par une compression du fluide, à l'aide d'un piston.
- Quand on enfonce brusquement le piston :
 - La tranche d'air OA est comprimée à une pression $(P_o + \Delta P) > P_o$.
 - Cette situation n'est pas stable et la tranche OA se détend et repousse l'air dans la tranche AB voisine et ainsi de suite. L'ébranlement est transmis de proche en proche.
- **Chaque partie atteinte par l'ébranlement joue le rôle de source pour la tranche suivante**

En résumé

- 1) Le passage de l'ébranlement provoque une déformation du fluide (compression ou dilatation), donc une **variation de densité**
- 2) Les variations de densité entraînent des **variations de pression**
- 3) Les différences de pression entre deux points du fluide engendrent un **mouvement**

L'équilibre du système est alors perturbé

La pression P , la masse volumique μ , la vitesse du fluide V dans la direction Ox varient en fonction du temps t et de la position M dans le cylindre

$$\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}(M, t) = 0 + \vec{v}_1(M, t)$$

$$p = p_0 \Rightarrow p(M, t) = p_0 + p_1(M, t)$$

$$\mu = \mu_0 \Rightarrow \mu(M, t) = \mu_0 + \mu_1(M, t)$$

L'approximation acoustique

$$\|\vec{v}_1\| \ll c ; p_1 \ll p_0 ; \mu_1 \ll \mu_0$$

Mise en équations

1) Equation de continuité

Elle traduit l'absence de fuite, de trou ou de cavité au sein du fluide

Soit F_e le flux massique (variation de masse par unité de temps) entrant en x dans une tranche de cylindre comprise entre x et $(x + dx)$

$$F_e = \frac{dm}{dt} = \mu.S.\frac{dx}{dt} = \mu.S.v(x,t)$$

Soit F_s le flux massique sortant en $(x + dx)$ $F_s = \mu.S.v(x + dx, t)$

L'excès de masse entrant dans le volume $S.dx$ pendant le temps dt est :

$$dm = [\mu.S.v(x,t) - \mu.S.v(x + dx, t)].dt$$

A cet excès de masse correspond un accroissement de densité $d\mu$ qui lui est proportionnel

$$dm = S.dx.d\mu = \mu.S [v(x,t) - v(x + dx, t)] dt$$

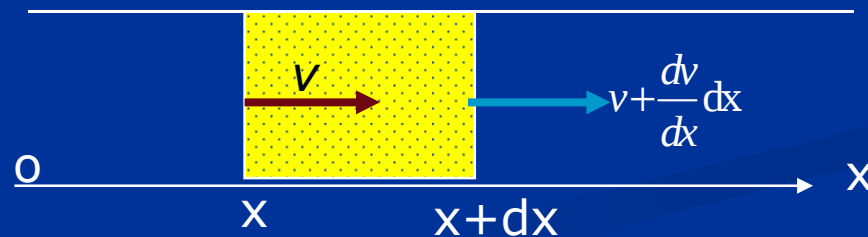
$$\text{or } [v(x, t) - v(x + dx, t)] \approx -\frac{\delta v}{\delta x} dx$$

$$\text{et } S \cdot dx \cdot d\mu = \mu \left[-\frac{\delta v}{\delta x} dx \right] dt \Rightarrow \boxed{\frac{\delta \mu}{\delta t} + \mu \frac{dv}{dx} = 0}$$

$$\text{Sachant que } \mu = \mu_0 + \mu_1(x, t) \Rightarrow \frac{d\mu}{dt} \equiv \frac{d\mu_1}{dt}$$

de plus le terme $(\mu_1 \frac{dv}{dx})$ étant négligeable (terme du second ordre)

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\delta \mu}{\delta t} + \mu_0 \frac{dv}{dx} = 0} \quad (1)$$



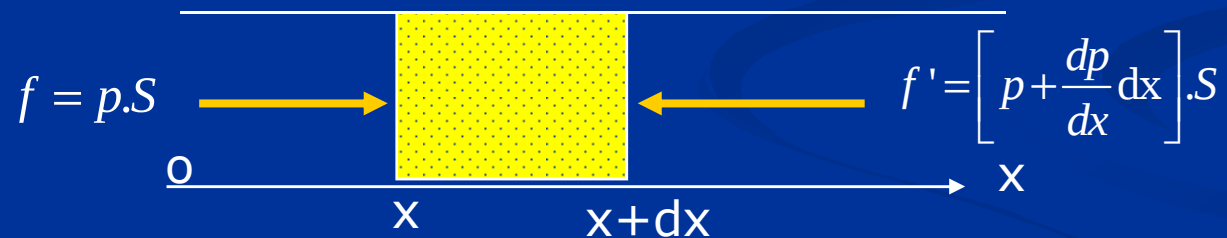
2) Equation d'état du fluide

La variation de pression p_1 est toujours proportionnelle à la variation de masse volumique μ_1 :

$$\boxed{\frac{p_1}{\mu_1} = c^2} \quad (2)$$

C est une constante caractéristique du fluide

3) Equation fondamentale de la dynamique



$$(\mu.S.dx) \cdot \frac{dv}{dt} = S.p(x,t) - S.p(x+dx,t)$$

$$\Rightarrow (\mu.S.dx) \frac{dv}{dt} - S.\frac{dp}{dx}.dx \Rightarrow \mu \frac{dv}{dt} = -\frac{dp}{dx}$$

$$\boxed{\frac{dp}{dx} + \mu_0 \frac{dv}{dt} = 0} \quad (3)$$

relation valable au second ordre près

Remarque: la relation (2) permet de réécrire la relation (1) en fonction de la variation de la pression:

$$(2) \Rightarrow p_1 = c^2.\mu_1 \Rightarrow \delta p_1 = c^2.\delta\mu_1 \Rightarrow \boxed{\delta p = c^2\delta\mu}$$

$$(1) \text{ devient alors : } \boxed{\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} + \mu_0 \frac{dv}{dx} = 0} \quad (4)$$

Remarque: l'équation aux dimensions montre que C a les dimensions d'une vitesse

En dérivant l'équation (3) par rapport à **x** et l'équation (4) par rapport au **temps**, et en soustrayant les résultats membre à membre, on obtient :

$$\boxed{\frac{1}{c^2} \frac{d^2 p}{dt^2} = \frac{d^2 p}{dx^2}} \quad (5) \text{ équation satisfaite par la pression}$$

De même, En dérivant l'équation (3) par rapport à **t** et l'équation (4) par rapport **x** et en soustrayant les résultats membre à membre, on obtient :

$$\boxed{\frac{1}{c^2} \frac{d^2 v}{dt^2} = \frac{d^2 v}{dx^2}} \quad (6) \text{ équation satisfaite par la vitesse}$$

Conclusion : **Au cours de la propagation de l'ébranlement dans un fluide**
Les variations de pression (p1) de densité (μ1) et de vitesse (v1) satisfont
À la même équation: l'équation de propagation des ondes

Cas des processus adiabatiques

On peut admettre avec une bonne approximation que les compressions et dilatations du fluide sont des processus adiabatiques (sans échanges de chaleur avec les tranches voisines)

Pour un gaz parfait :

$$\frac{p}{\mu} = \frac{R.T}{M} \quad \text{et} \quad \frac{p}{\mu^\gamma} = \text{Cte} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{d\mu} = \frac{\gamma \cdot p}{\mu} = \frac{\gamma R T}{M}$$

$$\Rightarrow \boxed{c = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}} \quad (7)$$

c'est la vitesse du son dans un gaz.

Pour l'air à la température normale:

$$M = 29 \text{ g} ; \gamma = 1,40 ; R = 8,31 \text{ J/K} ; T = 273 \text{ K} \quad : \quad C = 330 \text{ m/s}$$

Cas des ondes acoustiques sinusoïdales progressives

Pour la variation de pression on aura donc :

$$p_1(x, t) = Ae^{i(\omega t - k.x)}$$

en utilisant la relation (3) on peut écrire : $\frac{dv_1}{dt} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{dp_1}{dx} = \frac{i.k.A}{\mu_0} e^{i(\omega t - k.x)}$

$$d'où: v_1 = \frac{k.A}{\mu_0 \omega} e^{i(\omega t - k.x)} = \frac{p_1}{\mu_0 . c} \Rightarrow \boxed{\frac{p_1}{v_1} = \mu_0 . c} \quad (7)$$

Dans une onde acoustique progressive la pression et la vitesse du fluide sont liées à tout instant et en tout point par une relation de proportionnalité. C'est une propriété générale

FIN