

CHAPITRE 5

MECANIQUE DES

FLUIDES

Pr. M. ABD-LEFDIL

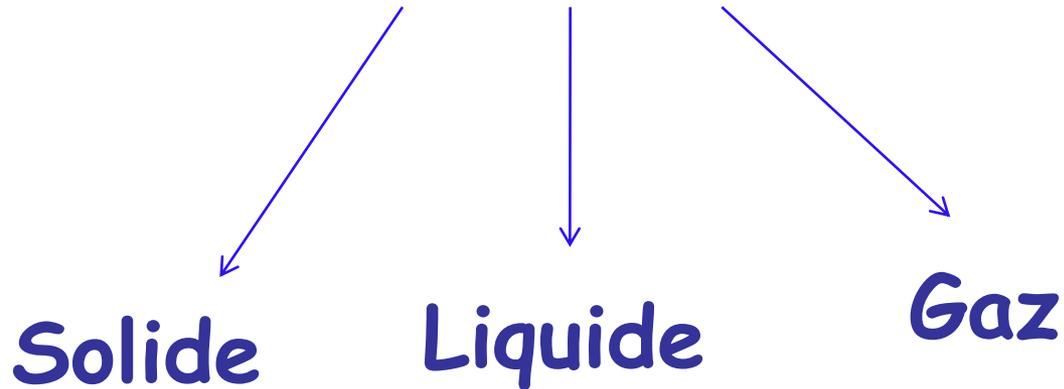
Université Mohammed V- Agdal

Département de Physique

Année universitaire 2011-12

SVT

Matière



Caractéristiques de ces 3 états:
rigidité et cohésion

Rigidité ? capacité à conserver son volume sous l'effet d'une force.

Cohésion? capacité à conserver sa forme sous l'effet d'une force.

Un élément de matière sans cohésion est un fluide: le liquide et le gaz

Dans ce chapitre 5, nous allons étudier:

- les fluides **au repos**,
- les fluides en mouvement sans frottement qu'on appelle **fluides parfaits ou non visqueux**.
- les fluides en mouvement avec frottement qu'on appelle **fluides visqueux**.

- Les liquides sont pratiquement **incompressibles** (masse volumique est constante).

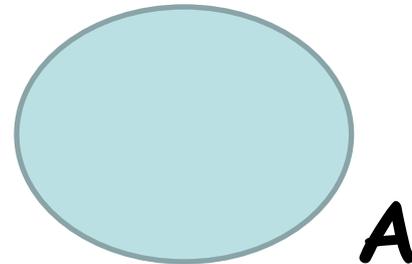
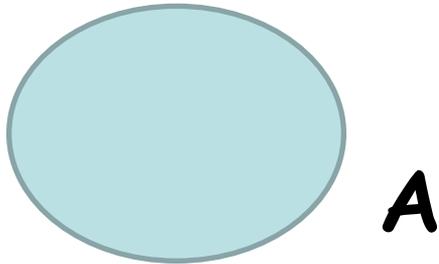
Exemple: Il faut une force de 10^9 N par m^2 de surface pour diminuer le volume de l'eau de 5%.

Une masse donnée du fluide n'a pas une forme fixe. Le fluide prend la forme du récipient utilisé.

Par conséquent, on utilisera les notions de masse volumique et de pression pour l'étude du mouvement ou l'état d'équilibre d'un fluide.

I- Définition de la pression

La pression est la force par unité de surface agissant Perpendiculairement à la surface A. (figures à compléter en cours)



Dans le S.I, la pression a pour unité le Pascal Pa: $1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$.

$$P = \frac{F \cos \theta}{A} = \frac{F \cos \theta \ell}{A \ell} = \frac{\text{Travail } W}{\text{Volume } V}$$

- **P correspond à des N/m² ou J/m³.**

Unités de la pression :

- **Dans le S.I, l'unité est le Pascal Pa.**
- **1 atm = 1.013 10⁵ Pa**
- **1 atm = 760 mm Hg = 1 bar**
- **1 torr = 1 mm Hg = 0.133 KPa**

Pression et profondeur

w est le poids

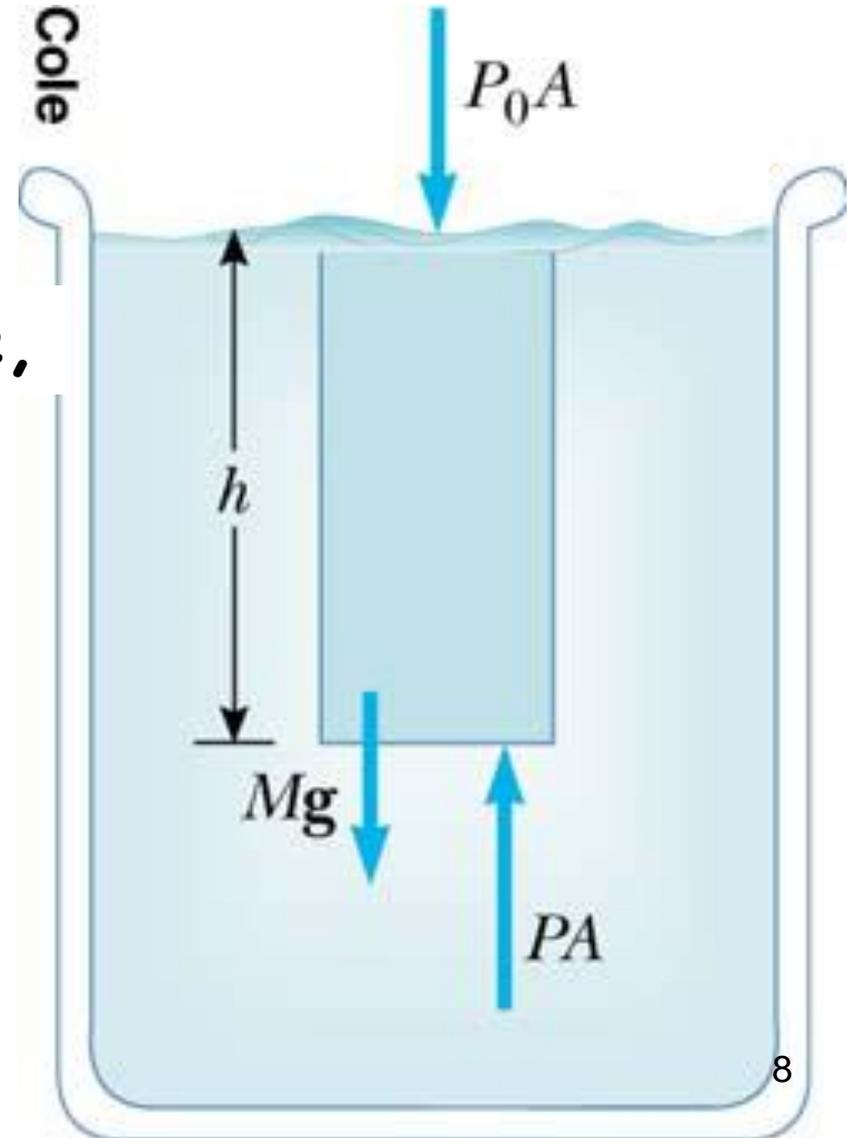
$$w = Mg = \rho Vg = \rho Ahg$$

Somme des forces est nulle,

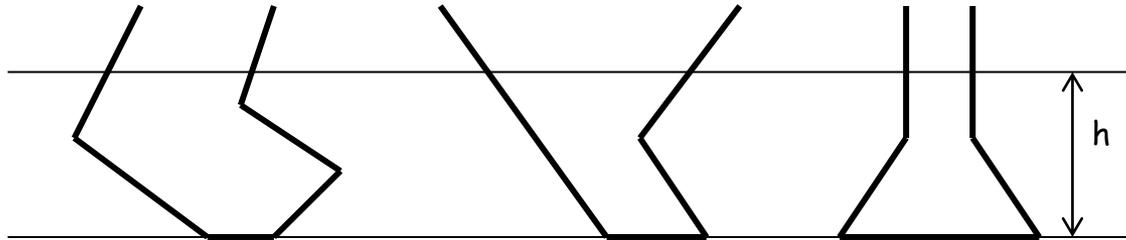
$$PA - P_0A - w = 0$$

On simplifie par A

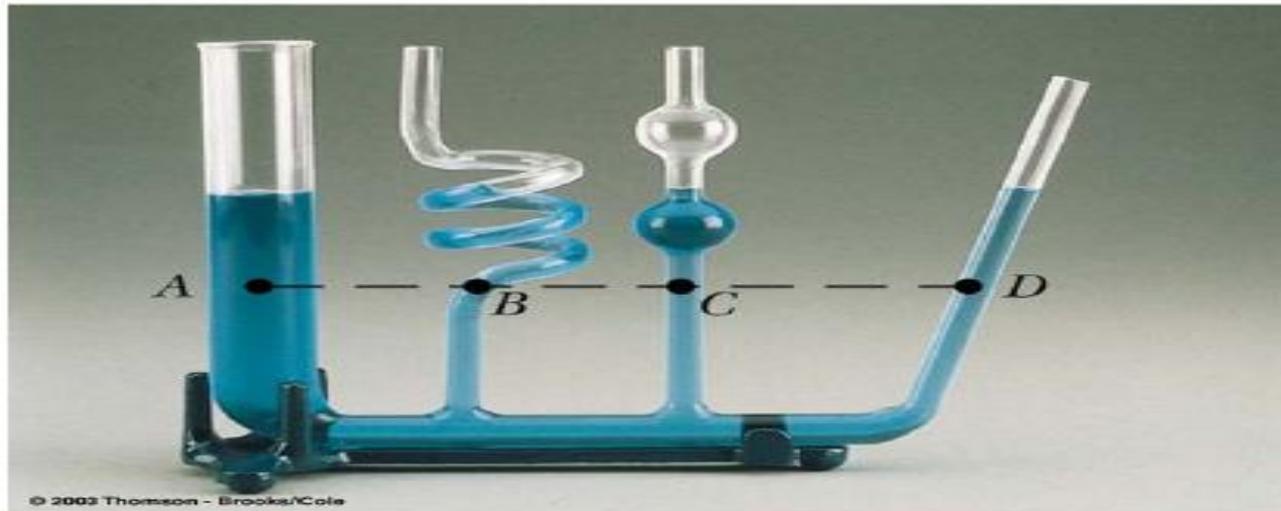
$$P = P_0 + \rho gh$$



- La pression au fond d'un récipient ne dépend pas de la forme du récipient mais uniquement de la hauteur du liquide.



La pression au fond est la même



II - Principe d'Archimède :



- La différence de pression entre le haut et le bas d'un objet placé dans un liquide engendre une poussée verticale dirigée vers les pressions décroissantes (de bas vers le haut). Elle est appelée **poussée d'Archimède** P_A .
- La poussée exercée sur un objet est égale au poids du fluide déplacé : C'est le principe d'Archimède.

$$P_A = \rho_0 V g \quad (\text{revoir chap. 2})$$

V est le volume du fluide déplacé et ρ_0 la masse volumique de ce fluide.

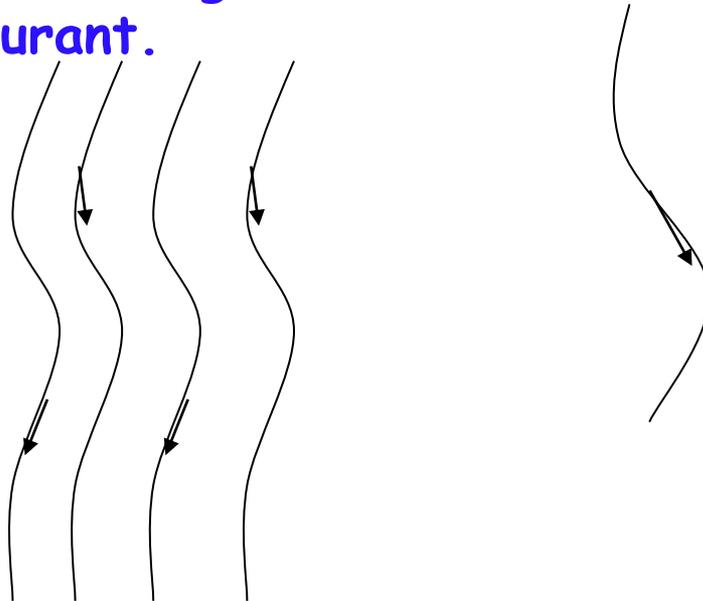
III - Écoulements :

Un fluide peut présenter 2 types principaux d'écoulement :

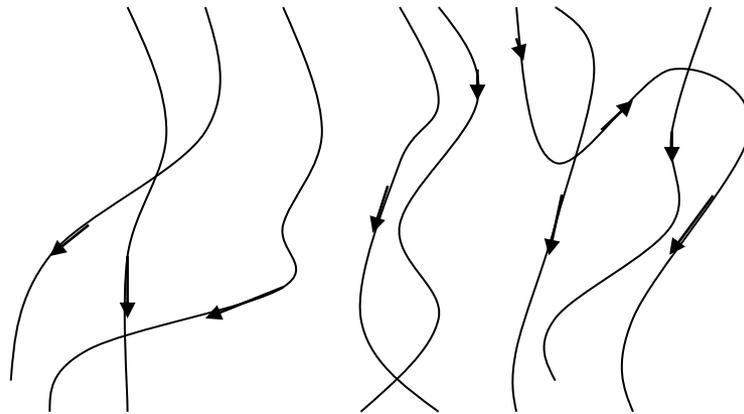
- écoulement laminaire
- écoulement turbulent

1- Dans un écoulement laminaire, chaque particule suit alors une trajectoire uniforme qui ne croise pas celle d'aucune autre particule.

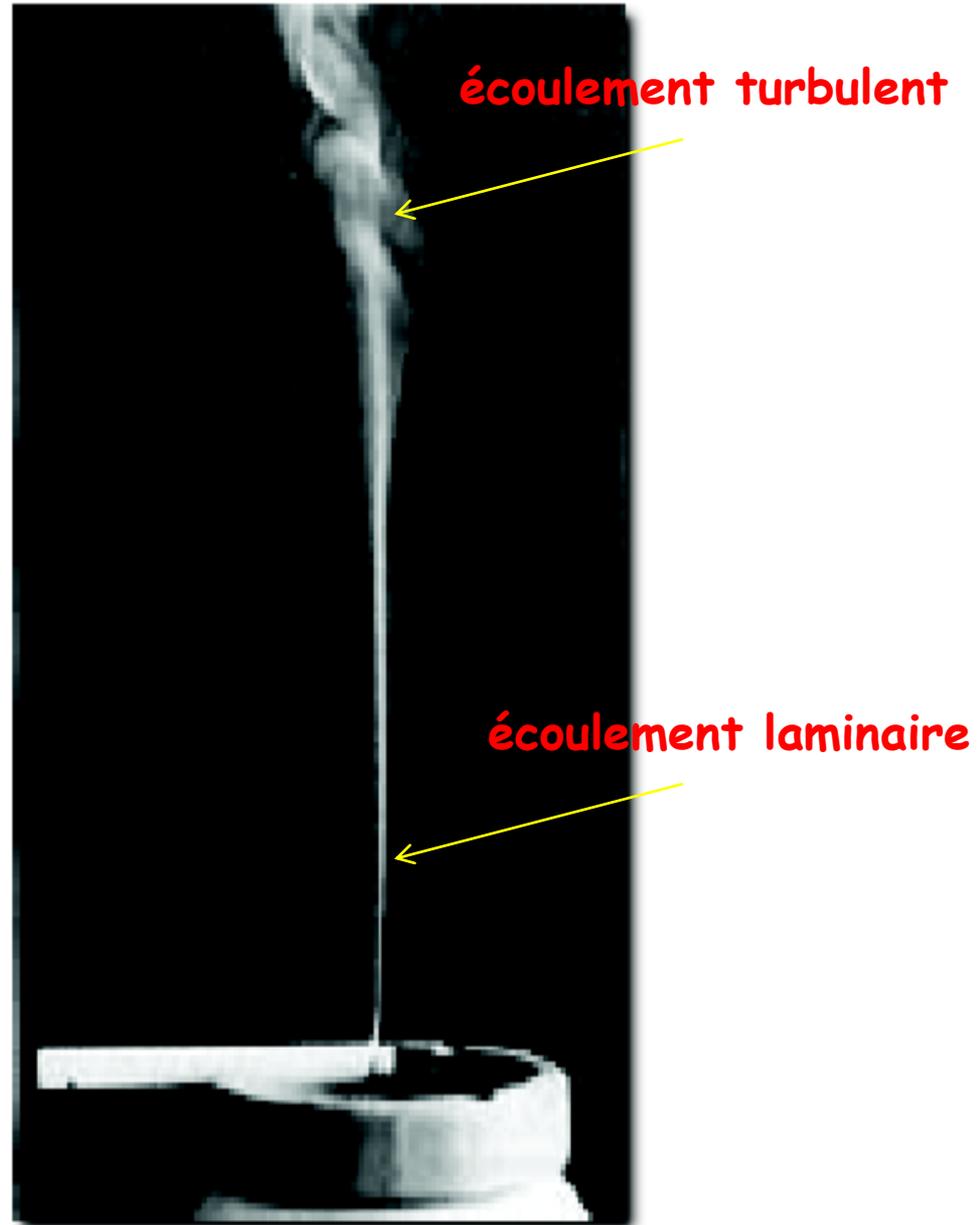
La vitesse du fluide en un point quelconque est tangente à cette ligne de courant.



2- A partir d'une certaine vitesse, l'écoulement devient **turbulent**. Ce dernier se caractérise par des lignes de courant qui tourbillonnent et s'entrecroisent.



On verra par la suite l'équation mathématique qui permet de définir la nature de l'écoulement (notion de nombre de Reynolds)



IV- Equation de continuité

- Considérons un fluide incompressible qui remplit totalement un conduit (un tube ou une artère par exemple).
- Si une masse supplémentaire pénètre à l'une des 2 extrémités, une masse identique en sort à cause du caractère **incompressible** du fluide. Ce principe simple est régi par **l'équation de continuité** et exprime la **conservation du débit**.

- Un débit Q à travers une canalisation est défini par le volume du fluide qui la traverse par unité de temps. Q est en m^3/s .

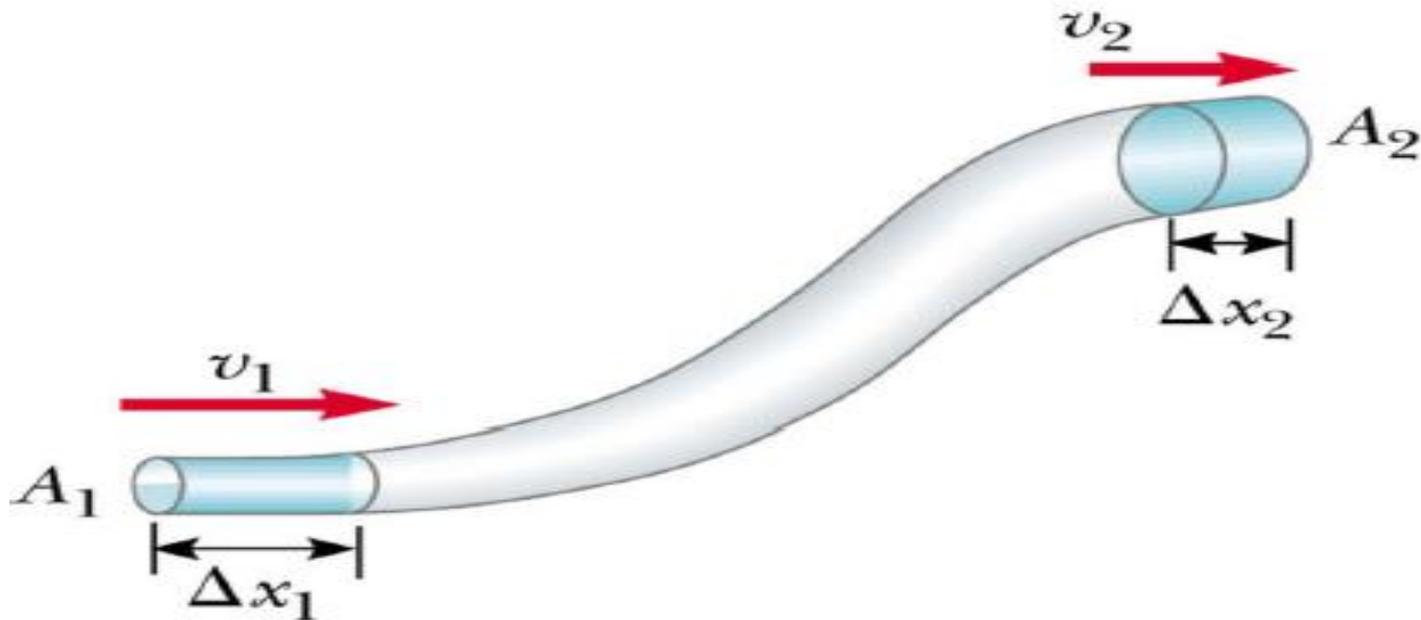
- L'équation de continuité : $Q_1 = Q_2$

Q_1 est le débit à l'entrée de la canalisation

Q_2 est le débit à la sortie de la canalisation

Considérons un tube de section A_1 à l'entrée et supposons que le fluide s'y déplace avec une **vitesse moyenne v_1** .

Dans l'autre extrémité de section A_2 , la vitesse est **v_2** .



$$Q_1 = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} \quad \text{et} \quad Q_2 = \frac{\Delta V_2}{\Delta t}$$

- Au bout de Δt , le volume du fluide $\Delta V_1 = A_1 \Delta x_1$ ou encore $\Delta V_1 = A_1 v_1 \Delta t$, s'est déplacé à l'entrée d'une distance $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$.
- Le volume du fluide quittant le tube est $\Delta V_2 = A_2 \Delta x_2$ ou encore $\Delta V_2 = A_2 v_2 \Delta t$.
Or $\Delta V_1 = \Delta V_2$ (ce qui entre = ce qui sort)
ou encore $Q_1 = Q_2$, d'où :

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

- Le débit d'un fluide est égal au produit de sa vitesse par la section du conduit (canalisation, tube, artère,...).

$$Q = A v$$

- Le produit de la section A du conduit par la vitesse du fluide est constant :

$$A v = Cte$$

C'est l'équation de continuité

V- Théorème de Bernoulli :

- - Pourquoi les pressions du sang sont différentes au niveau du cerveau, du cœur et des pieds par exemple?
- - Comment l'air circule-t-il dans un terrier?
- - Pourquoi la fumée s'élève-t-elle dans une cheminée?
- - Comment déterminer la hauteur à laquelle l'eau peut monter dans les canalisations d'un immeuble?

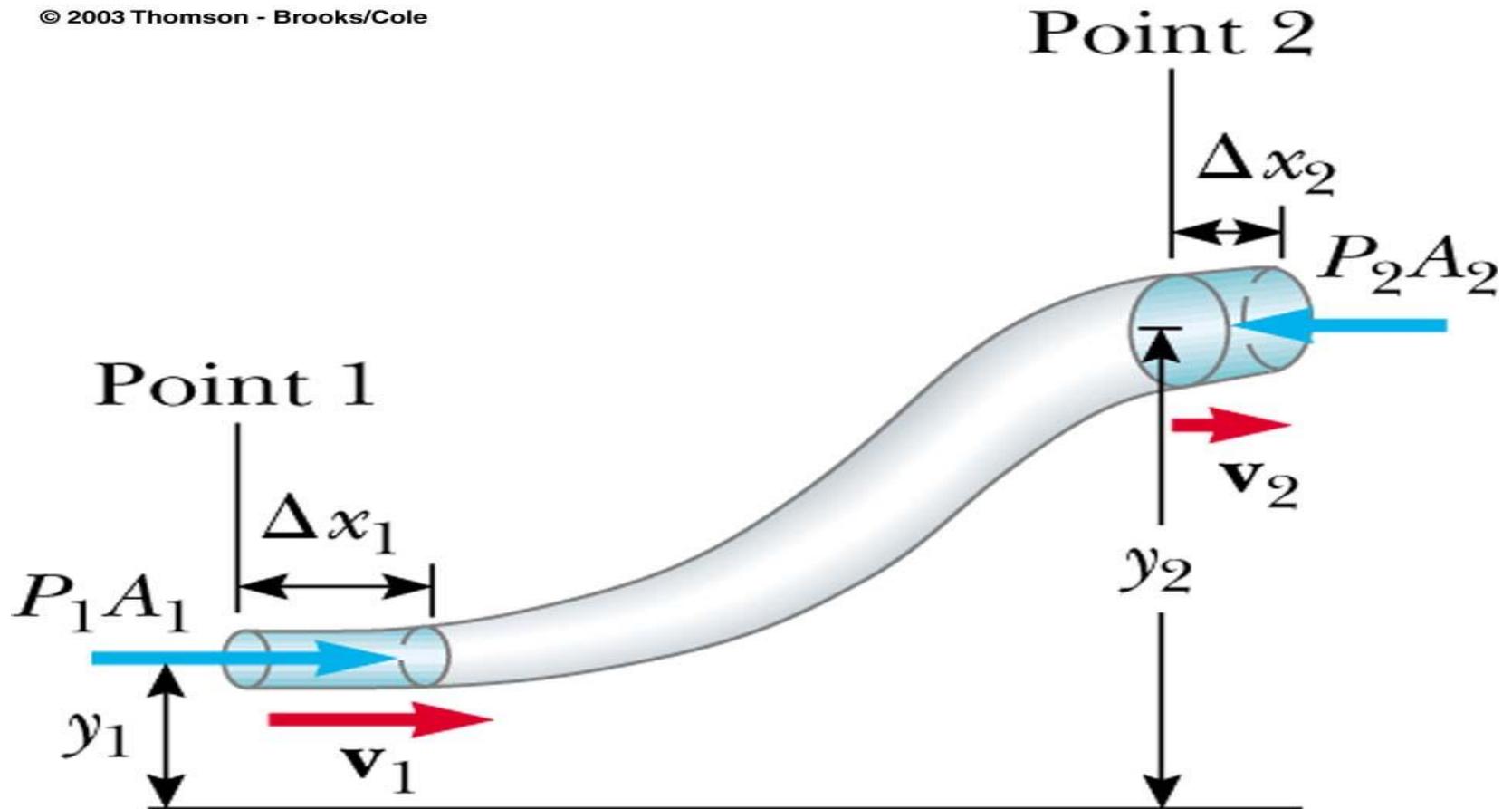
Le théorème de Bernoulli nous donne une explication à ces questions.

Conditions de validité du th. de Bernoulli:

- i- Le fluide est incompressible (ρ reste constante).
- ii - Le fluide est dépourvu de frottement ou le fluide est non visqueux ou parfait.
- iii - Le fluide est régulier (régime stationnaire) ou le fluide a une vitesse qui ne change pas au cours du temps.

Considérons un fluide dans une portion de tube de courant de section droite variable.

© 2003 Thomson - Brooks/Cole



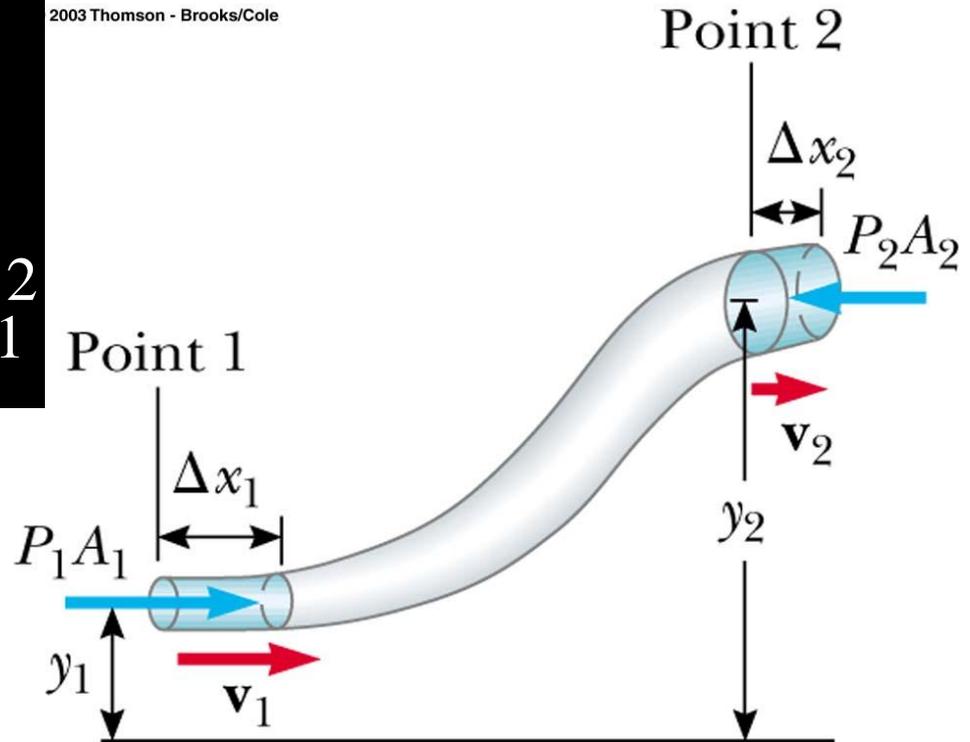
Equation de Bernoulli: démonstration

Considérons un volume V de masse M ,

$$\begin{aligned}\Delta E_C &= \frac{1}{2} M v_2^2 - \frac{1}{2} M v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2\end{aligned}$$

2003 Thomson - Brooks/Cole

$$\begin{aligned}\Delta E_p &= Mg y_2 - Mg y_1 \\ &= \rho V g y_2 - \rho V g y_1\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}W &= F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 \\ &= P_1 A_1 \Delta x_1 - P_2 A_2 \Delta x_2 \\ &= P_1 V - P_2 V\end{aligned}$$

On obtient alors:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

La somme de la pression et de l'énergie mécanique par unité de volume reste constante tout au long du tube de courant. C'est le théorème de Bernoulli.

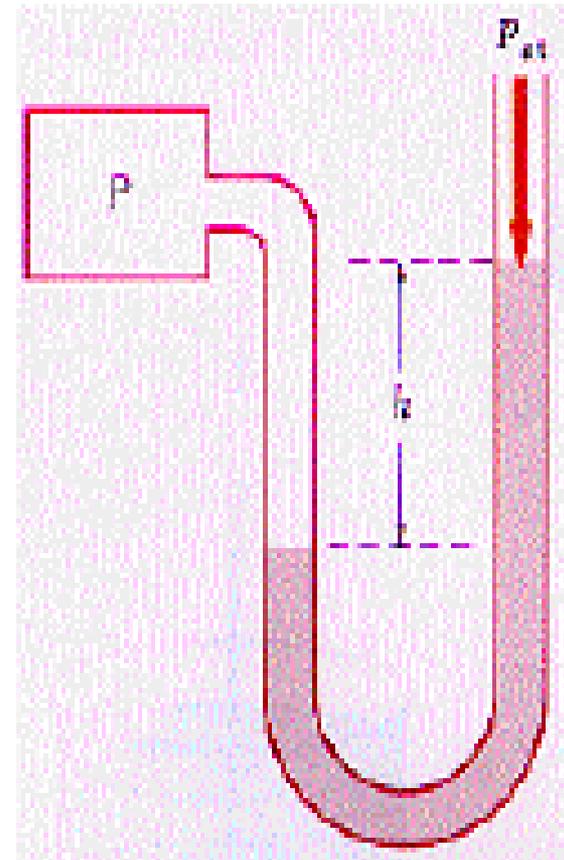
$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = cte$$

Equation à retenir !!!

• 1 - Manomètre :

C'est un tube en U contenant un liquide (généralement le mercure Hg) et qui sert à mesurer la pression d'un gaz.

Manomètre à tube ouvert



- Appliquons le théorème de Bernoulli au cas du manomètre à tube ouvert:

$$P_{\text{gaz}} + [\rho g y_1] = P_{\text{atm}} + [\rho g y_2]$$

$$P_{\text{gaz}} - P_{\text{atm}} = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

La pression du gaz se ramène donc à la mesure de la différence des hauteurs dans le tube en U.

Remarques :

- i) $P - P_{\text{atm}}$ est appelée **pression de jauge**.
- ii) le tube en U peut aussi servir à mesurer la pression d'un liquide à condition que ce liquide ne se mélange pas à celui du manomètre.

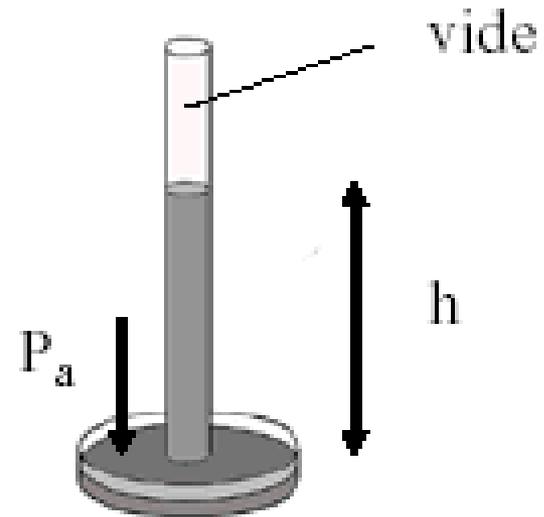
2- Expérience de Pascal :

Elle consiste en la mesure de la pression atmosphérique à l'aide d'un baromètre.

Baromètre

$$P_a = \rho gh$$

Ce dispositif mesure la pression atmosphérique



- Si on fait l'expérience avec le **mercure** ($\rho = 13600 \text{ kg m}^{-3}$), on mesure:

$$h =$$

- Si on réalise cette expérience avec de **l'eau** ($\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$), on mesure:

$$h =$$

La pression ainsi mesurée est la pression atmosphérique :

$$P_{\text{atm}} = \rho g h$$

A.N.:

$$P_{\text{atm}} = 13600 \times 9,81 \times 0.76 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{atm}} = 1000 \times 9,81 \times 10.33 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

3- Rôle de la gravitation dans la circulation sanguine:

Dans la position debout, les pressions entre le cœur, les pieds et le cerveau sont fort différentes. Ceci reflète les grandes différences de niveau entre ces 3 points.

- Sachant que les effets de viscosité sont faibles, on peut utiliser le théorème de Bernoulli. En plus, les vitesses de circulation dans ces artères sont petites et sensiblement égales, d'où :

$$P_{\text{cerveau}} + [\rho g h_{\text{cv}}] = P_{\text{coeur}} + [\rho g h_c] = P_{\text{pieds}}$$

$$\rho(\text{sang}) = 1060 \text{ Kg m}^{-3}.$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}.$$

Exemple pratique :

$$h_{cv} = 1.8 \text{ m et } h_c = 1.3 \text{ m}$$

$$P_{\text{pieds}} - P_{\text{coeur}} = 13.5 \text{ KPa et}$$

$$P_{\text{coeur}} - P_{\text{cerveau}} = 4.1 \text{ KPa}$$

$$\text{Or : } P_{\text{coeur}} = 100 \text{ mm Hg} = 13.3 \text{ KPa}$$

$$\text{d'où : } P_{\text{cerveau}} = 62 \text{ mm Hg} = 8.3 \text{ KPa}$$

$$\text{et } P_{\text{pieds}} = 200 \text{ mm Hg} = 26.6 \text{ KPa}$$

Remarques

- Le cœur fournit, par rapport à la pression externe, une surpression de l'ordre de 13.3 KPa = 100 mm Hg. C'est ce qu'on appelle la pression sanguine fournie par le cœur.

Pour mesurer e façon précise la pression artérielle, le patient doit être en position couchée.

- **c)** Sous l'effet d'une accélération, le sang est poussé dans le sens de l'accélération et va s'accumuler dans certains organes, par exemple les membres inférieures en position assise ou debout. En effet:

Appliquons le théorème de Bernoulli à une personne en présence d'une accélération a vers le haut (dans une fusée, un siège éjectable...):

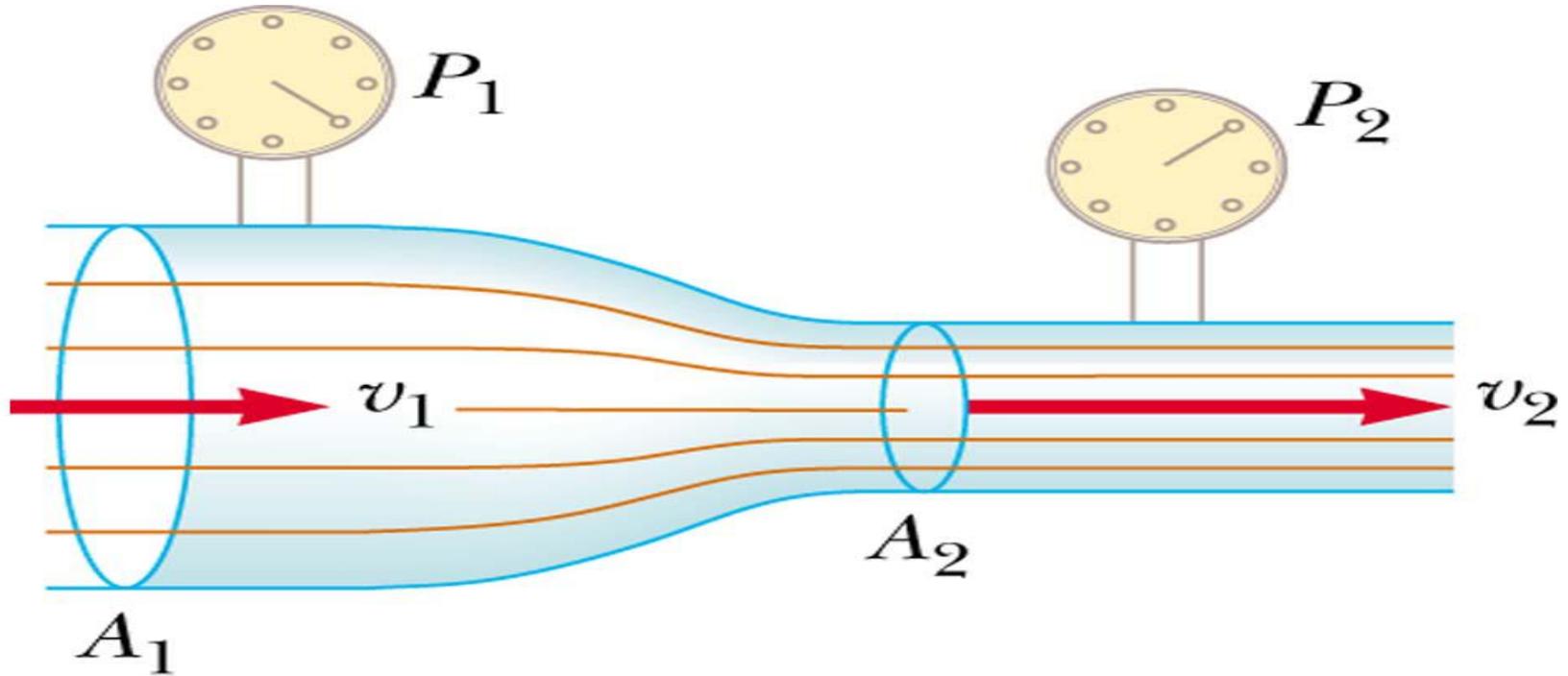
$$P_{\text{cerveau}} + [\rho (g+a) h_{cv}] = P_{\text{coeur}} + [\rho (g+a) h_c]$$

$$P_{\text{cerveau}} = P_{\text{coeur}} + [\rho (g+a) (h_{cv} - h_c)]$$

4- Tube de Venturi :

C'est un tube qui présente un rétrécissement (ou étranglement ou goulot).

- Cas d'un tube de Venturi horizontal :



Définition d'une sténose:

C'est un rétrécissement du calibre d'un vaisseau sanguin, et qui provoque une chute du débit sanguin en aval.

Définition d'un anévrisme:

C'est une dilatation d'un vaisseau sanguin. Un anévrisme est susceptible de se rompre, ce qui peut être à l'origine d'une hémorragie interne parfois fatale.

- L'équation de continuité nous donne :

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Si $A_1 > A_2$, alors $v_2 > v_1$

En vertu du théorème de Bernoulli, la pression doit chuter à l'endroit de l'étranglement.

La chute de pression étant fonction de la vitesse d'écoulement. En pratique, sa mesure est réalisée au moyen d'étroites colonnes insérées dans le tube.

- Le théorème de Bernoulli donne (pour une même hauteur) :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Or : $v_2 = (A_1 / A_2) v_1$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho [(A_1^2 / A_2^2) - 1]}}$$

La mesure de $P_1 - P_2$ et la connaissance des aires A_1 et A_2 permettent de déterminer v_1 , et par la suite v_2 .

VI- Fluides visqueux

Observations expérimentales:

1- L'eau, l'huile et le miel coulent différemment: l'eau coule vite mais avec des tourbillons. Alors que le miel coule lentement mais de façon régulière.

2- La pression d'un fluide réel diminue tout au long d'un conduit dans lequel il s'écoule, même s'il est horizontal et de section uniforme.

Conclusions:

Dans un fluide réel, les forces de contact ne sont pas perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent.

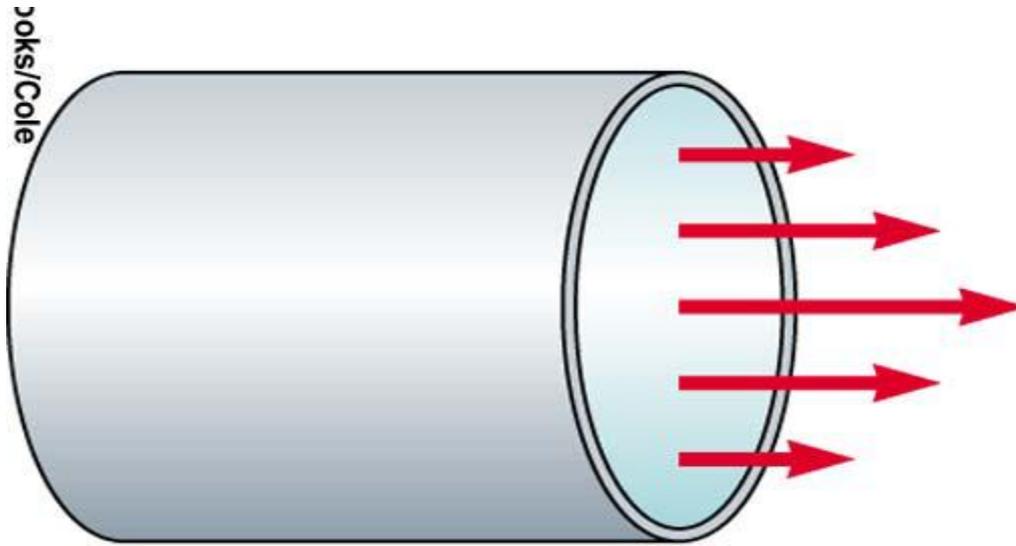
Les frottements qui s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres sont à l'origine de la viscosité.

Chaque fluide a sa viscosité.

1 - VISCOSITE

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules du fluide et des forces d'interactions entre les molécules de fluide et celles de la paroi, les molécules du fluide ne s'écoulent pas à la même vitesse.

On dit qu'on a un profil de vitesses.



Dans la suite, on prendra une vitesse moyenne de ces différentes couches.

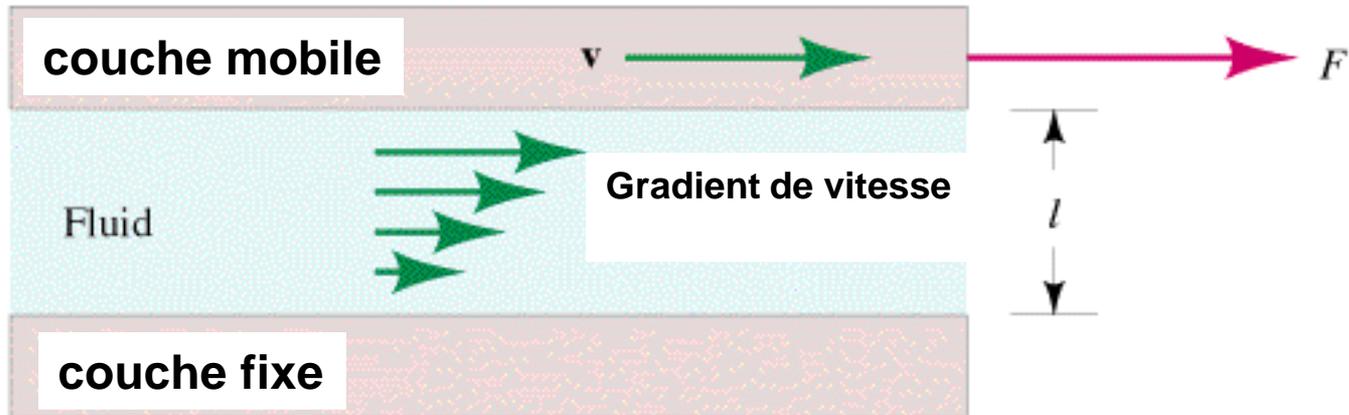
Définition de la viscosité

- Considérons 2 couches de fluide (qui se touchent) et distantes de Δz .

La force F qui s'exerce à la surface de séparation de ces 2 couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre.

- F est proportionnelle à:
 - la différence de vitesse des couches soit ΔV ,
 - la surface de la section A (ou S)
 - inversement proportionnelle à Δz .
- Le coefficient de proportionnalité noté η est appelé viscosité du fluide.

$$F = \eta \frac{A \Delta v}{\Delta z}$$



$$\Delta Z = l$$

$\Delta V = V$ (couche supérieure) – V (couche inférieure)

Si V (couche inférieure) = 0 : $\Delta V = V$

$$F = \eta \frac{A V}{l}$$

Dans le système international, la viscosité s'exprime en Poiseuille (Pl).

$$1 \text{ Pl} = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Pour les liquides η baisse quand la température augmente.

- η (eau à 100°C) = $0.284 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$,
 η (eau à 37°C) = $0.6947 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- η (sang à 37°C) = $2.084 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$,
 η (sang à 20°C) = $3.015 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- η (air à 20°C) = $1.730 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

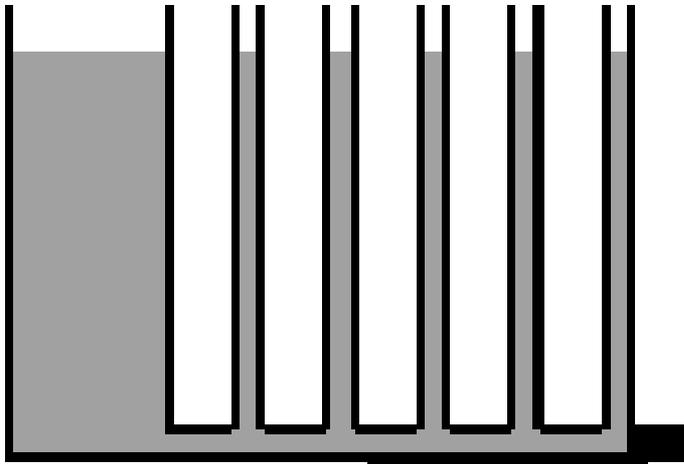
2- LOI DE POISEUILLE

- **Ecoulement d'un liquide dans une conduite horizontale :**

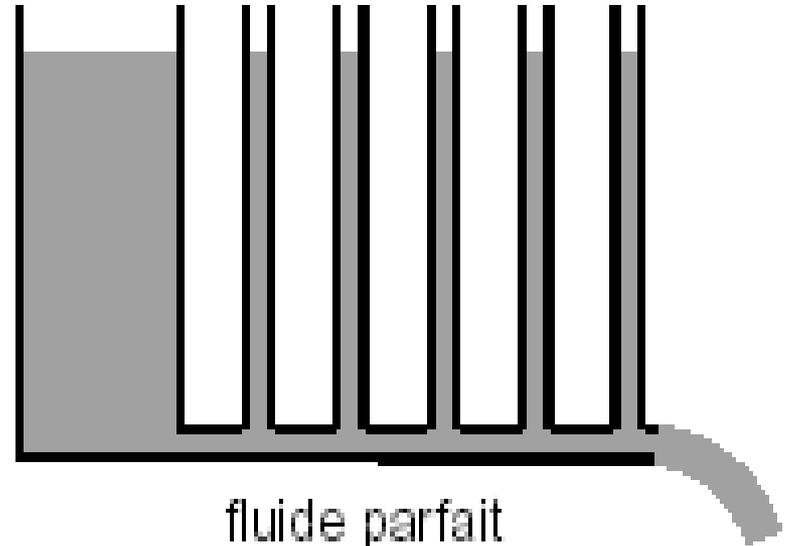
un fluide s'écoule dans une conduite horizontale de section constante avec un débit déterminé, à l'aide d'un robinet par exemple.

Des colonnes verticales placées régulièrement sur la conduite repèrent les pressions à différentes abscisses.

1- Si le liquide était parfait, on observerait une hauteur de liquide constante dans les colonnes manométriques comme pour un fluide au repos en accord avec le théorème de Bernouilli.

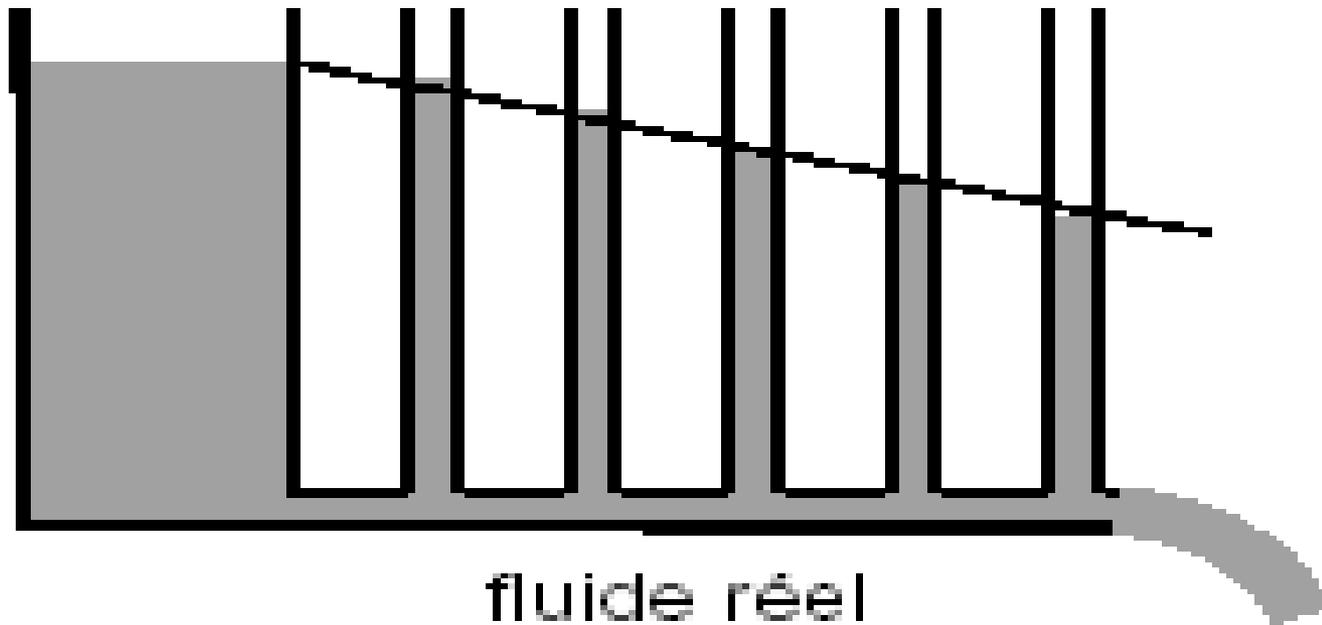


fluide au repos



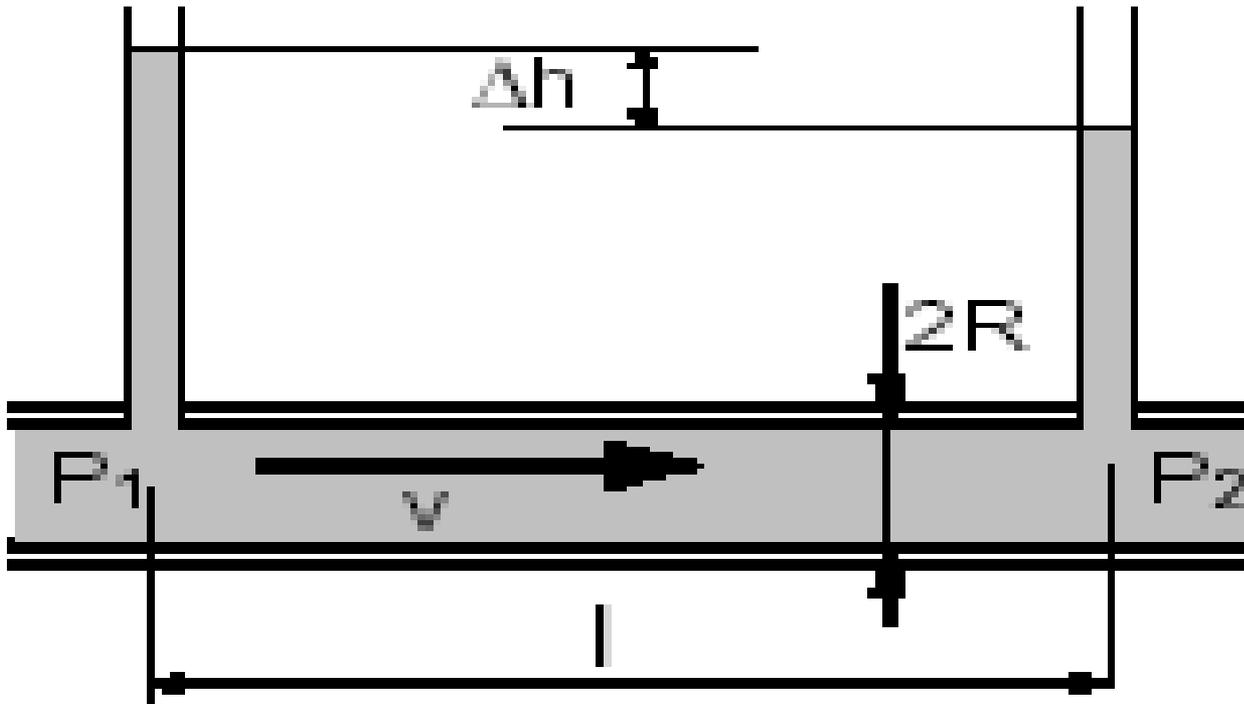
fluide parfait

2- Pour un liquide réel, on observe une diminution régulière de la pression tout au long de la conduite. On a alors une chute de pression.



- **Loi de Poiseuille :**

Soit un **écoulement laminaire**, dans une conduite cylindrique horizontale.



- On montre que le débit d'un fluide est donné par :

$$Q = \pi R^4 \frac{\Delta P}{8 \eta \ell}$$

C'est la loi de Poiseuille

Q : débit en m^3/s et $\Delta P = P_1 - P_2$ en Pa

ℓ : longueur de la conduite en m

R : rayon intérieur de la conduite en m

η : viscosité du fluide en Pa.s

- On voit qu'une viscosité importante conduit à un débit faible. Alors qu'une faible variation du rayon des vaisseaux entraîne une forte variation du débit.

Exemple :

Quand le rayon d'un vaisseau sanguin augmente de 19% (R devient $1.19 R$), le débit du sang est multiplié par 2.

3- Dissipation de l'énergie :

- La résultante des forces appliquées à une tranche de fluide dans un tube de section constante est égale à :

$$F = (F_1 - F_2) = (P_1 - P_2) A$$

où P_1 est la pression à l'entrée du tube, P_2 est la pression à la sortie et A la section du tube.

- La puissance moyenne nécessaire pour maintenir le régime permanent de l'écoulement est :

$$\mathcal{P} = F v_{\text{moy}} = (P_1 - P_2) A v_{\text{moy}}$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{P} = (P_1 - P_2) Q$$

Si l'écoulement se fait dans un tube cylindrique: $A = \pi R^2$

Alors :

$$\mathcal{P} = (P_1 - P_2) v_{\text{moy}} \pi R^2$$

4 - NOMBRE DE REYNOLDS :

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de 2 régimes d'écoulement : laminaire et turbulent

- En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le rayon de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement était laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds et il est donné par :

$$N_R = \frac{2\rho v_{moy} R}{\eta}$$

ρ est la masse volumique du fluide, v_{moy} sa vitesse et η sa viscosité. R est le rayon de la canalisation.

- L'expérience montre que :
 - Si $N_R < 2000$: l'écoulement est **laminaire**.
 - Si $2000 < N_R < 3000$: l'écoulement est **intermédiaire**.
 - Si $N_R > 3000$: l'écoulement est **turbulent**.

Ces valeurs doivent être prises comme des ordres de grandeur.

Le passage d'un régime à un autre se fait de manière progressive.

Remarques :

- **a-** Le type d'écoulement est déterminé par une combinaison particulière de variables. Par exemple, la nature de l'écoulement ne changera pas si on double le rayon du tube tout en diminuant de moitié la vitesse du fluide.
- **b-** Dans l'écoulement turbulent, l'énergie est dissipée sous forme sonore (bruit) ou de chaleur.
- **c-** On parle de chute de pression ou encore de pertes de charge.

5- Résistance à l'écoulement :

La résistance à l'écoulement R_f (laminaire ou non) appelée en physiologie la résistance vasculaire est définie par le rapport de la perte de charge ΔP au débit Q :

$$R_f = \frac{\Delta P}{Q}$$

Dans le cas d'un écoulement laminaire dans un tube de rayon R et de longueur l , on a :

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta l} \Leftrightarrow \frac{\Delta P}{Q} = R_f = \frac{8 \eta l}{\pi R^4}$$