Corrigé de la série n°4 Travail et énergie

1/ Fait en cours et disponible sur internet (chap.4)

2/

$W = N m g h$: Ce travail va servir à brûler une masse M de graisse.

Or $E_{\text{méc}} = 0.2 E$ où $E = 3.8 \cdot 10^6 \text{ J par kg}$

$M = W / E_{\text{méc}}$ **A.N.** : $M = 6.3 \text{ g}$

3/ $E_P = - \int F(x) dx = \int Kx dx = \frac{1}{2} Kx^2 + \text{Cte}$

L'énergie potentielle étant nulle pour $x = 0$ (la position d'équilibre): la constante est alors nulle. Il reste :

$$E_P = \frac{1}{2} K A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

L'énergie cinétique est $E_C = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$, Or $\omega^2 = \frac{K}{m}$ d'où :

$$E_C = \frac{1}{2} K A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

L'énergie mécanique - $E_m = E_C + E_P = \frac{1}{2} K A^2 > 0$

L'énergie mécanique est bien conservative.

Application: $E_P = \frac{1}{2} K x^2$ **AN** : $E_P = \frac{1}{2} (800 \times 0,5^2) = 100 \text{ J}$

4/ La force électrostatique est donnée par :

$$\vec{F} = m \vec{a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-e^2}{r^2} \frac{\vec{OM}}{|\vec{OM}|}$$

Comme le mouvement est circulaire uniforme, alors $\vec{a} = \frac{-V^2}{r} \frac{\vec{OM}}{|\vec{OM}|}$

a- L'énergie cinétique E_c est donnée par $E_c = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$

b- L'énergie potentielle est donnée par $E_P = - \int F(r) dr = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} dr = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \text{Cte}$

L'énergie potentielle étant nulle à l'infini: $E_P = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$

c- $E_m = E_c + E_P = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$: L'énergie mécanique est négative. Elle est bien conservative sur cette orbite circulaire de rayon r .

5/

a- La masse de l'air est donnée par : $m = \rho V = \rho S x = \rho \pi r^2 V t$

S est la section d'une pale. t est le temps durant lequel le vent traverse la pale à la vitesse V.

$$\mathbf{b-} E_C = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \rho S^2 V^3 t$$

c- L'énergie électrique obtenue est $E = 0,3 E_C$ et la puissance électrique produite vaut :

$$\mathcal{P} = \frac{E}{t} = 0,3 \frac{1}{2} \rho \pi S^2 V^3$$

On remarque que $\mathcal{P}$ dépend fortement de la vitesse du vent.

AN : $\mathcal{P} = 5400 \text{ W}$ C'est une puissance suffisante pour 3 à 4 habitations moyennes.

6/ On choisira le bas de la colline comme référence.

$$\mathbf{a-} mgH = \frac{1}{2} mV^2 \Leftrightarrow V = \sqrt{2gH} \quad \mathbf{AN:} V = 19,8 \text{ m/s}$$

$$\mathbf{b-} \frac{1}{2} mV^2 = mgH + W_d \Leftrightarrow W_d = \frac{1}{2} mV^2 - mgH \quad \mathbf{AN:} W_d = -7300 \text{ J}$$

c- Puisque le terrain est plat, il n'y a pas de variation d'énergie potentielle. Toute l'énergie cinétique de la skieuse doit être dissipée.

La réaction normale n est égale et opposée au poids. En conséquence le travail total se réduit à celui de la force de frottement cinétique f_c :

$$W_{f_c} = -\mu_C mg d$$

Comme la vitesse finale est nulle, on a : $0 - \frac{1}{2} mV^2 = -\mu_C mg d$

A.N.: Si $V = 19,8 \text{ m/s}$, $d = 8 \text{ m}$
Si $V = 10,0 \text{ m/s}$, $d = 2 \text{ m}$

7/ Le travail total pour vaincre la force de pesanteur est $W = N Mg h$

N est le nombre de fois qu'il faut soulever le poids de masse M d'une hauteur h.

Comme un kg de graisse fournit une énergie de $3,8 \cdot 10^7 \text{ J}$ et que cette dernière est convertie en énergie mécanique avec un rendement de 20 %, alors :

Pour une masse m de graisse : $E = 0,2 m \cdot 3,8 \cdot 10^7 \text{ J}$.

Or $E = W \Leftrightarrow N = 0,2 m \cdot 3,8 \cdot 10^7 / Mg h \quad \mathbf{AN :} N = 5428$

8/

Compléments du cours :

Considérons une roue de rayon r tournant autour d'un axe Δ fixe.

Quand la roue tourne d'un angle θ , un point de la jante effectue un déplacement valant $r d\theta$.

Une force F agissant tangentiellement à la roue au cours de déplacement effectuera un

travail $dW = F r d\theta$ et la puissance est donnée par $\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = F r \omega$

Quant à l'énergie cinétique d'un objet de masse m en mouvement de rotation, elle est

donnée par: $E_C = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$

Résolution de l'exercice 8 : Prenons comme hauteur de référence pour E_P la surface de l'eau.

Au sommet E_C est nulle.

$$E_C \text{ totale} = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I \frac{V^2}{r^2}$$

Comme l'énergie mécanique est conservée : $\frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I \frac{V^2}{r^2} = mg h$ ou encore :

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I}{mr^2}}}$$

AN : $V = 12,5 \text{ m/s}$

Remarque : Si le sceau n'était pas relié au treuil, il aurait acquis une vitesse plus grande.

9/ Par analogie avec l'ex. 13 de la série n°2, on a :

$$a = 2\Delta x \frac{g(-m_1 \sin 37 + m_2)}{m_1 + m_2} = cte$$

On utilisera aussi $V_f^2 - V_i^2 = 2a \Delta x$

$$V_f = V_A = V_B = 1.51 \text{ m/s}$$

10/ Donnée manquante : $k = 800 \text{ N/m}$

a) On a $\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m V^2$

$$V = 0.8 \text{ m/s}$$

b) $\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m V^2 = mg h = mg d \sin 25$

$$d = 7.7 \text{ cm}$$

11/

a) On a : $\frac{1}{2} k x^2 = mg h$

A.N.: $k = 69688 \text{ N/m}$

b) $a_{\max} = x_{\max} \omega^2$ (vue en cours)

A.N.: $a_{\max} = 52266 \text{ m/s}^2$

12/ $P = M_{\text{tot}} g h / t$

A.N. : $P = 41 \text{ kW} = 55.6 \text{ hp}$

13/ On a la puissance = $W / t = m g h / t$

D'où $m/t = \text{puissance} / g h = 50\,000\,000 / (9.8 \times 75) = 68027 \text{ Kg/s}$

Or $1\,000 \text{ Kg}$ d'eau est équivalente à $1\,000 \text{ l} = 1 \text{ m}^3$. D'où le débit $Q = 68 \text{ m}^3/\text{s}$