Corrigé de la série n°6
Mécanique des fluides visqueux

I/

$$a- Q = Av_{moy} \Leftrightarrow v_{moy} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2}$$

$$A.N. : v_{moy} = \frac{0.01}{\pi 410^{-4}} = 7.96 \text{ m/s}$$

$$b- \text{Le nombre de Reynolds est donné par : } N_R = \frac{2R \rho v_{moy}}{\eta}$$

A.N. : $N_R = 316815 > 3000$: l'écoulement est turbulent.

$$II/ \text{ L'écoulement est laminaire si } N_R \leq 2000 \Leftrightarrow \frac{2R \rho v_{moy}}{\eta} \leq 2000 \Leftrightarrow v_{moy} \leq 2000 \frac{\eta}{2R \rho}$$

$$A.N. : v_{moy} \leq 0.98 \text{ m/s}$$

$$\text{Le débit est } Q = Av_{moy} = \pi r^2 v_{moy}$$

$$A.N. : Q = 123 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s}$$

III/

$$a- Q = Av_{moy} \Leftrightarrow v_{moy} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2}$$

$$A.N. : v_{moy} = \frac{0.001}{\pi 16 \cdot 10^{-6}} = 1.99 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$b- \Delta P = \frac{8v_{moy} \eta \ell}{R^2} \text{ (loi de Poiseuille)}$$

$$A.N. : \Delta P = 2.1 \text{ Pa}$$

$$c- \text{la puissance est donnée par } \mathcal{P} = \Delta P v_{moy} \pi R^2$$

$$A.N. : \mathcal{P} = 2.1 \mu\text{W}$$

La puissance nécessaire pour pomper le sang à travers cette artère est très faible devant le métabolisme (qui est de 10 W)

IV- On a 3 forces :

Le poids, la poussée d'Archimède et la force de frottement visqueux.

Pour avoir une vitesse limite, il faut que la somme vectorielle des 3 forces soit nulle.

D'où après projection sur un axe descendant:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{acier} g = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{air} g + 6\pi R \eta_{air} v_{lim}$$

A.N. : $v_{lim} \approx 10^6 \text{ m/s}$. Ce résultat n'a aucune signification physique car la vitesse de la boule est une vitesse relativiste ($\approx \frac{1}{100} c$).

On travaillera alors en régime turbulent où la force de frottement visqueux est donnée par :

$$F = \frac{1}{2} A \pi R^2 \rho_{air} v^2$$

$$\text{Dans ce cas, on obtient : } v_{lim} = \sqrt{\frac{8Rg}{3A\rho_{air}}}$$

$$A.N. : v_{lim} \approx 267 \text{ m/s}$$

VI/ Loi de Poiseuille $\Delta P = \frac{8v_{moy} \eta \ell}{R^2} \Leftrightarrow v_{moy} = \frac{\Delta P R^2}{8 \eta \ell}$

A.N. : $v_{moy} = 1.83 \text{ m/s}$

VII/ Pour un écoulement laminaire, la résistance à l'écoulement est donnée par : $R_f = \frac{8 \eta \ell}{\pi R^4}$

A.N. : $R_f = 37162 \text{ Pa.s / m}^3$

On a $R_f = \frac{\Delta P}{Q} \Leftrightarrow \Delta P = R_f Q$

A.N.: $\Delta P = 3.72 \text{ Pa}$

Cette valeur est très faible par comparaison à la perte de charge totale du système cardiovasculaire qui est de l'ordre de 13.3 kPa. La majeure partie des résistances vasculaires et des pertes de charge se produit dans les artères de petit calibre (artères terminales, capillaires ...)

VIII/

1- $Q = Av_{moy} = \pi r^2 v_{moy}$

A.N. : $Q = 2.53 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s}$

2- $N_R = \frac{2R \rho v_{moy}}{\eta}$

A.N. : $N_R = 3418$

$N_R > 3000$: l'écoulement est turbulent

3- $\Delta P = \frac{8v_{moy} \eta \ell}{R^2}$

A.N. : $\Delta P = 344 \text{ Pa}$