CHAPITRE 3
MOUVEMENTS PARTICULIERS
A- Mouvement circulaire
B- Mouvement oscillatoire

Pr. M. ABD-LEFDIL
Université Mohammed V- Agdal
Département de Physique
Année universitaire 05-06
SVI-STU

A- MOUVEMENT CIRCULAIRE

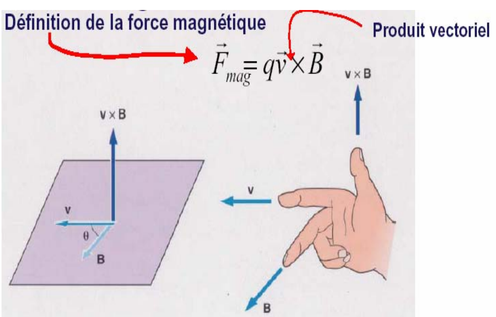
- C'est un mouvement plan dont la trajectoire est un cercle.
- Le module du vecteur position est constant et il est égal au rayon r du cercle.
- Même à vitesse constante, l'accélération est non nulle car le vecteur vitesse change de direction.
- La force nécessaire pour produire cette accélération sera donnée par la 2 ème loi de Newton.

Exemples de mouvements circulaires

- La force de gravitation exercée par la terre sur le satellite est responsable du mouvement circulaire du satellite.
- Le mouvement circulaire d'un électron autour du noyau est due à la force électrostatique de Coulomb.
- Le mouvement d'un ion dans un spectrographe de masse est due à la force magnétique de Laplace.
- L'arc de cercle décrit par un véhicule dans un virage est due la résultante des forces de frottements des roues sur la chaussée.

- **La force électrostatique $F_{électr}$ entre deux charges q_1 et q_2 séparées par une distance r_{12} est donnée par:**

$$F_{électr} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{{r_{12}}^2}$$



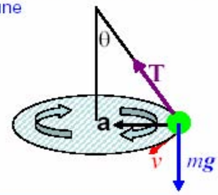
$$F_{mag} = \left|\vec{\mathbf{F}}_{mag}\right| = q\left|\vec{\mathbf{v}}\right|\left|\vec{\mathbf{B}}\right|\sin\theta = qvB\sin\theta$$

VOITURE DANS UN VIRAGE

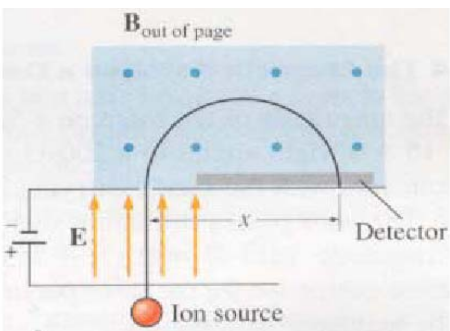
L'accélération centripéte est due à la force de fottement entre les pneus et la chaussée.

PENDULE CONIQUE

Un pendule conique est composé d'un fil auquel est attaché une boule de masse m. Il décrit une trajectoire circulaire.



a est le vecteur accélération.



I- Mouvement circulaire uniforme

- **Accélération centripète (ou radiale) :**
- Tout Objet en mouvement sur un cercle à vitesse constante a toujours une accélération instantanée, qu'on appelle accélération centripète et qui pointe vers le centre du cercle.
- Le vecteur position et le vecteur vitesse changent tous les 2 de direction tout en gardant un module constant.
- Lorsqu'on effectue une rotation complète, ces 2 vecteurs effectuent une rotation de 2π et tournent au même rythme. Par conséquent leurs taux de variations seront égaux.

A partir de la géométrie des 2 figures
(triangles semblables)

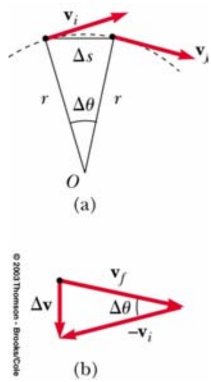
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

Or

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \textbf{Et} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

D'où

$$a = \frac{v^2}{r}$$



$$\vec{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} = r\cos\theta\,\vec{i} + r\sin\theta\,\vec{j}$$

ou encore

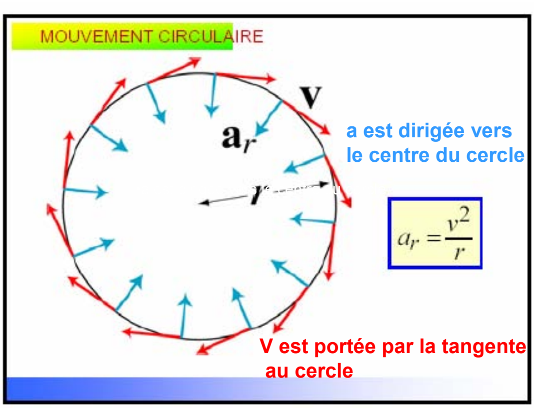
$$\vec{OM} = r\,\vec{e}_r$$

$$\vec{V} = \frac{d\,\vec{OM}}{dt} = r\dot{\theta}\left[-\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}\right] \quad \text{et} \quad \left\|\vec{V}\right\| = r\dot{\theta} = r\omega$$

$$\vec{a} = \frac{d\,\vec{V}}{dt} = -r\dot{\theta}^2\left[\cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}\right] = -r\dot{\theta}^2\,\vec{e}_r = -\dot{\theta}^2\,\vec{OM}$$

$$et \quad \left\|\vec{a}\right\| = r\dot{\theta}^2 = r\omega^2 = \frac{V^2}{r}$$

On voit que l'accélération est dirigée vers le point O: elle est opposée au vecteur position

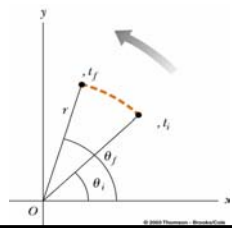


- **Vitesse angulaire ω:**

Elle est définie par le taux de variation de l'angle θ par rapport au temps.

Si l'angle θ varie de $\Delta\theta$ ($\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$) entre t_i et t_f ($t_f - t_i = \Delta t$), alors la vitesse angulaire moyenne sera donnée par :

$$\omega_{moy} = \frac{\theta_f - \theta_i}{\Delta t}$$



•Quant à la vitesse angulaire instantanée, elle est donnée par :

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_{moy} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

La vitesse angulaire est une grandeur vectorielle : $\vec{\omega}$ est portée par l'axe de rotation Δ. Son sens dépend de celui de la rotation.

- **Le vecteur vitesse $\vec{V}$ est lié au vecteur vitesse de rotation $\vec{\omega}$ par la relation :**

$$\vec{V} = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$$

Où $\vec{OM}$ est le vecteur position.

En module : $V = r\omega$

Et $a = \dfrac{V^2}{r} = r\omega^2$

Force centrifuge

- Chaque fois qu'un objet décrit un mouvement circulaire et qu'il reste sur sa trajectoire, il sera soumis à la fois à :
  - La force centripète (ou radiale) $\vec{F}_r$ est parallèle à $\vec{a}$,
  - La force centrifuge $\vec{F}_c$ est opposée à $\vec{a}$.

$$F_c = F_r = m\,\omega^2\,r$$

- Suivant le repère par rapport auquel on se positionne, l'une des 2 forces est réelle l'autre est virtuelle

Exemple :

Lorsqu'on est dans un bus qui prend un virage, on sent la force centrifuge car on est éjecté vers le sens extérieur du virage.

Par contre, pour quelqu'un se trouvant en dehors du bus, il voit ce dernier effectuer un arc de cercle. La force centripète est alors réelle.

III- Centrifugation

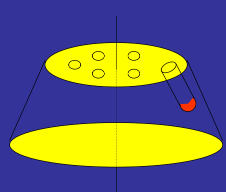
- C'est une des applications les plus intéressantes de la force centrifuge.
- Sous l'effet du poids effectif, une particule peut se sédimenter au fond d'un tube à condition que sa masse volumique soit supérieure à celle du liquide où elle se trouve.
- Rappelons que $P_{eff.}$ est inférieure à mg.

- Si on incline le tube à la position horizontale, et qu'on le fasse tourner, les particules présentes dans le liquide vont subir la force centrifuge et se dirigeront au fond du tube: c'est la sédimentation sous l'effet de F_c.
- Cette force peut être 10^6 fois plus grande que $P_{eff.}$ .Elle dépend principalement de la vitesse de rotation.

C'est le principe physique de la centrifugeuse.

Schéma d'une centrifugeuse

- Un tube placé dans une centrifugeuse.



- **Les centrifugeuses sont utilisées dans plusieurs domaines :**

a- l'isolement des globules rouges du sérum,

b- la séparation des précipités ou de bactéries,

c- la séparation des matières grasses (le beurre du lait par exemple)

d- la sédimentation des molécules protéiques.

e- Si la solution contient plusieurs types de particules, elles seront identifier grâce à leurs vitesses de sédimentation qui dépend de leur masse. Ainsi, on pourra identifier les différentes composantes du mélange (solutions biologiques...).

III- Mouvement circulaire non uniforme

- C'est un mouvement dont la trajectoire est un cercle (ou un arc de cercle), mais le module du vecteur vitesse n'est pas constant. ($dV/dt \neq 0$)
- Il apparaîtra alors une 2 ème accélération appelée accélération tangentielle a_t: $a_t = dV/dt$

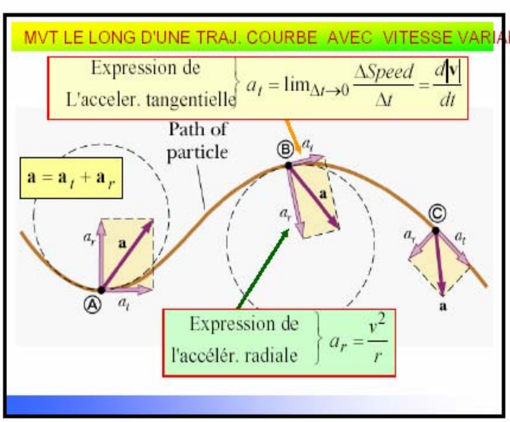
Le vecteur accélération du mouvement sera donné par :

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$$

Où $a_r = V^2/r$

et $a_t = dV/dt = r\, d\omega/dt = r\, \alpha$

$\alpha = d\omega/dt$ est appelée accélération angulaire.



Analogies entre les mouvements rectiligne et angulaire

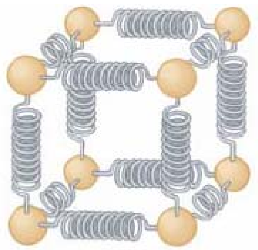
Mouvement de rotation	Mouvement rectiligne
$\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$\Delta x = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$v = v_0 + at$
$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$	$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

B- MOUVEMENT OSCILLATOIRE

Bien que la nature physique de systèmes oscillants varie, les mêmes équations mathématiques décrivent leurs faibles oscillations autour de la position d'équilibre.

Exemple de mouvements oscillants

- Mouvement du balancier d'une horloge,
- Mouvement des atomes dans un solide,
- Production de sons par les cordes vocales humaines,
- Courant alternatif (électricité),
- Ondes émises par un téléphone cellulaire



c'est une façon schématique de représnter les liaisons chimiques dans un matériau. les atomes sont liés entre eux par des ressorts et qui oscillent autour de leur position d'équilibre.

I/ Mouvement harmonique simple :

- Il est caractérisé par :

  - l'amplitude qui est la valeur maximale du déplacement par rapport à la position d'équilibre ;

  - la période qui est le temps nécessaire pour faire un aller-retour (une oscillation complète).

Equation du mouvement harmonique

- **Le mouvement est dit harmonique si :**

$$\vec{a} = - \omega^2 \vec{OM}$$

$$\Leftrightarrow \quad d^2(\vec{OM})/dt^2 + \omega^2 \vec{OM} = \vec{0}$$

- ω est lié à la période T par : $T = 2\pi/\omega$

- Quant à la fréquence f, elle est donnée par le nombre d'oscillations par seconde.

f= 1/T et f est en Hz.

Si l'onde a une vitesse V, la longueur d'onde λ est donnée par λ = V T

Loi de Hooke

F = - k x

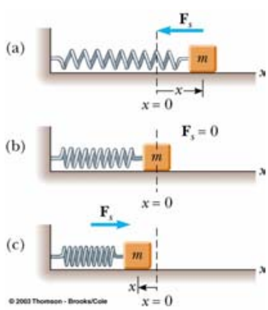
F est la force de rappel
k est la constante du ressort ou raideur du ressort
Une faible k indique que le ressort est mou.
x est le déplacement de l'objet à partir de la position d'équilibre. x est en valeur algébrique
Le signe négative indique que la force est toujours de sens opposé au déplacement (force de rappel)

Loi de Hooke appliquée au système masse – ressort

Quand x est positif $\longrightarrow$,
F est négative $\longleftarrow$;

A l'équilibre (x=0), F = 0 ;

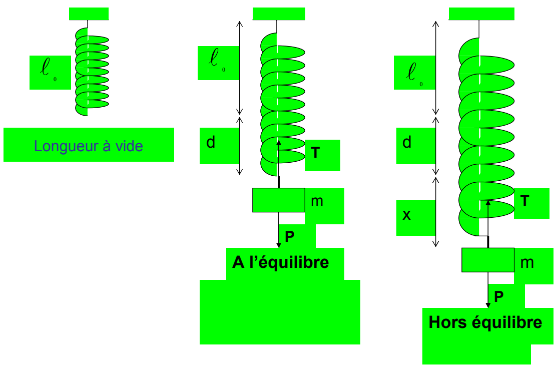
Quand x est négatif $\longleftarrow$,
F est positive $\longrightarrow$;



Dans le cas d'un mouvement harmonique simple (à 1 dimension) :

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0$$

- **Cas d'un ressort vertical**



- A l'équilibre :

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$$

$$m\,g - k\,(\ell_0 + d) = 0$$

- Hors équilibre on a :

$$\vec{P} + \vec{T} = m\,\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \quad mg - k(\ell_0 + d + x) = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow \quad -k\,x = m\,\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\,x = 0$$

Posons :

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

D'où

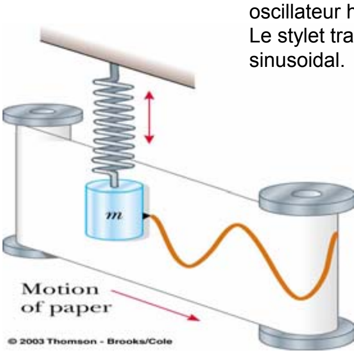
$$\ddot{x} + \omega^2\,x = 0$$

Résolution de l'équation

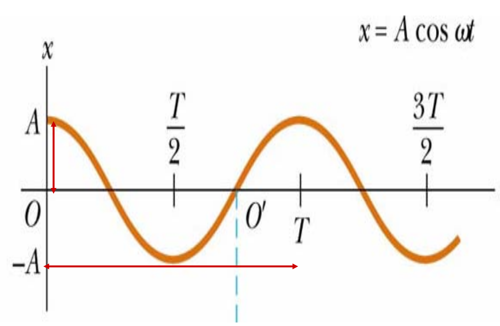
- Le solution d'une telle équation est donnée par : $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$

A est l'amplitude : c'est la valeur maximale de x. φ est la phase

A et φ dépendent des conditions initiales.
Quant à la vitesse, elle est donnée par :
$V = dx/dt = - A \omega \sin(\omega t + \varphi)$



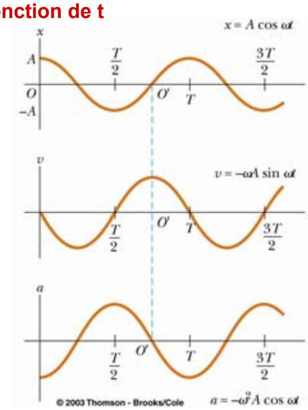
Cette expérience montre la nature sinusoidale d'un oscillateur harmonique simple. Le stylet trace le mouvement sinusoidal.

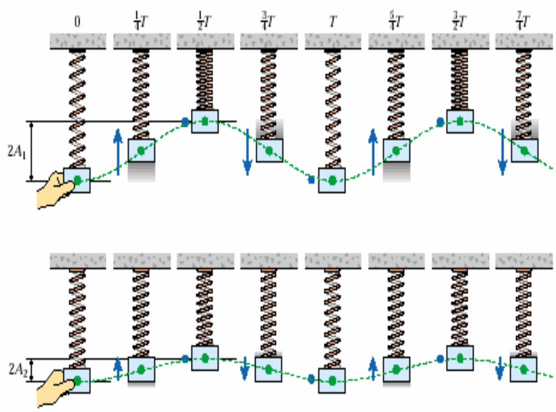


Vitesse et Accélération en fonction de t

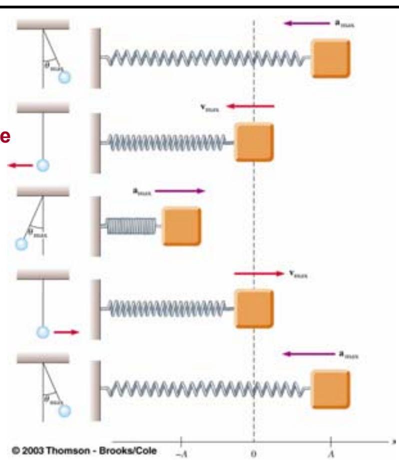
Vitesse en quadrature de phase avec x (phase = 90°): max/min 0 (et vice versa).

Accélération en opposition de phase avec x (phase=180° i.e. a et x ont des signes opposés: ***a = F/m = - (k/m) x***





Pendule simple comparé au système Masse-Ressort



II/ Mouvement oscillatoire amorti :

- Le mouvement harmonique simple est un cas idéal. En effet, les forces de frottement interviennent pour amortir les oscillations.
- Ainsi, l'amplitude des oscillations baisse plus ou moins rapidement jusqu'à zéro, sauf si on applique une force pour compenser les pertes causées par les frottements.

Ces forces de frottements (dissipatives) sont généralement proportionnelles à la vitesse :

$$\vec{F}_d = -\lambda \vec{V}$$

où λ est la constante (le coefficient) d'amortissement.

A une dimension :

La 2ème loi de Newton devient :

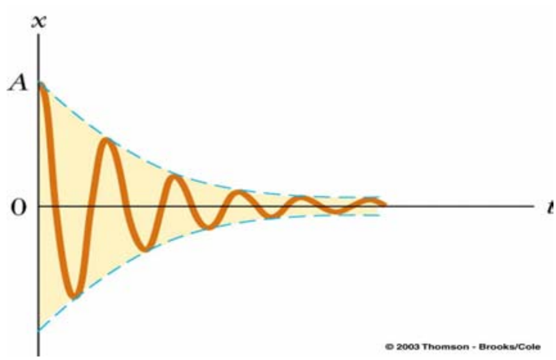
$$-k\,x - \lambda\,\dot{x} = m\,\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + (\lambda/m)\,\dot{x} + (k/m)\,x = 0$$

Posons $\omega^2 = K/m$ et $\lambda/m = 2\,\alpha\,\omega$

C'est une équation différentielle du 2ème ordre linéaire et à coefficient constants.

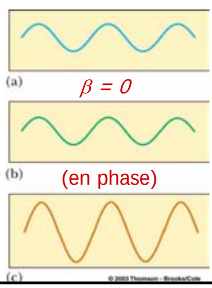
Pour $\alpha < 1$(amortissement faible), on obtient un régime pseudopériodique

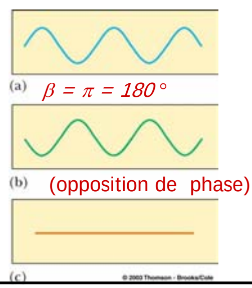


Interférence de deux ondes en mouvement

Considerons deux ondes, a et b, ayant la même fréquence et en mouvement dans la même direction:

$$y(x,t) = A_a \cos k(x-vt) + A_b \cos k(x-vt+\beta)$$
$$= A_c \cos k(x-vt+g)$$





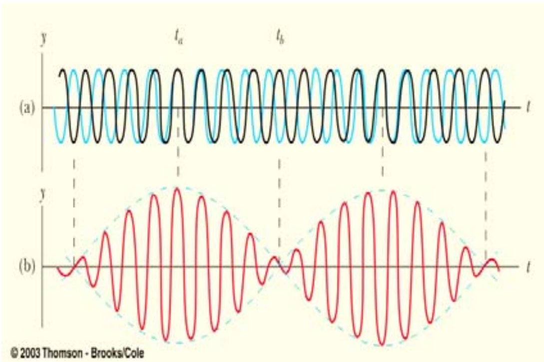
2)Phénomène de battement

C'est le cas de deux vibrations de même direction, de même amplitude mais de fréquence peu différentes.

$$x_1 = A \sin \omega_1 t \quad \text{et} \quad x_2(t) = A \sin \omega_2 t$$

On obtient comme résultante une courbe d'oscillations dont l'amplitude oscille régulièrement. Cette courbe est appelée courbe de battements.

La fréquence des battements = différence des fréquences des vibrations constitutives.



y
t_a
t_b
(a)
t
y
(b)
t
© 2003 Thomson - Brooks/Cole