

CHAPITRE 6 MECANIQUE DES FLUIDES VISQUEUX

Pr. M. ABD-LEFDIL
Université Mohammed V- Agdal
Département de Physique
Année universitaire 05-06
SVI-STU

Rappels et compléments :

- Un fluide est un milieu matériel continu, déformable et qui peut s'écouler. C'est ce qu'on appelle un état sans cohésion (revoir le chapitre 5).

• Observations expérimentales :

- 1- L'eau, l'huile et le miel coulent différemment: l'eau coule vite mais avec des tourbillons. Alors que le miel coule lentement mais de façon régulière.
- 2- La pression d'un fluide réel diminue tout au long d'un conduit dans lequel il s'écoule, même s'il est horizontal et de section uniforme.
- 3- Chute d'une bille dans un fluide (voir TD n°6)

• **Conclusions :**

Dans un fluide réel, les forces de contact ne sont pas perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent.

Les frottements qui s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres sont à l'origine de la viscosité.

Chaque fluide a sa viscosité.

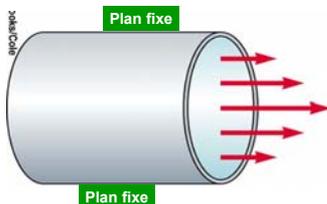
I- VISCOSITE

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules du fluide et des forces d'interactions entre les molécules de fluide et celles de la paroi, les molécules du fluide ne s'écoulent pas à la même vitesse.

On dit qu'on a un profil de vitesses.

La vitesse de chaque couche est fonction de la distance z de cette couche au plan fixe : $v = v(z)$

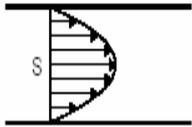
Dans la suite, on prendra une vitesse moyenne de ces différentes couches.



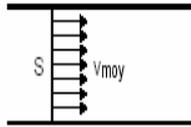
- L'expérience montre aussi que la vitesse moyenne v du fluide dans le tube est égale à la moitié de la vitesse maximale. L'équation de continuité peut s'écrire alors :

$$Q = A v_{\text{moy}} = \frac{1}{2} A v_{\text{max}}$$

Cas réel



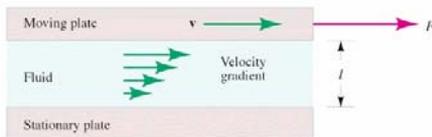
Approximation



Définition de la viscosité

- Considérons 2 couches de fluide (qui se touchent) et distantes de Δz .
La force F qui s'exerce à la surface de séparation de ces 2 couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre.
- F est proportionnelle à :
 - la différence de vitesse des couches soit ΔV ,
 - la surface de la section A (ou S)
 - inversement proportionnelle à Δz .
- Le coefficient de proportionnalité noté η est appelé viscosité du fluide.

$$F = \eta \frac{A \Delta V}{\Delta z}$$



$\Delta V = V$ (couche supérieure) - V (couche inférieure)
Si V (couche inférieure) = 0 : $\Delta V = V$

$$\Delta Z = \ell$$

$$F = \eta \frac{A V}{\ell}$$

Dans le système international, la viscosité s'exprime en Poiseuille (PI).

$$1 \text{ PI} = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Pour les liquides η baisse quand la température augmente.

- η (eau à 100°C) = $0.284 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$,
 η (eau à 37°C) = $0.6947 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- η (sang à 37°C) = $2.084 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$,
 η (sang à 20°C) = $3.015 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- η (air à 20°C) = $1.730 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Vol d'hélicoptère



3^{ème} loi de Newton : $\vec{F}_{air} = -\vec{F}_{hélicoptère}$

Les pâles de l'hélicoptère poussent l'air vers le bas. En appliquant la 3^{ème} loi de Newton, il y a création d'une force de réaction qui pousse l'avion vers le haut.

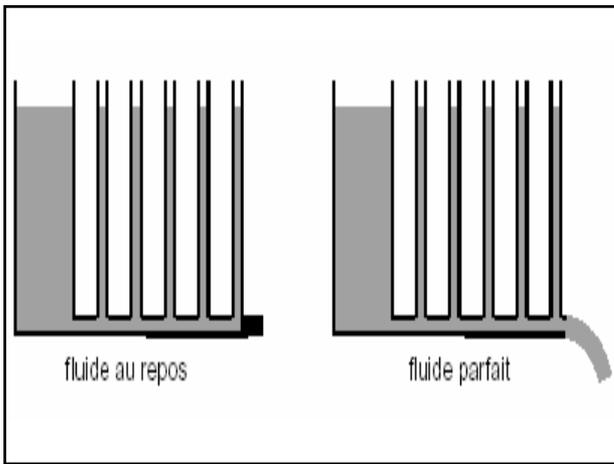
II - LOI DE POISEUILLE

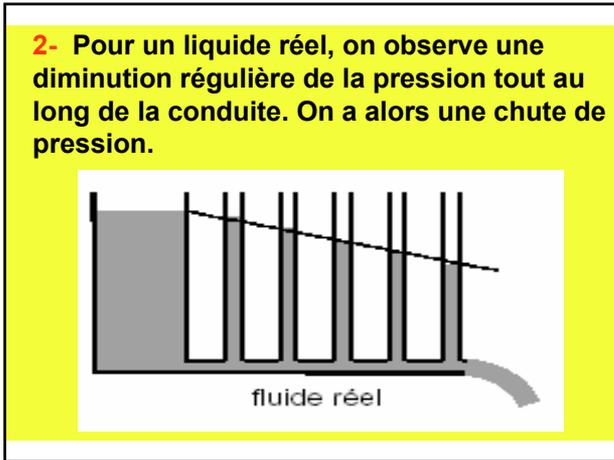
• Ecoulement d'un liquide dans une conduite horizontale :

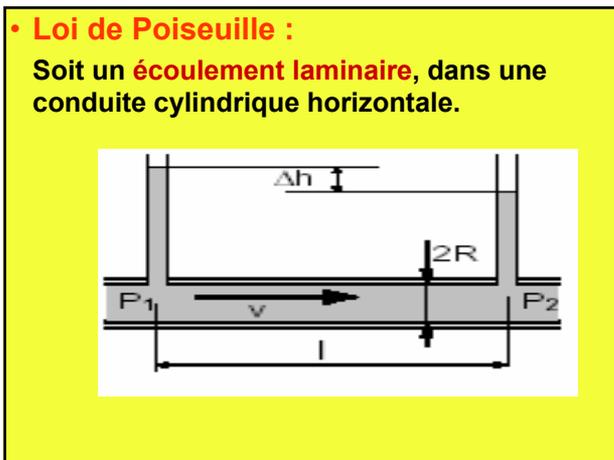
un fluide s'écoule dans une conduite horizontale de section constante avec un débit déterminé, à l'aide d'un robinet par exemple.

Des colonnes verticales placées régulièrement sur la conduite repèrent les pressions à différentes abscisses.

1- Si le liquide était parfait, on observerait une hauteur de liquide constante dans les colonnes manométriques comme pour un fluide au repos en accord avec le théorème de Bernouilli.







- On montre que le débit d'un fluide est donné par :

$$Q = \pi R^4 \frac{\Delta P}{8 \eta \ell}$$

C'est la loi de Poiseuille

Q : débit en m³/s et $\Delta P = P_1 - P_2$ en Pa

ℓ : longueur de la conduite en m

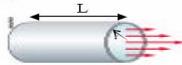
R : rayon intérieur de la conduite en m

η : viscosité du fluide en Pa.s

Poiseuille's Law

- Viscosity in general:

$$F = \eta A_r \frac{dv}{dr}$$



- For flow in a tube at a constant velocity

$$F_{\text{applied}} = F_{\text{resisted}}, \quad F_{\text{applied}} = \Delta P * A_{\perp}$$

$$\Delta P * \pi r^2 = \eta (2\pi r L) \frac{dv}{dr}$$

- This is a differential equation that leads to:

$$v(r) = [\Delta P / 4\eta L] * r^2$$

- But volume flow rate $Q = \Delta V / \Delta t$, so $dQ = v * dA$ which can be integrated to give:

$$Q = \pi(\Delta P)R^4 / (8\eta L)$$

- On voit qu'une viscosité importante conduit à un débit faible. Alors qu'une faible variation du rayon des vaisseaux entraîne une forte variation du débit.

Exemple :

Quand le rayon d'un vaisseau sanguin augmente de 19% (R devient 1.19 R), le débit du sang est multiplié par 2.

III- Dissipation de l'énergie :

- La résultante des forces appliquées à une tranche de fluide dans un tube de section constante est égale à :

$$F = (F_1 - F_2) = (P_1 - P_2) A$$

où P_1 est la pression à l'entrée du tube, P_2 est la pression à la sortie et A la section du tube.

- La puissance moyenne nécessaire pour maintenir le régime permanent de l'écoulement est :

$$P = F v_{\text{moy}} = (P_1 - P_2) A v_{\text{moy}}$$

$$\Leftrightarrow P = (P_1 - P_2) Q$$

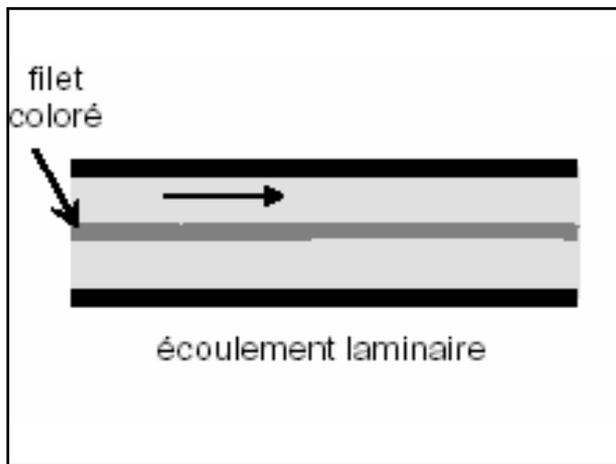
Si l'écoulement se fait dans un tube cylindrique: $A = \pi R^2$

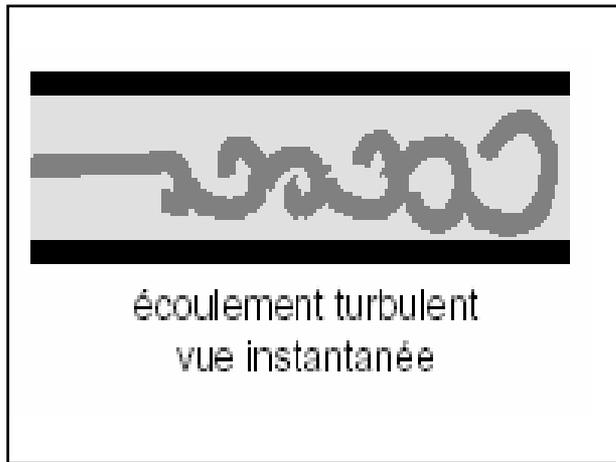
Alors :

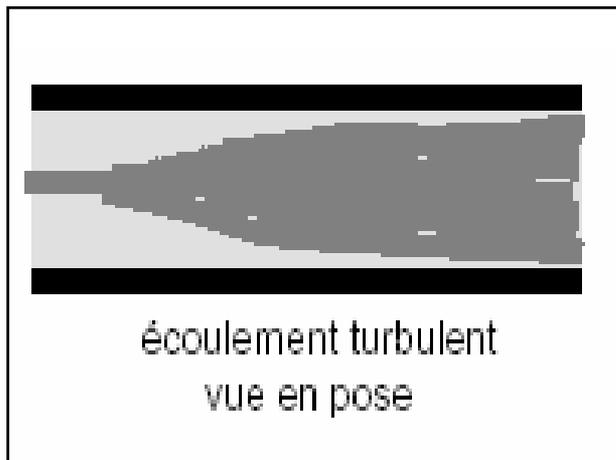
$$P = (P_1 - P_2) v_{\text{moy}} \pi R^2$$

IV - NOMBRE DE REYNOLDS :

les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré ont montré l'existence de 2 régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.

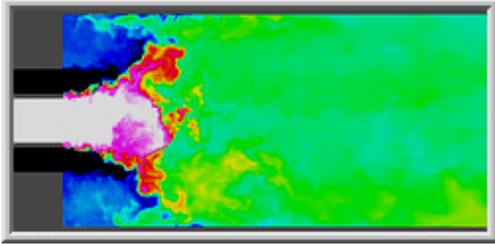






Turbulence

- Éléments de fluide bougent suivant des trajectoires irrégulières.
- Pour de grandes vitesses (canalisations de faibles rayons)



- En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le rayon de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement était laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds et il est donné par :

$$N_R = \frac{2\rho v_{\text{moy}} R}{\eta}$$

ρ est la masse volumique du fluide, v_{moy} sa vitesse et η sa viscosité. R est le rayon de la canalisation.

- L'expérience montre que :
 - Si $N_R < 2000$: l'écoulement est **laminaire**.
 - Si $2000 < N_R < 3000$: l'écoulement est **intermédiaire**.
 - Si $N_R > 3000$: l'écoulement est **turbulent**.Ces valeurs doivent être prises comme des ordres de grandeur.
Le passage d'un régime à un autre se fait de manière progressive.

Remarques :

- **a-** Le type d'écoulement est déterminé par une combinaison particulière de variables. Par exemple, la nature de l'écoulement ne changera pas si on double le rayon du tube tout en diminuant de moitié la vitesse du fluide.
- **b-** Dans l'écoulement turbulent, l'énergie est dissipée sous forme sonore (bruit) ou de chaleur.
- **c-** On parle de chute de pression ou encore de pertes de charge.

V- Résistance à l'écoulement :

La résistance à l'écoulement R_f (laminaire ou non) appelée en physiologie la résistance vasculaire est définie par le rapport de la perte de charge ΔP au débit Q :

$$R_f = \frac{\Delta P}{Q}$$

Dans le cas d'un écoulement laminaire dans un tube de rayon R et de longueur ℓ , on a :

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta \ell} \Leftrightarrow \frac{\Delta P}{Q} = R_f = \frac{8 \eta \ell}{\pi R^4}$$

Expressions des forces de frottements visqueux

- la force de résistance visqueuse est donnée par la loi de Stokes: $F' = -6\pi R \eta v$

C'est la forme de la force qui résiste dans les liquides et les gaz.

η étant la résistance du liquide, v la vitesse de la particule et R une caractéristique de la particule, comme par exemple le rayon si elle est de forme sphérique.

- Dans le cas d'un écoulement turbulent:(voir TD n°6)

Exercice I- Série n°6

- I- le débit de l'eau dans un tuyau d'un rayon de 2 cm vaut $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ à 20°C .
- a- Quelle est la vitesse moyenne de l'eau?
- b- Quelle est la nature de l'écoulement? η (eau à 20°C) = $0.6947 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

$$Q = A v_{\text{moy}} \Leftrightarrow v_{\text{moy}} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2}$$

$$v_{\text{moy}} = \frac{0.01}{\pi \cdot 410^2} = 796 \text{ m/s}$$

$$N_R = \frac{2R \rho v_{\text{moy}}}{\eta}$$

$N_R = 316815 > 3000$: l'écoulement est turbulent.

Exercice V- Série n°6

- V- L'artère pulmonaire, qui connecte le cœur aux poumons a une longueur de 85 mm et présente une chute de pression sur cette longueur de 450 Pa. Si le rayon interne de cette artère vaut 2.4 mm,
- Calculer la vitesse moyenne du sang dans cette artère?

$$\Delta P = \frac{8 v_{\text{moy}} \eta \ell}{R^2}$$

\Leftrightarrow

$$v_{\text{moy}} = \frac{\Delta P R^2}{8 \eta \ell}$$

$v_{\text{moy}} = 1.83 \text{ m/s}$

Exercice VI- Série n°6

- VI- Le rayon de l'artère aorte d'un adulte moyen est de 13 mm.
- Sachant que le débit sanguin est de $100 \text{ cm}^3/\text{s}$,
- Calculer la résistance à l'écoulement et la perte de charge sur une distance de 20 cm.
- On supposera l'écoulement laminaire.

$$R_f = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{8 \eta \ell}{\pi R^4}$$

$R_f = 37162 \text{ Pa}\cdot\text{s} / \text{m}^3$

$\Leftrightarrow \Delta P = R_f Q$

$\Delta P = 3.72 \text{ Pa}$
