

**Examen de Physique IV  
Option Physique des Solides**

**I-** Par des considérations de symétrie, montrer que le nombre de réseaux de Bravais bidimensionnels est égal à 5.

On déterminera la nature de ces réseaux tout en précisant leurs groupes de symétrie.

**II-** On se propose d'étudier le cristal de chlorure de potassium KCl.

- 1- Décrire la structure de KCl.
- 2- Calculer le facteur de structure et discuter les différents cas possibles.
- 3- Evaluer la constante de Madelung, par la méthode d'Evjen, dans un cube d'arête  $2a$  où  $a$  est le paramètre du réseau cristallin. En déduire l'énergie électrostatique d'attraction.
- 4- Expliquer l'origine physique de l'existence de forces de répulsion.
- 5- Représenter graphiquement l'énergie de cohésion du cristal et déterminer la position d'équilibre dans la cas où l'énergie de répulsion est donnée par  $\frac{B}{r^n}$  où  $B$  est une constante positive et  $n > 1$ .
- 6- Calculer le coefficient de compressibilité de KCl à  $0^\circ\text{K}$ .

**III-** Soit une chaîne linéaire cristalline diatomique de paramètre  $a$  et contenant  $N$  atomes de masse  $m_1$  et  $N$  atomes de masse  $m_2 < m_1$ .

L'atome  $m_i$  de la  $n^{\text{ième}}$  maille sera repéré par la coordonnée de position  $q_{n,i}$ .

- 1- Exprimer l'énergie cinétique totale de la chaîne.
- 2- Dans le cas de l'approximation harmonique et en prenant en considération seulement les interactions entre premiers voisins, exprimer l'énergie potentielle totale de la chaîne.

$C$  est la constante de couplage entre 2 atomes voisins.

3- dans la suite , on se propose d'introduire les coordonnées généralisées collectives  $e_\alpha(k) A_k$  :

$$q_{n,i} = \frac{1}{\sqrt{m_i N}} \sum_k e_i(k) A_k e^{jKna}$$

avec  $k = \frac{2\pi}{Na} \ell$  et  $j^2 = -1$

**Pr. M. ABD-LEFDIL**  
**L.P.M.**

a) Montrer que  $\sum_n \frac{e^{jna(k+k')}}{N} = \delta_{k,-k'}$ ,

b) Que deviennent les expressions de 1- et 2-.

4- Calculer le Lagrangien L et montrer que l'équation de Lagrange est donnée par :

$$e_\alpha(k) \ddot{A}_k + \sum_\beta D_{\alpha,\beta} e_\beta(k) A_k = 0$$

$D_{\alpha,\beta}$  est une matrice 2x2 qu'on déterminera.

5- Résoudre le système d'équations obtenus et montrer que l'on a :

$$\Omega_+^2(k) = \frac{2C}{\mu} + \frac{2C}{\mu} \sqrt{1 - \frac{4\mu \sin^2 \frac{ka}{2}}{m_1 + m_2}}$$

$\mu$  étant la masse réduite.

6- Représenter  $\Omega = \Omega(k)$  et discuter les différents cas.

Représenter schématiquement les ondes longitudinales et transversales pour chacun des deux modes de vibrations acoustiques et optiques.