Université Mohammed V- Agdal
Département de Physique

Année universitaire 06-07

Examen de Mécanique Quantique
SM- SMI 3

I- 10 points

B- A la date t=0, on considère un paquet d'onde $\psi(x,0)$ à une dimension, de position moyenne x_0 et d'impulsion moyenne p_0, défini par :

$$\psi(x,0) = e^{i\frac{p_0 x}{\hbar}} f(x - x_0) \ \textbf{avec } \mathbf{f(x)} = \mathbf{C}\mathbf{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

La transformée de Fourier de la fonction f(x) a pour expression:

$$T.F.(f(x)) = \tilde{f}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\frac{px}{\hbar}} f(x)\, dx \ = \mathbf{C}\frac{\sigma}{\sqrt{\hbar}}\mathbf{e}^{-\frac{p^2\sigma^2}{2\hbar^2}}$$

1- Déterminer l'expression de $\tilde{\psi}(p,0)$=TF($\psi(x,0)$)

2- Si l'écart quadratique moyen Δx_0 est tel que: $\Delta x_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$, Que vaut alors la valeur limite de l'écart quadratique moyen Δp_0.

3- Le paquet d'onde évolue librement. On note $H = \frac{p^2}{2m}$ l'hamiltonien du système.

Montrer que la $T.F.(\psi(x,t)) = \tilde{\psi}(p,t) = e^{-i\frac{H(p)}{\hbar}t}\ \tilde{\psi}(p,0)$

4- L'approximation, à l'ordre 1 en p, de H nous donne:

$$H(p) \approx H(p_0) + (p - p_0)\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{p=p_0}$$ On posera : $p_0 = mv$ et $E = \frac{1}{2}mv^2$

Déterminer l'expression de $\psi(x,t)$
Interpréter physiquement le résultat obtenu.

TSVP

II- 10 points

A- On considère le potentiel défini par V(x) tel que :

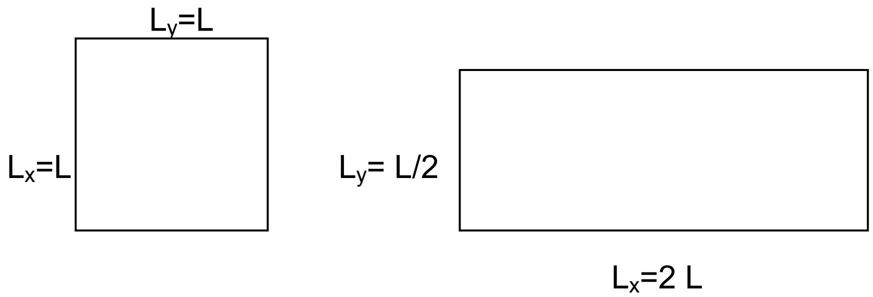
$$V(x)=\begin{cases} +\infty & \textbf{pour } \mathbf{x} < 0 \\ 0 & \textbf{pour } \mathbf{0} < \mathbf{x} < L_x \\ +\infty & \textbf{pour } \mathbf{x} > L_x \end{cases}$$

1- Résoudre l'équation de Schrödinger dans les différentes zones.

2- Montrer que l'énergie est quantifiée et déterminer son expression E_{n_x}

On normalisera les fonctions d'ondes à l'unité.

B- On considère deux boites quantiques bidimensionnelles comme le montre la figure ci-dessous. Chacune d'elle contient un électron.



Boite N° 1 **Boite N° 2**

1- Déterminer l'expression de l'énergie E_{n_x,n_y} pour chacune des deux boites en utilisant les résultats de la partie A.

2- Laquelle des deux boites correspond à l'état fondamental de plus basse énergie ? Y'a-t-il des niveaux dégénérés ? Justifier votre réponse

3- Déterminer les énergies des deux premiers états excités pour chacune des boites. Laquelle des deux boites correspond au premier état excité de plus basse énergie? Justifier votre réponse

4- Si la longueur d'onde du photon émis quand l'électron passe de l'état excité à l'état fondamental dans la boite 1 est égale à 650 nm, quelle est la longueur d'onde du photon émis quand l'électron passe de l'état excité à l'état fondamental dans la boite 2 ?
A quel domaine de rayonnement électromagnétique appartient-elle ?