

MECANIQUE QUANTIQUE

Chapitre 1: Origines de la physique quantique

Pr. M. ABD-LEFDIL
Université Mohammed V- Agdal
Faculté des Sciences
Département de Physique
Année universitaire 06-07
Filières SM-SMI

Introduction générale

A la fin du 19^{ème} siècle, la physique reposait sur deux disciplines fondamentales:

- Mécanique classique
- Electromagnétisme de Maxwell

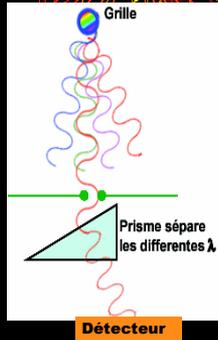


Limites de la mécanique classique (1899-1922)

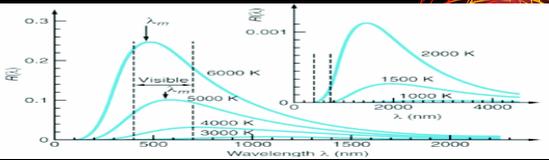
- Observations expérimentales non expliquées par la théorie classique. Donnons quelques exemples:
 - Rayonnement du corps noir
 - Effet photoélectrique
- Résolution du problème exige un changement radical de notre vision de la nature: C'est l'avènement de la Mécanique Quantique: L'art de converser avec les particules subatomiques

Rayonnement du corps noir

- Radiateur (grille) à une température T ,
- Il émet une variété de λ avec des intensités différentes les unes/ autres,
- Ondes avec différentes λ dispersent différemment avec le prisme,
- Enregistrement avec un détecteur,
- Tracé de la courbe de la densité d'énergie en fonction de λ .



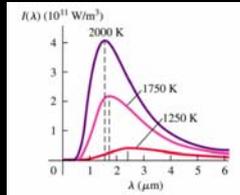
Observations expérimentales



Plus la température croît, plus le maximum se déplace vers les faibles longueurs d'ondes. La longueur d'onde à laquelle le maximum d'énergie est émis est donnée par la loi de déplacement de Wien

$$\lambda_{\max} \propto \frac{1}{T}$$

$$\lambda_{\max} T = 2.90 \times 10^{-3} \text{ m K}$$



Interprétation classique de Rayleigh-Jeans:

On peut montrer par un raisonnement qualitatif que la densité d'énergie n'est fonction que de la fréquence et de la température. Elle est par exemple indépendante de la forme du corps noir.

Rayleigh-Jeans ont postulé que le rayonnement électromagnétique émis par le corps noir provient d'un ensemble d'oscillateurs harmoniques qui le forment et qui ne sont autres que les atomes et molécules formant ce corps noir.

Sachant que la densité d'énergie est donnée par : $\mu = n \langle E \rangle$ avec n : nombre d'oscillations harmoniques de fréquence ν par unité de volume.

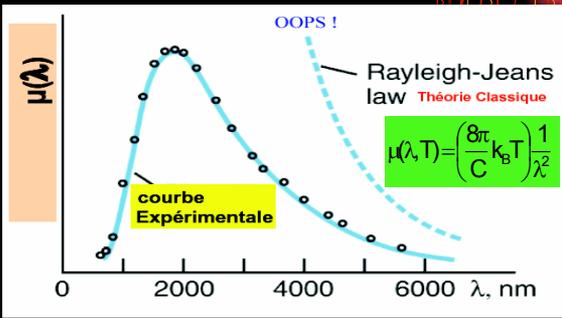
$\langle E \rangle$: valeur moyenne de l'énergie d'un oscillateur de fréquence ν .

On montre que :

$$\mu(\nu, T) = \frac{8\pi}{3} \nu^2 k_B T$$

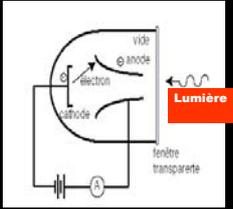
ν étant la fréquence $\nu = c/\lambda$, λ est la longueur d'onde du rayonnement, c est la vitesse de la lumière dans le vide, T est la température et k_B est la constante de Boltzmann.

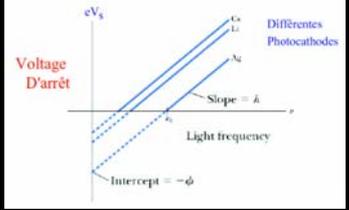
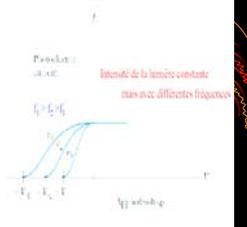
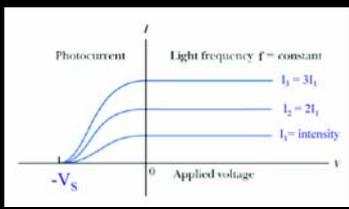
Catastrophe de l'Ultra- Violet



Effet Photoélectrique

- Soit une ampoule en verre, vidée d'air, dont un côté de la surface interne est tapissé d'une couche d'un métal. L'ampoule contient aussi un anneau circulaire qui jouera le rôle d'anode (point de réception des électrons).
- En l'absence d'éclairement, le courant $I = 0$.
- Sous éclairement monochromatique de λ bien définie, LE COURANT I est non nul.
- Le courant I est créé par la lumière qui, en tombant sur le métal, arrache des électrons qui appartiennent au métal en leur fournissant l'énergie nécessaire pour franchir la barrière de potentiel qui, normalement, les retiennent à l'intérieur. Ces électrons, chargés négativement, sont captés par l'anneau (anode) et circulent dans le circuit.





- Le courant est proportionnel à l'intensité et sature pour des tensions de polarisation V positives.

- Pour $V = V_s$; $I = 0$, V_s appelé potentiel d'arrêt et il dépend du métal

Conclusions des observations expérimentales

- La lumière est une onde électromagnétique. Le champ électrique est en mesure de chasser hors du métal les électrons se trouvant près de la surface. Certains vont atteindre l'anode. La probabilité de collection augmente quand la tension appliquée croît et finit par tendre vers l'unité. Le courant atteint la valeur de saturation I_{max} .

- Dans l'image classique, le champ électrique de l'onde croît avec l'intensité de la lumière. Donc $E_{\text{Cin,Max}}$ doit croître aussi avec l'intensité. Or $E_{\text{Cin,Max}}$ est indépendante l'intensité pour une même longueur d'onde λ . Seule I_{max} dépend de l'intensité.

- Si la fréquence est inférieure à une λ_{seuil} , l'effet photoélectrique est absent. λ_{seuil} est caractéristique du métal (photocathode)

- La physique classique est incapable d'interpréter quantitativement l'effet photoélectrique.

Exercice:

Un rayonnement laser d'intensité 120 W/m^2 éclaire le métal alcalin Na.

On suppose que l'électron est confiné dans l'atome Na d'une taille de 0.1 nm .

On a: l'énergie pour extraire un électron de Na = $2,3 \text{ eV}$

Combien de temps nécessite l'éjection de l'électron ?

Commenter le résultat obtenu.

Réponse:

la puissance moyenne délivrée est $P_{\text{moy}} = I \times \pi r^2$

Si toute l'énergie est absorbée : $\Delta E = P_{\text{moy}} \Delta T$

$\Delta T = 2,3 \times 1,6 \cdot 10^{-19} / (120 \text{ W/m}^2) \times (3,1 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2) = 0,10 \text{ s}$

La physique classique prévoit un temps mesurable avant le déclenchement de l'effet photoélectrique.

Par contre, l'expérience montre que le phénomène est instantané.

C'est là un désaccord et une autre limite de la physique classique à interpréter l'effet photoélectrique.

Interprétation Quantique de Planck



- Planck a remarqué la catastrophe U.V. du RCN.
- Calcul avec de nouvelles idées a conduit à:

$$R(\lambda) \rightarrow 0 \text{ quand } \lambda \rightarrow 0$$

$$f \rightarrow \infty$$

Planck: "Oscillateurs Chargés" dans la cavité du Corps Noir



-Cavité en équilibre.
-Echange d'énergie entre Ray EM et les oscillateurs présents sur les murs de la cavité

Les oscillateurs peuvent avoir n'importe quelle fréquence, MAIS l'échange d'énergie entre l'oscillateur et la radiation n'est pas continu et arbitraire. Il est discret et se fait par petits paquets de même énergie. On dit qu'il y'a quantification de l'énergie.

Planck représenta la valeur du "quantum" selon lequel s'effectue la quantification par la lettre h à laquelle on donna par la suite son nom (h: constante de Planck)

L'énergie de chaque oscillateur est donnée par: $E = h\nu$ et E ne peut pas prendre n'importe quelle valeur.

Selon cette hypothèse, on montre que :

$$\mu(\nu, T) = \frac{8\pi^3 \nu^2}{c^3} h\nu \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1}$$

C'est la Loi de Planck

$$h = 6.6261 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\ = 4.1357 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

Remarques :

- Si $h\nu \ll k_B T$:

$$\mu(\nu, T) = \frac{8\pi^3 \nu^2}{c^3} k_B T$$

On retrouve la loi de Rayleigh-Jeans.

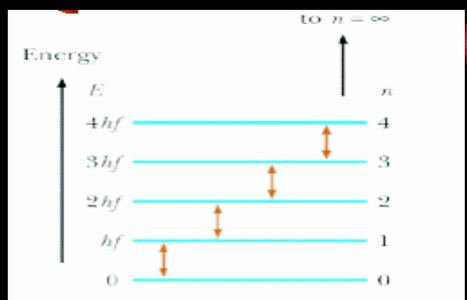
- Si $h\nu \gg k_B T$:

$$\mu(\nu, T) = \frac{8h^3 \nu^3}{c^3} \exp(-\frac{h\nu}{k_B T})$$

C'est la Loi de Wein

Il y'a quantification de l'énergie:

L'énergie ne peut pas prendre n'importe quelle valeur.



Loi de Stefan- Boltzmann

- La thermodynamique nous permet de montrer que l'émission d'une source thermique est proportionnelle à la puissance quatre de la température. Cette démarche ne permet cependant pas de trouver de façon théorique le coefficient de proportionnalité, ni de dire comment se répartit l'énergie du rayonnement avec la fréquence.

- Avec l'hypothèse de Planck, l'émission totale du corps noir est définie par:

$$\sigma(T) = \int_0^{+\infty} \mu(\nu, T) d\nu$$

Avec

$$\mu(\nu, T) = \frac{8 \pi^5 \nu^2}{15 c^3} h \nu \frac{1}{\exp\left(\frac{h \nu}{k_B T}\right) - 1}$$

Loi de Stefan- Boltzmann (Suite)

Sachant que:

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

Alors:

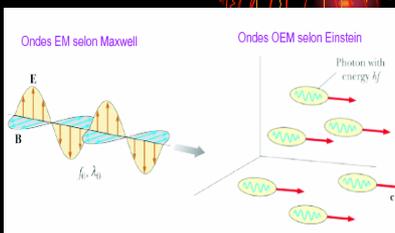
$$\sigma(T) = \text{Cte } T^4$$

Loi de Stefan- Boltzmann

Où

$$\text{Cte} = \frac{8 \pi^5 k_B^4}{15 c^3 h^3}$$

Explication d'Einstein de l'effet photoélectrique



A. Einstein: Prix Nobel en 1915
 Lumière est formée de paquets de photons,
 L'énergie est concentrée dans ces photons,
 L'énergie est échangée immédiatement,
 L'énergie est égale à $E = h \nu$

La lumière est formée de photons. Ce quantum d'énergie est utilisé pour frapper le métal



Lorsqu'un photon incident de fréquence ν vient frapper une photocathode (un métal), son énergie est utilisée pour extraire l'électron du métal et lui communiquer une force vive (c à d une énergie cinétique)

L'extraction d'un électron à un métal ne peut être possible que si le photon incident à une énergie supérieure ou égale à W_E (W_E est l'énergie nécessaire pour arracher l'électron du métal).

$$W_E = h \nu_0 = \frac{hC}{\lambda_0}$$

ν_0 : fréquence seuil
 λ_0 : longueur d'onde seuil, dépend du métal utilisé
D'où on observe l'effet photoélectrique si $\nu_{inc} > \nu_0$; $\lambda_{inc} < \lambda_0$.

Si le photon incident communique toute son énergie à l'électron du métal :

$$h\nu = W_E + \frac{1}{2}mv^2$$



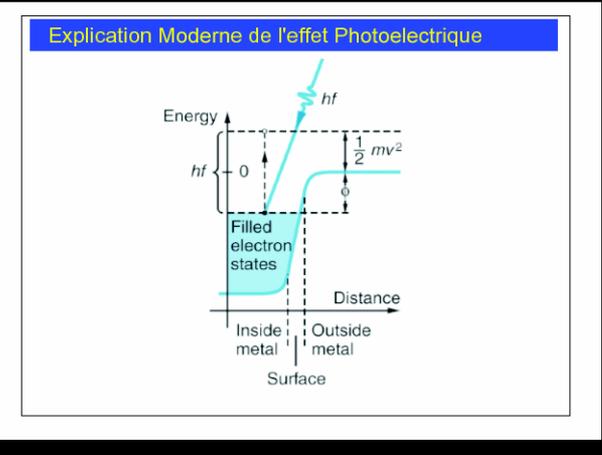
Equation de conservation de l'énergie

Si on applique une tension de polarité et de valeur bien définies, on peut empêcher l'arrivée des électrons à l'anode (on bloque les électrons à la surface du métal) : $I=0$.

On peut alors écrire:

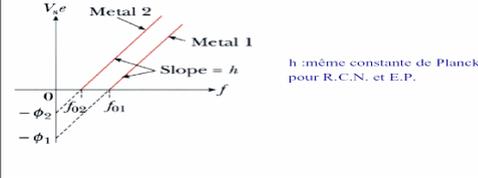
$$eV_s = E_{cin. Max}$$

V_s est appelé potentiel d'arrêt



Même "h" pour effet Photoélectrique et Rayt Corps Noir

penste $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ JS}$

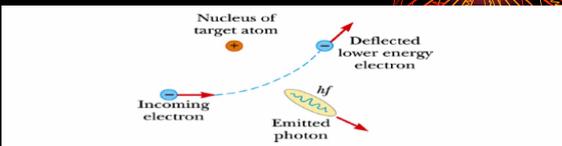


h : même constante de Planck pour R.C.N. et E.P.

Quelques valeurs du travail d'extraction W_e (ou Φ) en eV

Element	ϕ (eV)
Na	2.28
C	4.81
Cd	4.07
Al	4.08
Ag	4.73
Pt	6.35
Mg	3.68
Ni	5.01
Se	5.11
Pb	4.14

Effet Compton



Quand un électron passe à coté d'un noyau cible chargé positivement d'un matériau, il subit une déflexion de sa trajectoire à cause la force d'attraction de Coulomb.

1922: Arthur Compton (USA) montre que les rayons X(Ondes EM) ont un comportement corpusculaire (comme les photons)

- Rayons X sont des OEM (taible longueur d'onde), (Haute énergie) et présentent les caractéristiques des ondes
- Interférences
 - Diffraction

Effet Compton



Partant du principe que la lumière est constituée de véritables particules (hypothèse d'Einstein) possédant une énergie et une quantité de mouvement bien définies, Compton (physicien atomiste américain, Prix Nobel 1927) et Debye (physicien hollandais) établirent chacun de son côté la loi théorique de la diffusion de photon par l'électron.

En plus, Compton réalisa l'expérience et confirma les prédictions effectuées sur la base d'une hypothèse corpusculaire de la lumière.

L'expérience de Compton consiste à illuminer la surface d'un métal (où il y'a des électrons libres) par un faisceau de rayons X

Photon x en collision avec un électron cible:



E, p

$m_e c^2, 0$

Le photon x fait un angle θ avec l'horizontal

L'électron fait un angle Φ avec l'horizontal

Equations de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement

- Conservation de l'énergie nous donne:

$$E + m_e c^2 = E' + E_e$$

- Conservation de la quantité de mouvement ::

$$\vec{p} + \vec{0} = \vec{p}' + \vec{p}_e$$

- On a :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Relation de Planck- Einstein

$$E' = h\nu' = \frac{hc}{\lambda'}$$

$$E_e^2 = m_e^2 c^4 + p^2 c^2$$

Relativité restreinte

Suite du calcul

• En projetant l'équation vectorielle sur un système d'axes orthonormés, on obtient facilement:

$$p = p' \cos \theta + p_e \cos \Phi$$

$$0 = p' \sin \theta - p_e \sin \Phi$$

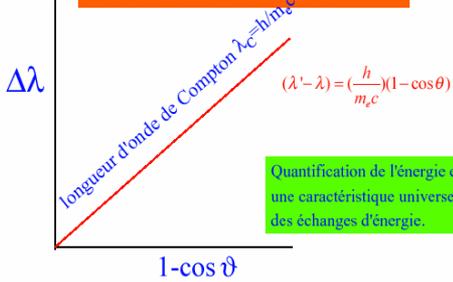
• En combinant de manière astucieuse les différentes équations (voir TD n°1), on obtient:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Constante h à partir de l'effet Compton

A partir de la pente, on détermine "h"

C'est la même valeur de h



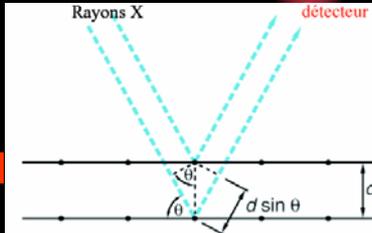
Diffraction de rayons x par un réseau d'atomes

Interférences constructives quand la différence de marche est un multiple entier de λ .

on obtient:

$$2d \sin\theta = n\lambda$$

C'est la loi de Bragg



Les ondes de matière (Prince Louis de Broglie)



Puisque les photons ont un double aspect ondulatoire et corpusculaire, les corpuscules (corps de masse m) doivent avoir aussi ce double aspect !!!

C'est la question que s'est posé L. de Broglie

• Le photon associé à l'onde électromagnétique se déplace à la vitesse C . sa masse est alors nulle.

• Or la relativité d'Einstein nous dit que:

$$E^2 = p^2 C^2 + m^2 C^4$$

D'où : $E = pC$

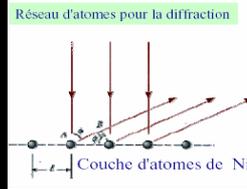
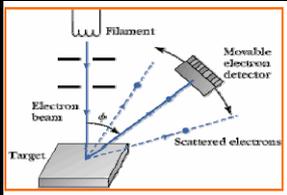
Comme Planck postule que $E = h\nu$, alors :

$$P = h/\lambda$$

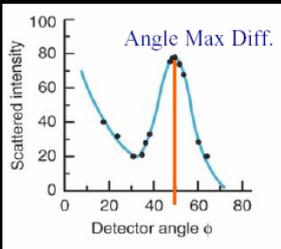
Expérience de Davisson et Germer

Si aux électrons, on associe une onde, on peut alors observer le phénomène d'interférences sur une couche d'atomes (diffraction d'un réseau) avec une distance inter-atomique d (de quelques angströms):

$$2 d \sin\theta = n \lambda$$



Résultats expérimentaux



Pic à $\Phi=50^\circ$
Quand $V_{acc} = 54 \text{ V}$

Comme l'électron est accéléré avec une d.d.p. V_{acc} alors son énergie cinétique est liée à V_{acc} par la relation:

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V_{acc} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 e V_{acc}}{m}}$$

La longueur d'onde de de Broglie est donnée par:

$$\lambda_{théorique} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{\sqrt{2 m e V_{acc}}}$$

$$\lambda_{théorique} = 1.6710^{10} \text{ nm}$$

A partir de la diffraction de Bragg: $d_{Nickel} = 2.1510^{-10} \text{ nm}$

Calcul de λ_{exp} à partir de l'angle maximum de diffraction: $\theta = 50^\circ$

$$\lambda_{exp.} = 2 \times 2.15 \times \sin 50 \approx 1.6510^{10} \text{ nm}$$

On note un excellent accord entre $\lambda_{théorique}$ et $\lambda_{exp.}$

Dualité onde- corpuscule

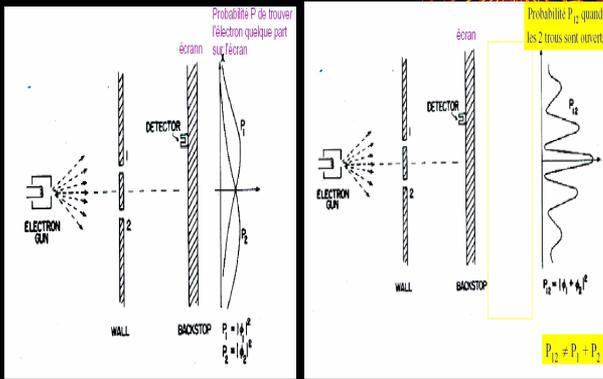
- On a vu que :
 - le rayonnement possède le double aspect ondulatoire- corpusculaire.
 - la matière possède le double aspect corpusculaire- ondulatoire.

Les objets microscopiques ont pour propriété générale de se présenter sous les deux aspects ondulatoire et corpusculaire :

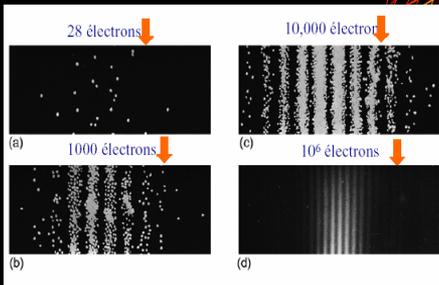
C'est la dualité onde- corpuscule.

Entre les deux aspects, il existe une relation universelle de correspondance à savoir celle de Louis de Broglie.

Interférences avec les électrons



Spectres d'interférences avec les électrons.



- Point blanc simule la présence d'un électron.
- Absence de point blanc représente les interférences destructives (minima)
