CHAPITRE 4

Transferts de chaleur par convection

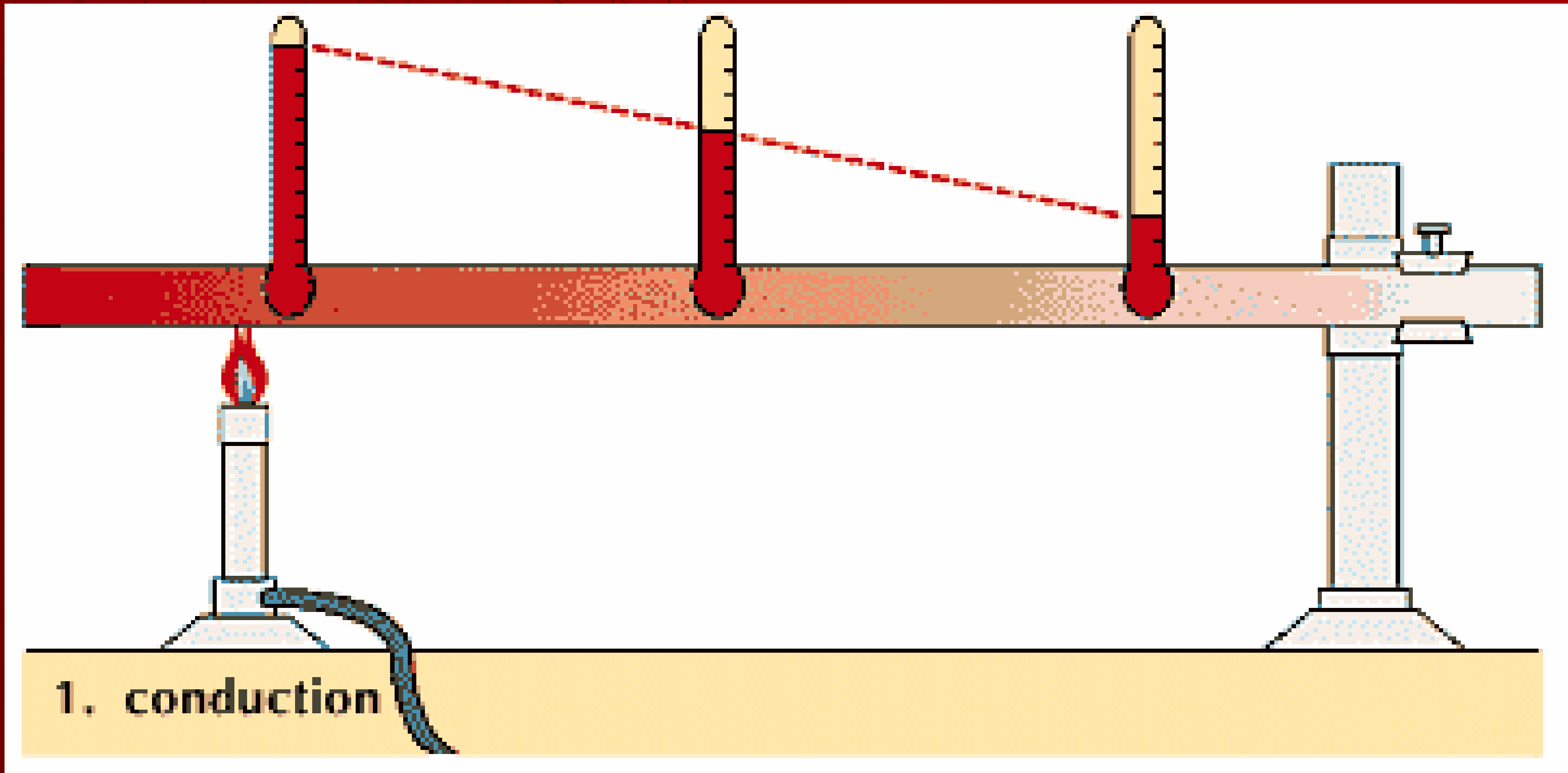
Les 3 modes de transfert de chaleur sont :

La conduction

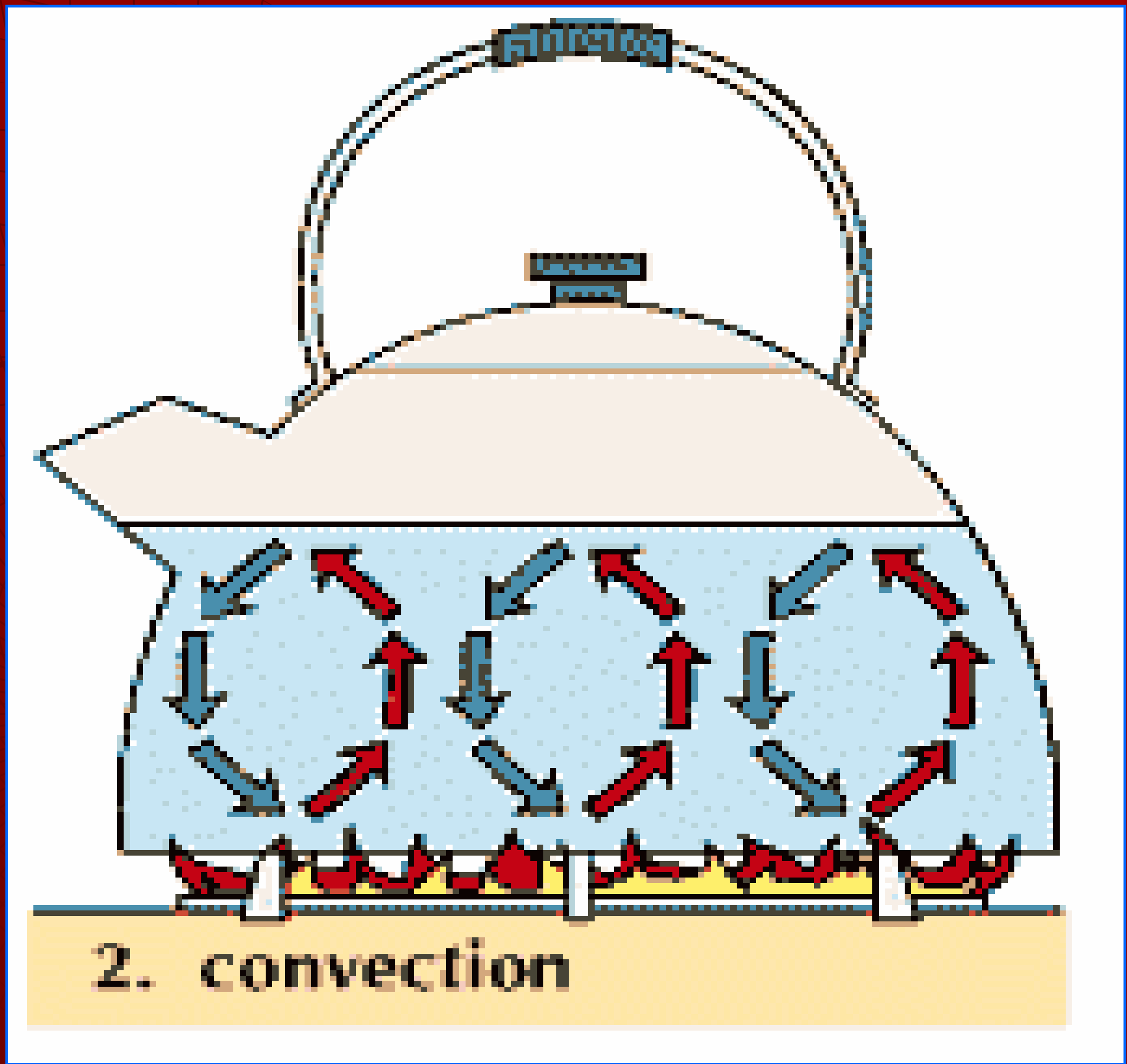
La convection

Le rayonnement

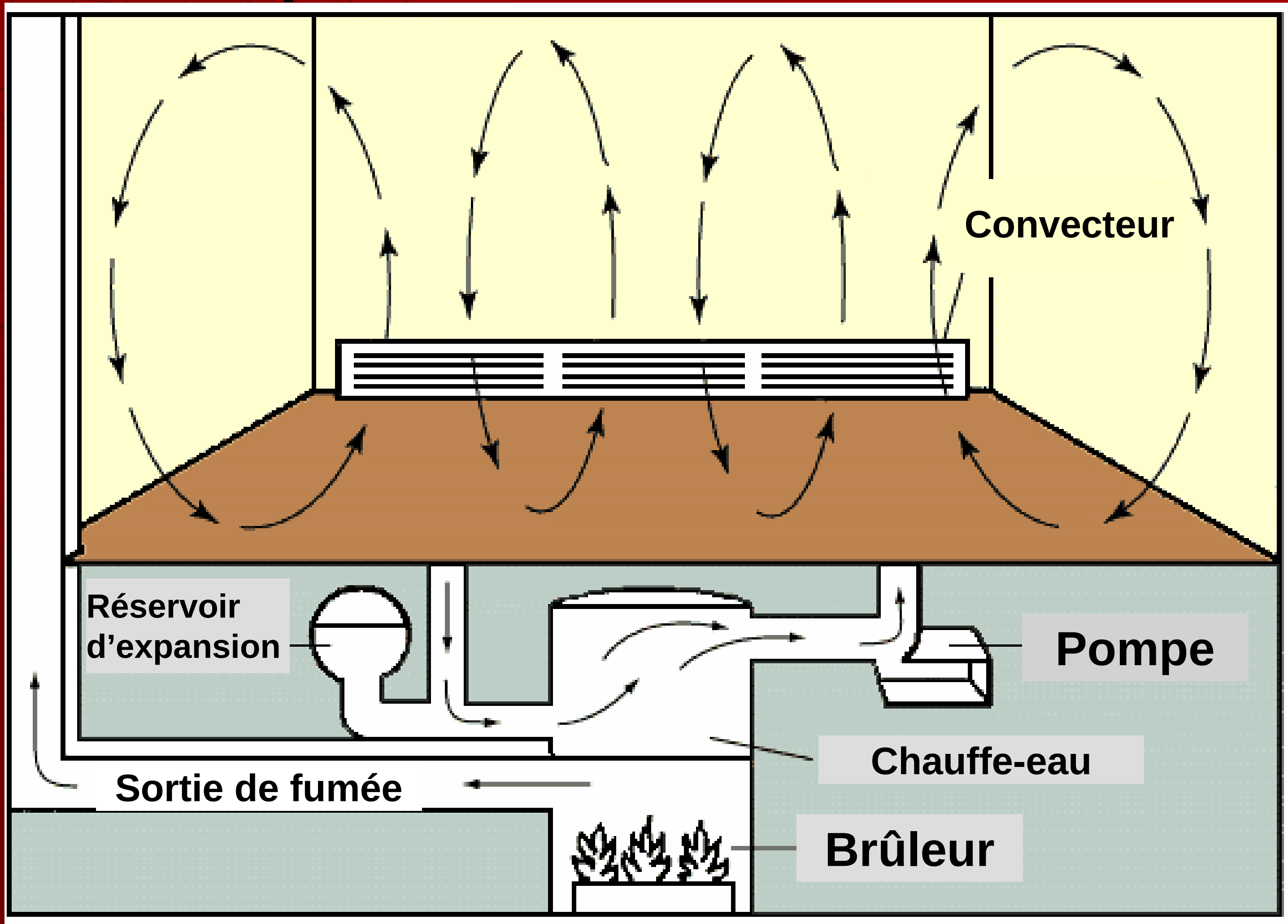
Transfert par conduction



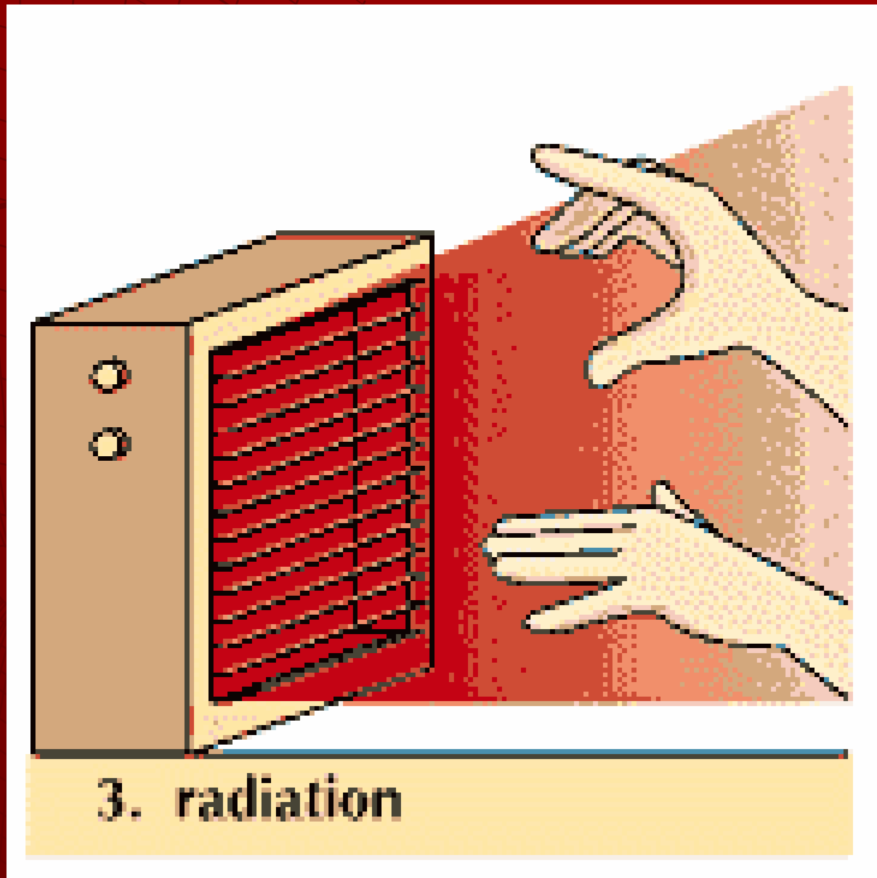
Transfert par convection

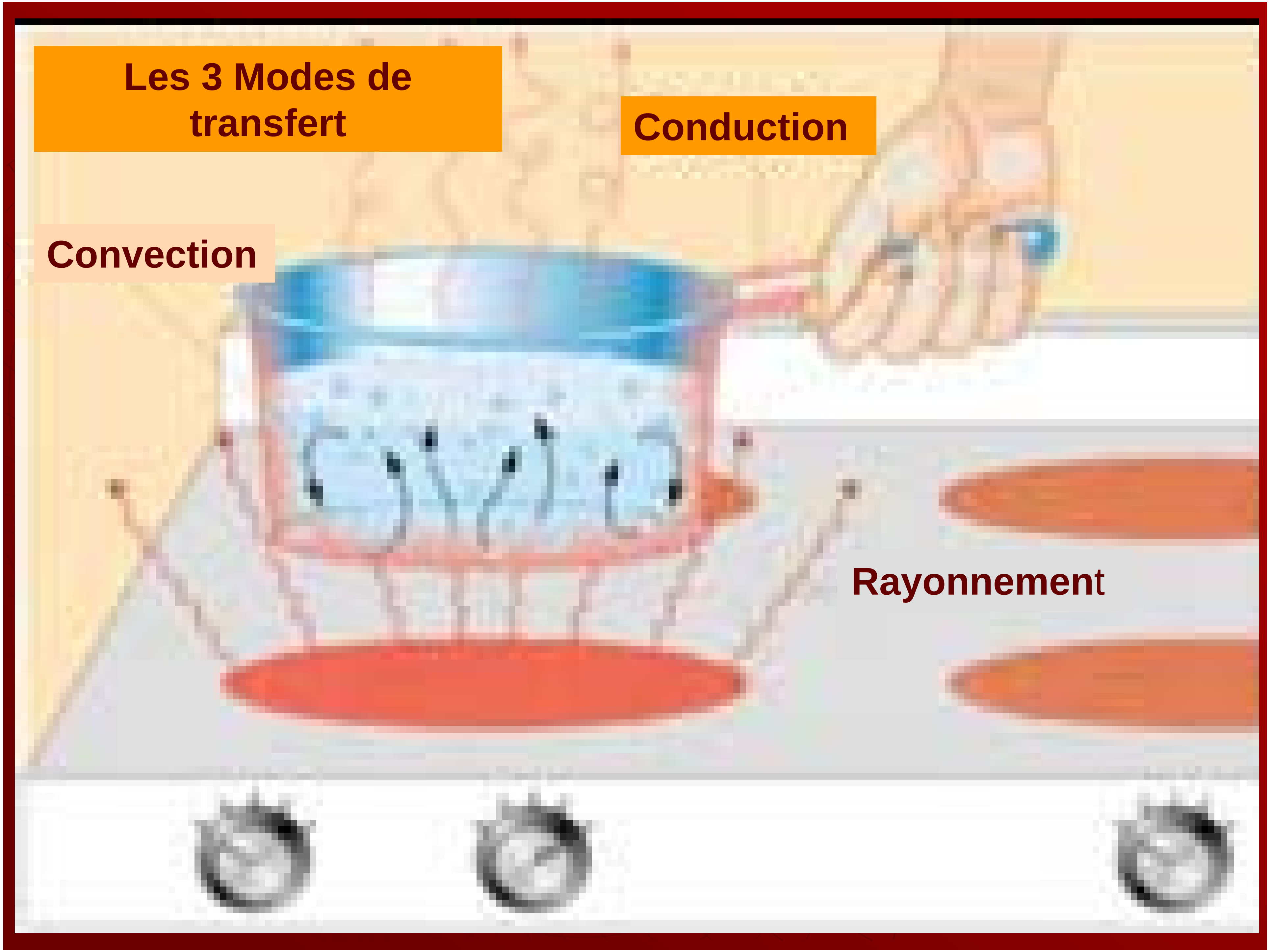


Exemple de Chauffage par convection



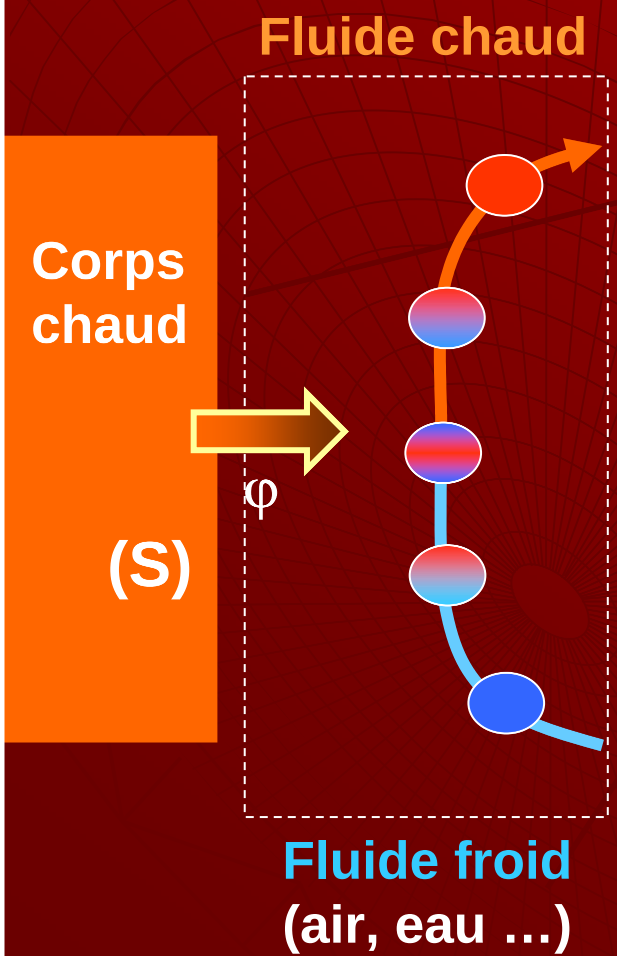
Transfert par rayonnement




Les 3 Modes de transfert
Conduction
Convection
Rayonnement

La convection

1- Généralités – Définitions



Lorsque le transfert de chaleur s'accompagne d'un transfert de masse, il est appelé transfert par **convection**.

Ce mode d'échange de chaleur existe au sein des milieux fluides ou lorsque un fluide circule autour d'un solide.

L’étude du transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre un fluide et une paroi.

La quantité de chaleur échangée par unité de temps dépend de plusieurs paramètres :

- la différence de température entre la paroi et le fluide ;
- la vitesse du fluide ;
- la capacité thermique massique du fluide ;
- la surface d'échange ;
- l'état de surface du solide ;
- sa dimension etc . . .

Selon le mécanisme qui génère le mouvement du fluide, on distingue :

la convection naturelle

la convection forcée

- **La convection naturelle ou libre** :

Le fluide est mis en mouvement sous le seul effet :

- des différences de masses volumiques résultant des différences de températures sur les frontières ;
- d'un champ de forces extérieures (la pesanteur).

- **La convection forcée** :

Le mouvement du fluide est induit par une cause indépendante des différences de température (pompe, ventilateur…).

Compte tenu du lien entre le transfert de masse et le transfert de chaleur, il est nécessaire de considérer la nature du régime d'écoulement.

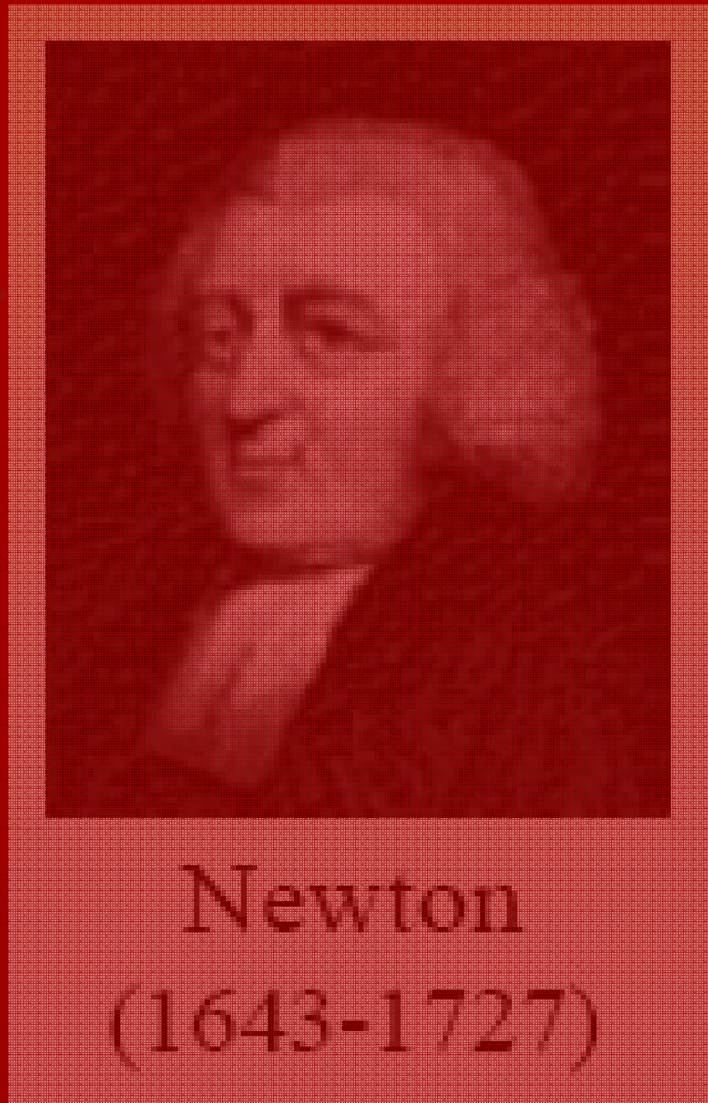
On distingue :

Ecoulement en régime turbulent

Ecoulement en régime laminaire

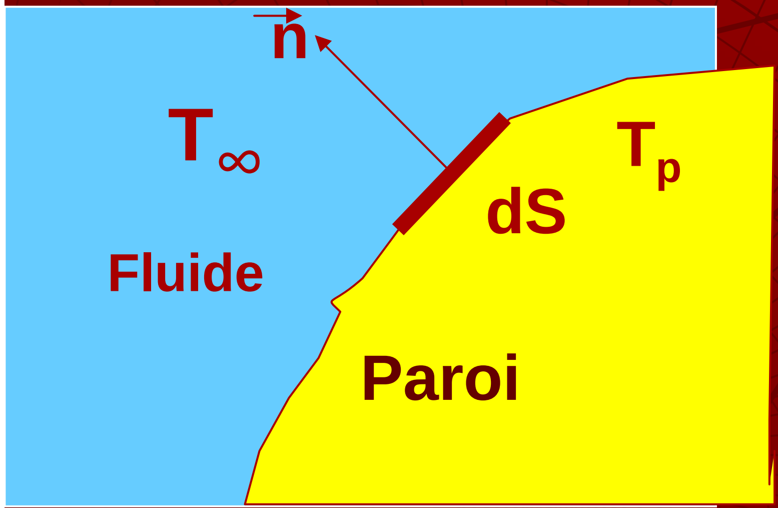
2 - Loi de Newton

La loi de Newton donne l'expression de la quantité dQ échangée entre la surface d'un solide à la température T_s et le fluide à la température T_f.



2-1 Coefficient d'échange par convection

L'étude du transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre un fluide et une paroi.



La quantité de chaleur δQ qui traverse dS pendant l'intervalle de temps dt, peut s'écrire :

$$\delta Q = h.(T_p - T_\infty)\, dS.dt$$

h est le coefficient d'échange par convection, il s'exprime en W/(m².K)

δQ s'exprime en Joules et $\delta Q/dt$ en Watts

Quelque soit le type de convection (libre ou forcée) et quelque soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur transmis est donné par la relation dite **loi de Newton** :

Puissance transmise (W)

$$\delta Q/dt = h.(T_p - T_\infty).dS$$

Coefficient d'échange ($W/m^2.k$)

Surface d'échange (m^2)

Différence de température entre le corps et le fluide (K)

Le problème majeur à résoudre avant le calcul du flux de chaleur consiste à déterminer **h** qui dépend de nombreux paramètres :

- caractéristiques du fluide,
- nature de l'écoulement,
- la température,
- la forme de la surface d'échange,...

2-2 Ordre de grandeur du coefficient h pour différentes configurations.

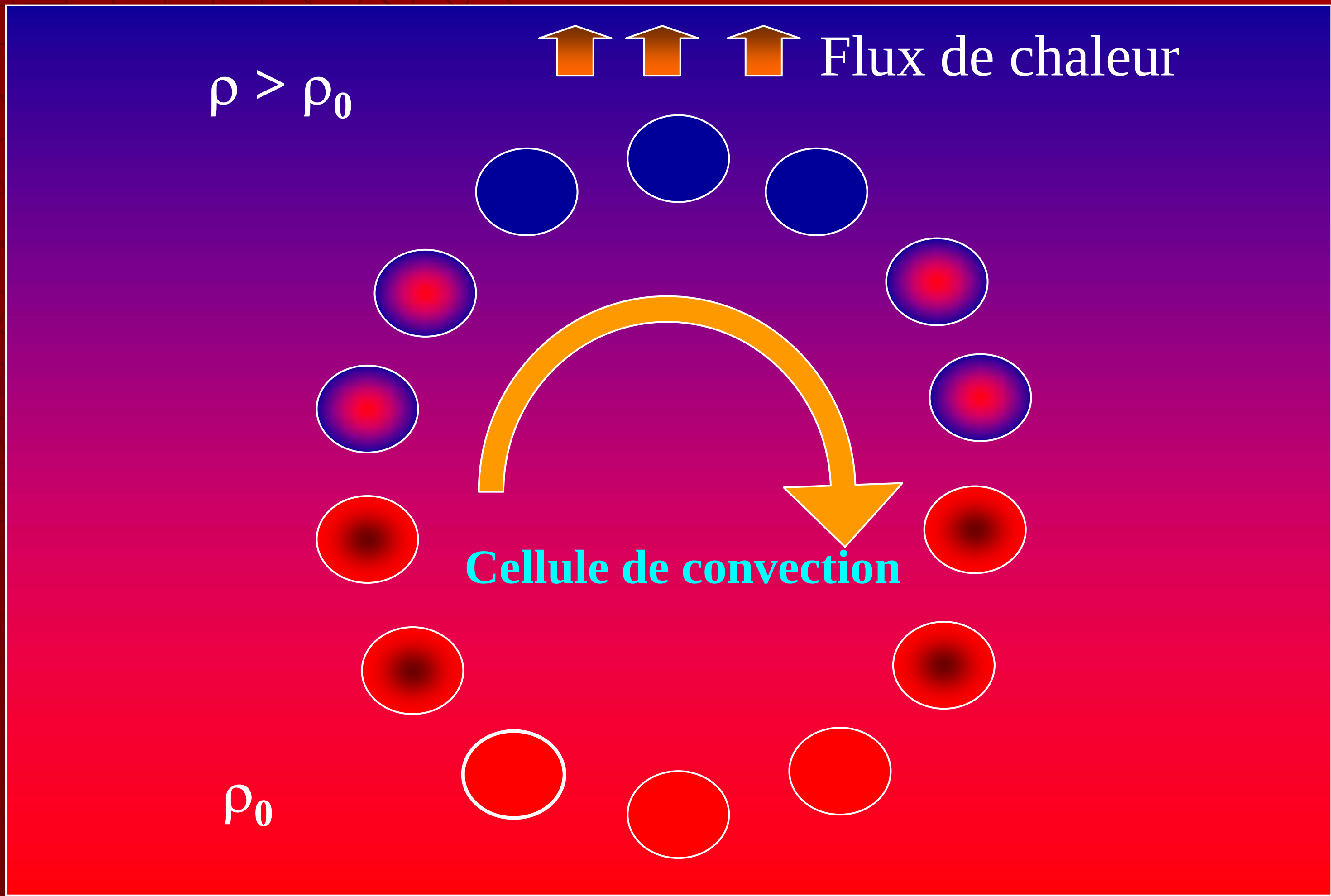
Configurations	h ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
Convection naturelle:	
Plaque verticale de hauteur 0,3 m dans l'air	4,5
Cylindre horizontal de diamètre 5 cm dans l'air.	6,5
Cylindre horizontal de diamètre 5 cm dans l'eau	890
Convection forcée:	
Courant d'air à 2m/s sur plaque carrée de 2m de coté	12
Courant d'air à 35m/s sur plaque carrée de 0,75m de coté	75
Eau à 0,5 kg/s dans un tube de diamètre 2,5 cm.	3500
Courant d'air à 50m/s perpendiculaire/tube de 5 cm de diamètre	180
Ébullition de l'eau:	
Dans un récipient	2500-35000
En écoulement dans un tube	5000-10000

Ordres de grandeur du coefficient h ($W.m^{-2}.K^{-1}$)

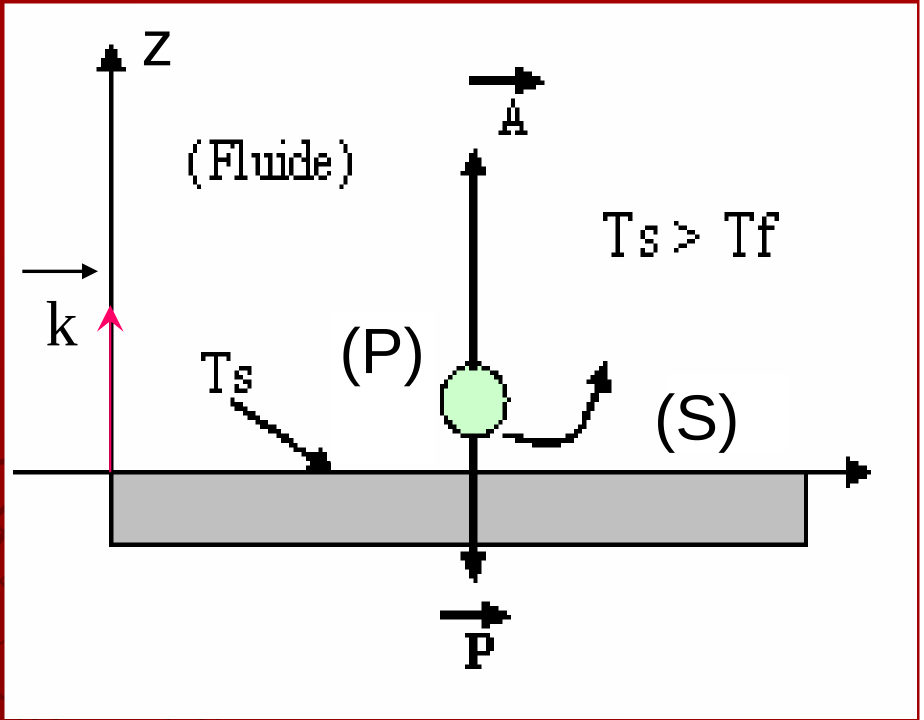
convection libre	(air)	5 -	25
convection libre	(eau)	100 -	900
convection forcée	(air)	10 -	500
convection forcée	(eau)	100 -	15 000
convection forcée	(huile)	50 -	2 000
conv. f.	(métaux fondus)	6 000 -	120 000
conv. f.	(eau bouillante)	2 500 -	25 000
Condens. de vapeur d'eau		50 000 -	100 000

3 - Convection naturelle

La particule chaude se met en mouvement et assure directement le transfert de la chaleur vers le milieu le plus froid : Le régime devient convectif



Considérons une surface horizontale (S) à T_s au contact d'un fluide immobile à T_f.
Une particule (P) du fluide de volume v au contact de la surface (S) a une température voisine de T_s.



Bilan des forces agissant sur la particule (P) :

La Poussée d'Archimède : $\vec{A} = \rho(T_f).v.g.\vec{k}$

La Poussée exercée sur un objet est égale au poids du fluide déplacé.

Le Poids : $\vec{P} = -m.\vec{g} = -\rho(T_s).v.g.\vec{k}$

Comme $T_s > T_f$ on a bien entendu : $\rho(T_f) > \rho(T_s)$ $\Rightarrow$ $|\vec{A}| > |\vec{P}|$

L'équation du mouvement de la particule au voisinage immédiat de S s'écrit, selon le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

$$[\rho(T_f) - \rho(T_s)].g.v = \rho(T_s).v.\frac{d^2z}{dt^2}$$

d'où :

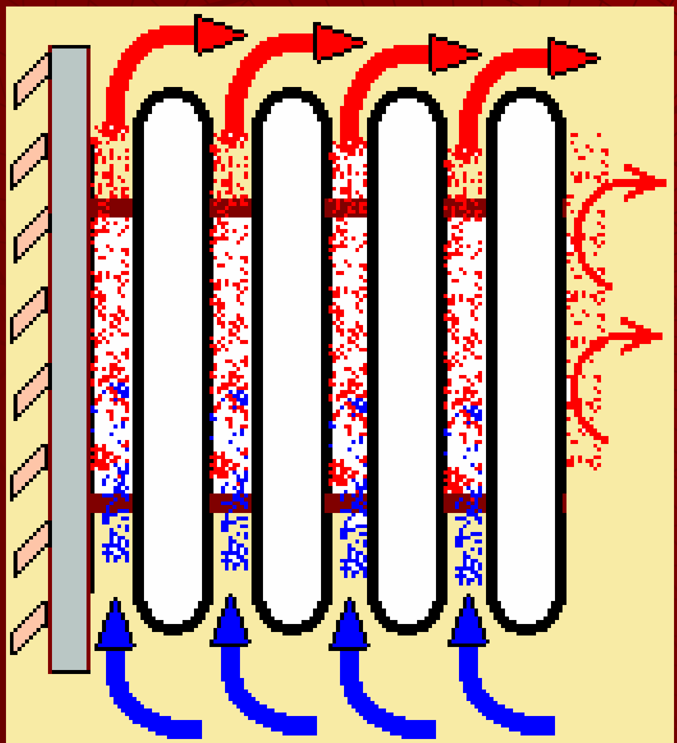
$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\rho(T_f) - \rho(T_s)}{\rho(T_s)}.g$$

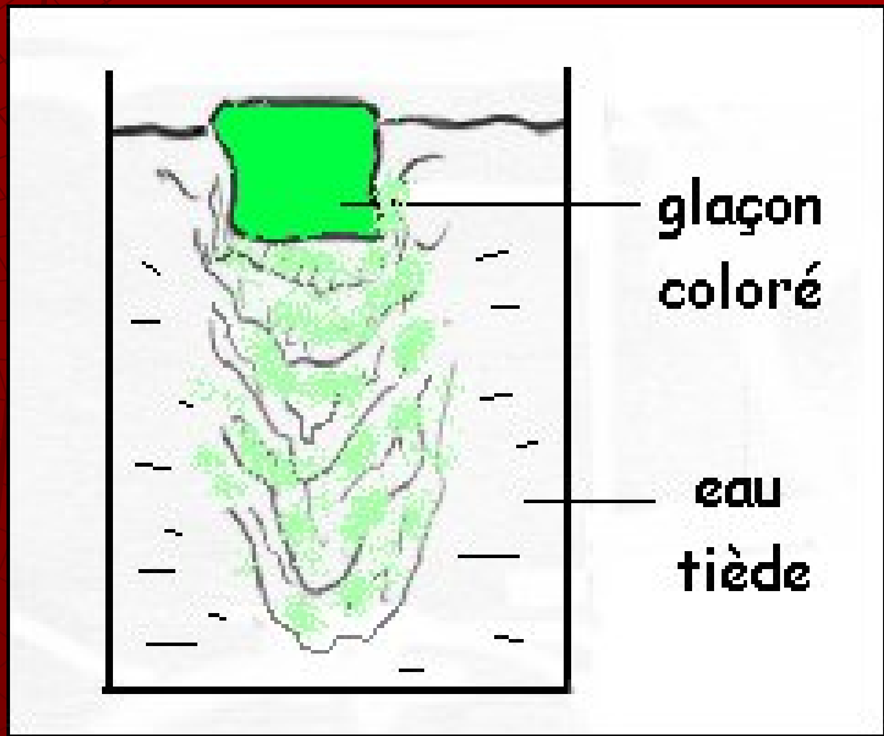
L'équilibre mécanique impose que les parties les plus denses soient situées en dessous des moins denses. Les mouvements dans le fluide seront alors favorisés :

c'est le phénomène de convection naturelle.

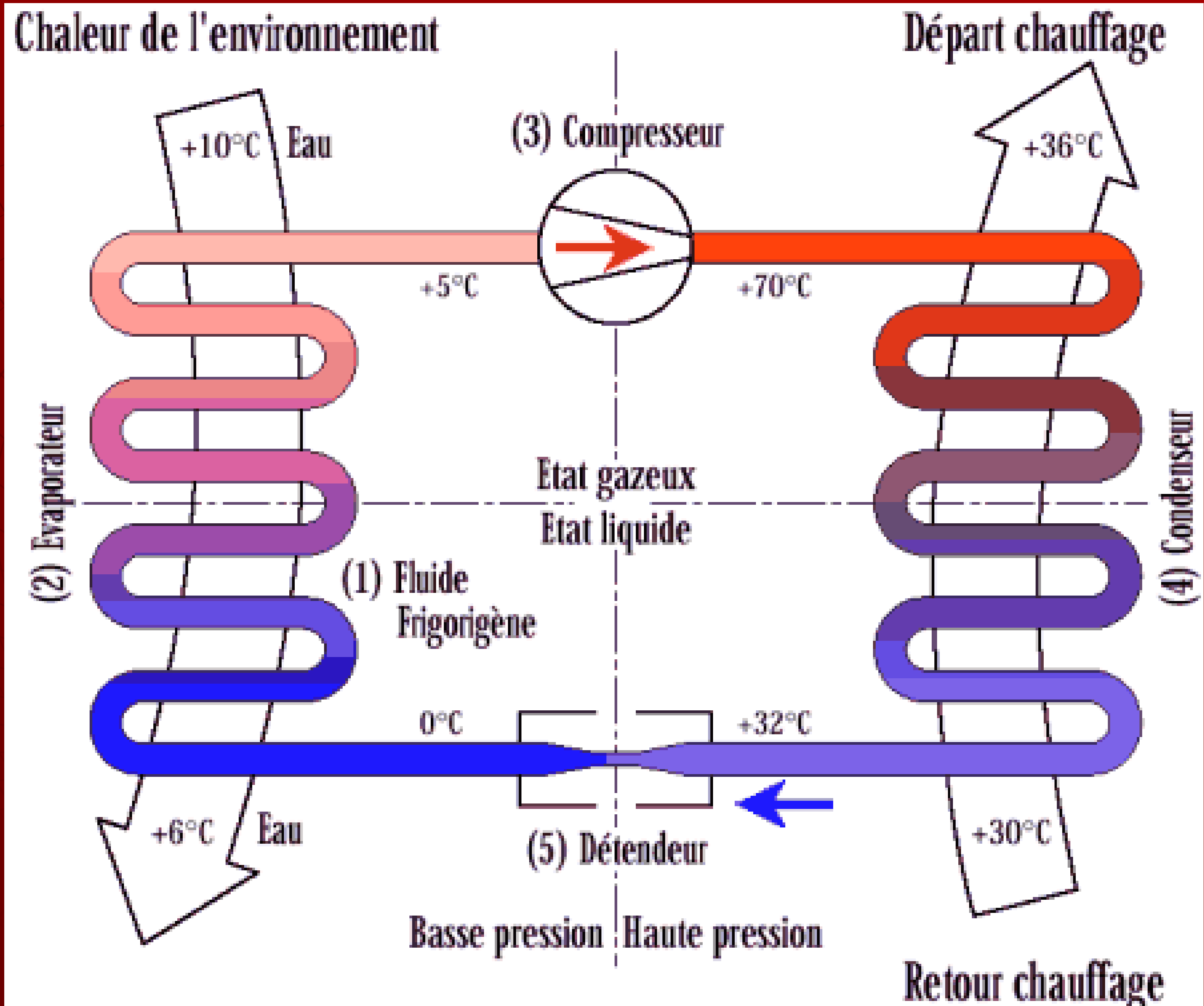
Les applications de la convection naturelle sont nombreuses :

- Chauffage d'une maison (cas d'un radiateur)
- Formation de courants océaniques,
- Formation des vents dans l'atmosphère ...

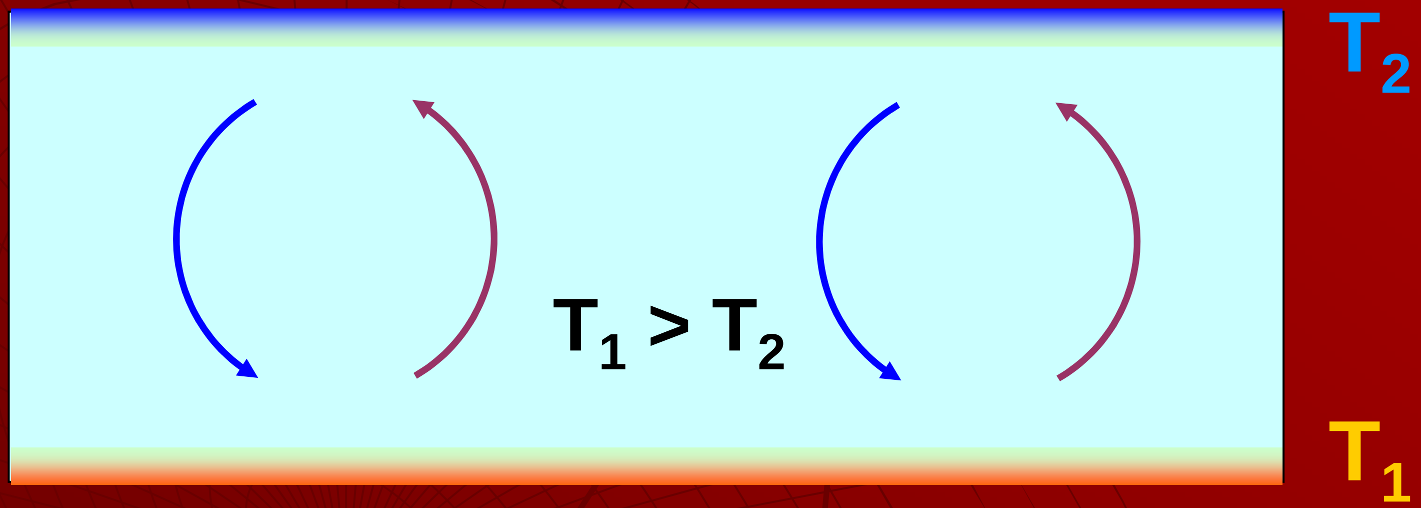




Formation des vents dans l'atmosphère


Chaleur de l'environnement
Départ chauffage
+10°C
Eau
(3) Compresseur
+36°C
+5°C
+70°C
(2) Evaporateur
Etat gazeux
Etat liquide
(4) Condenseur
(1) Fluide
Frigorigène
0°C
+32°C
+6°C
Eau
(5) Détendeur
+30°C
Basse pression
Haute pression
Retour chauffage

Expérience de Bénard:



Tourbillon de Bénard

4- Etude du phénomène de convection

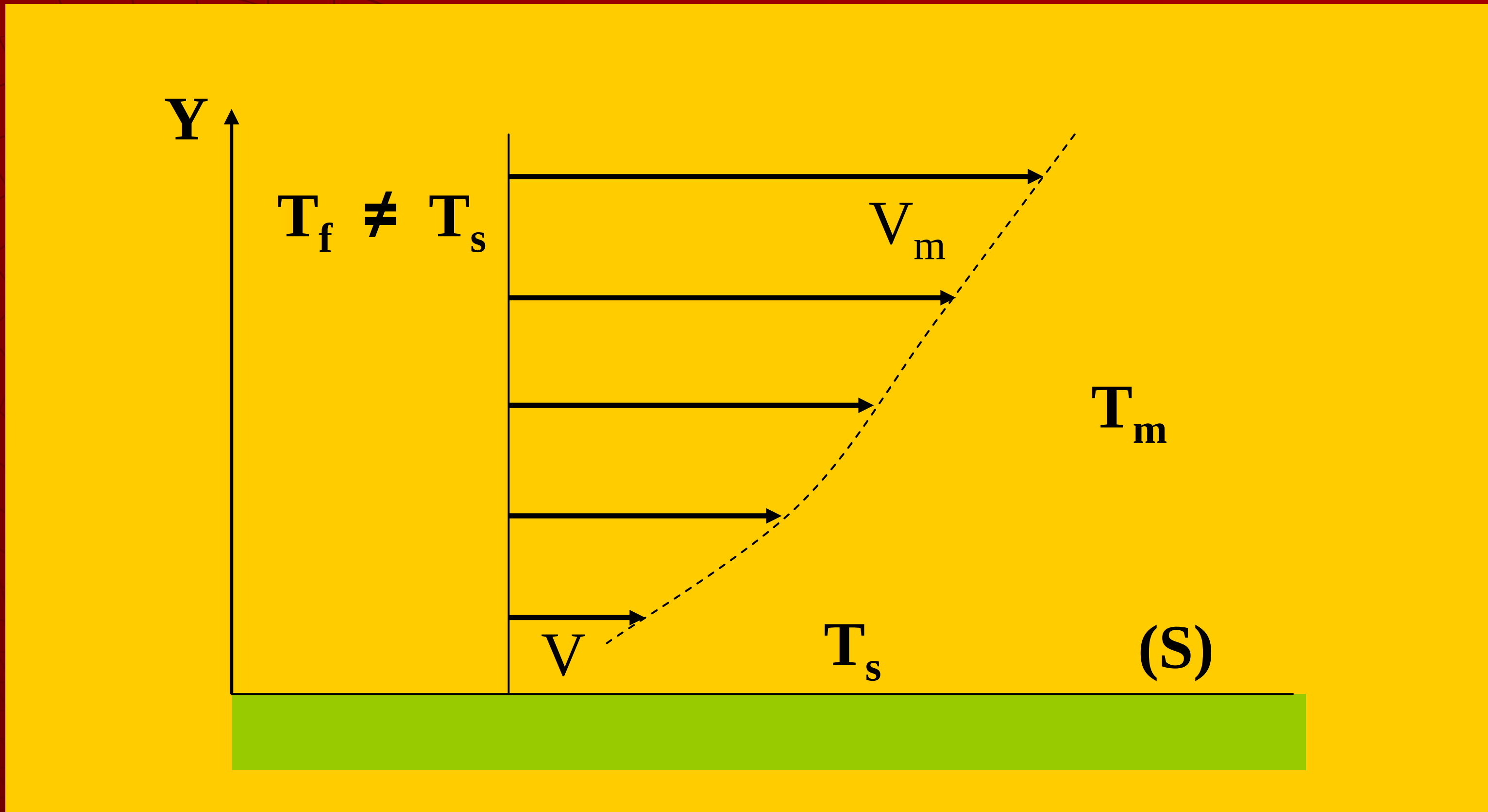
Pour étudier la convection, nous allons traiter les points suivants :

1. **Couches limites**
2. **Nature du coefficient de convection h_c**
3. **Détermination de h_c : Analyse dimensionnelle**
4. **Méthodes pratiques de calcul de h_c**
5. **Cas particuliers importants**
6. **Résistance thermique superficielle**
7. **Détermination expérimentale de h_c**

4-1 Couches limites

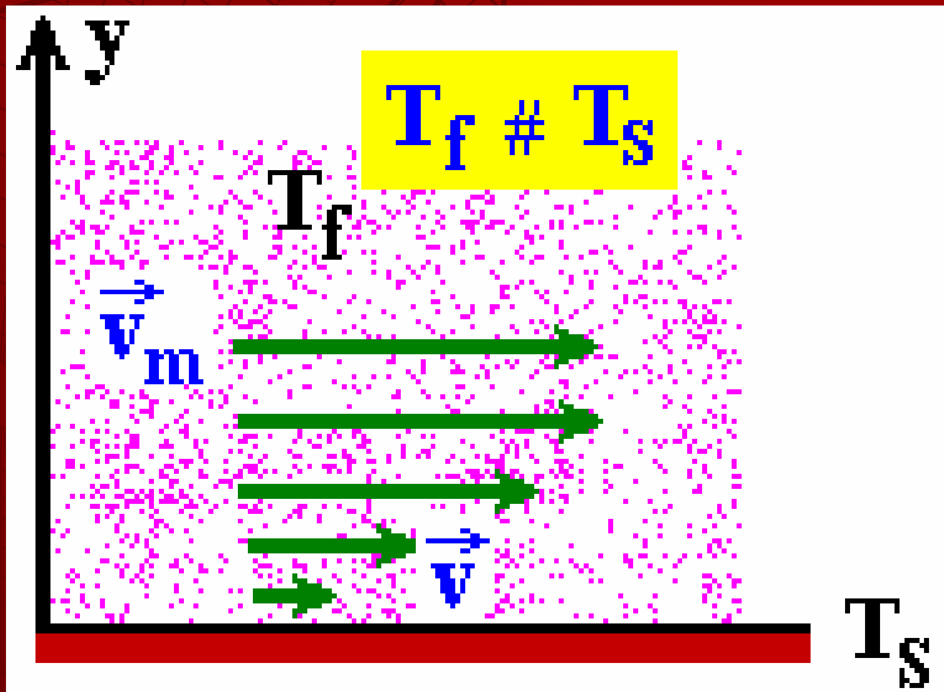
- L'étude des écoulements au voisinage des parois est nécessaire pour la détermination des échanges thermiques par convection entre un solide et le fluide qui l'entoure.

Considérons un fluide qui s'écoule le long d'une surface S.

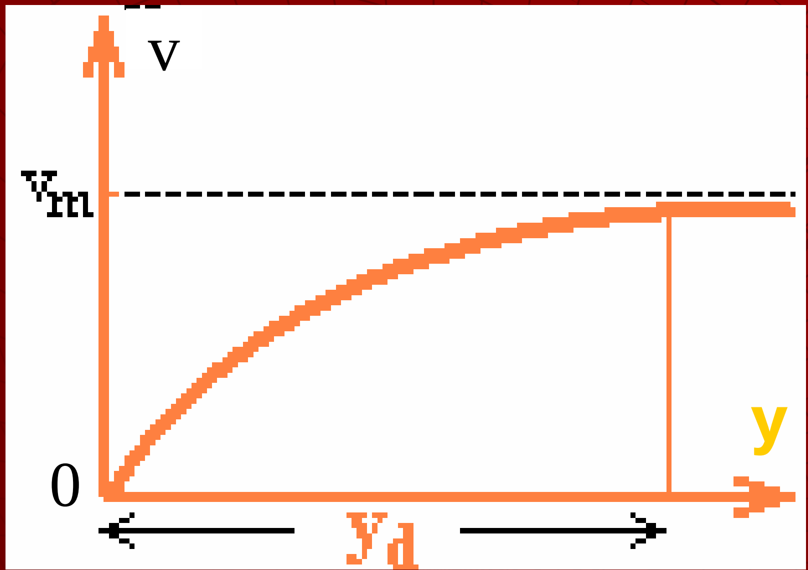


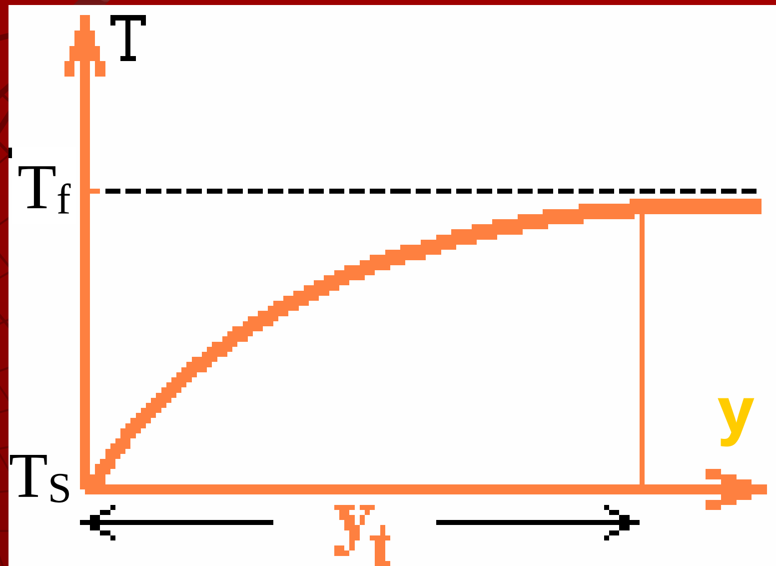
Loin de la surface, le fluide a une vitesse moyenne V_m et une température moyenne T_m.

Au voisinage immédiat de la surface, la température du fluide est très voisine de celle de la surface. La vitesse du fluide est quasiment nulle.



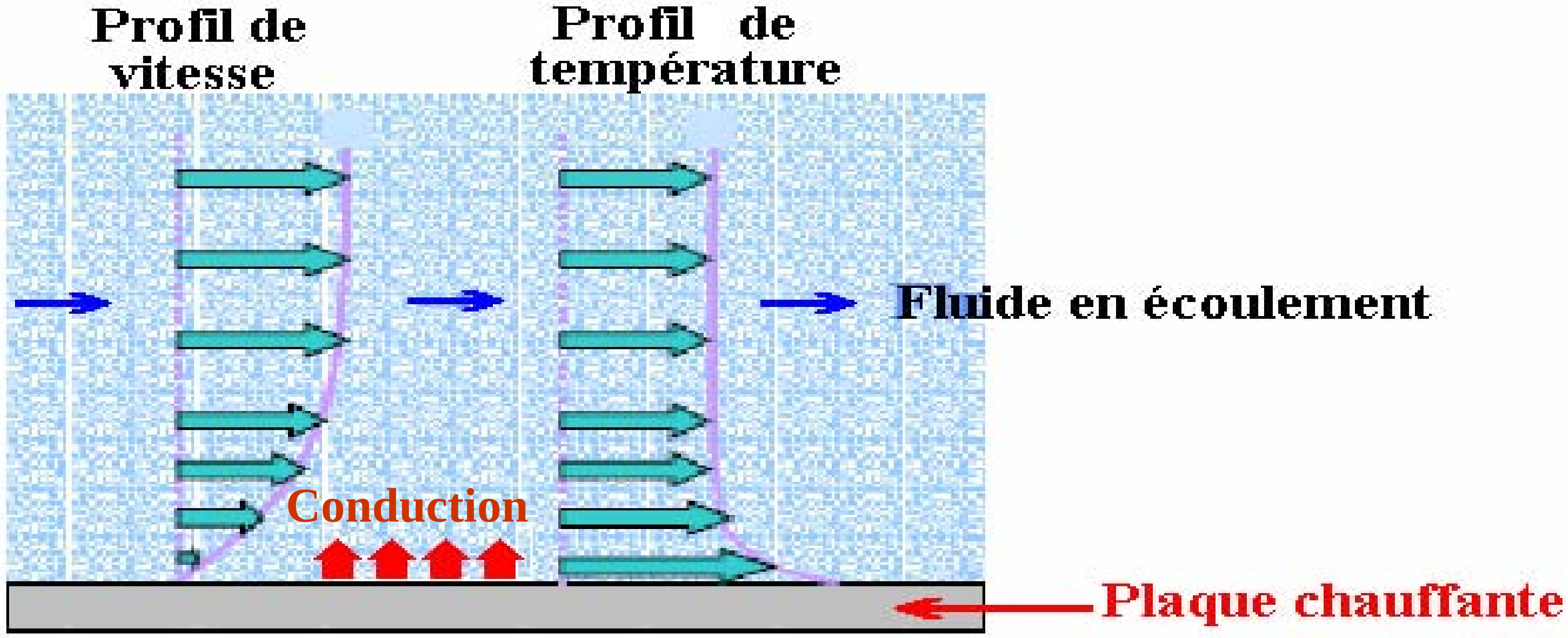
Les diagrammes des vitesses et des températures, dans la direction y perpendiculaire à la surface, définissent une couche de fluide appelée **'couche limite'** dont la température et la vitesse ont l'allure des courbes suivantes :





On définit ainsi deux couches limites

y_d et y_t de quelques mm d'épaisseur.



Au voisinage de la surface, se développent les couches limites hydrodynamiques et thermiques dans lesquelles on observe les variations de vitesse et de température.

Le transfert-chaleur de la plaque vers le fluide résulte de 2 mécanismes :

- Au voisinage immédiat de la surface, le transfert se fait par conduction ;

- Loin de la surface le transfert résulte aussi du déplacement du fluide.

Dans la couche limite, si on admet que le transfert-chaleur se fait essentiellement par conduction, donc sans transfert de matière dans la direction y, on peut écrire :

la quantité de chaleur à travers la surface (S) :

$$\delta Q = -\lambda_s \frac{\partial Ts}{\partial y}.dA.dt \qquad (1)$$

la quantité de chaleur à travers la couche limite :

$$\delta Q = -\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial y}.dA.dt \qquad (2)$$

T_s est la température de la surface du solide et

T_f la température moyenne du fluide assez loin de la paroi.

$T_f = T_f(y)$ et $T_S = T_S(y)$

T_f et T_s ne sont généralement pas connues pour pouvoir déduire dQ à partir des égalités (1) et (2).

La loi de Newton permet de contourner cette difficulté en utilisant seulement la différence de températures $(T_s - T_f)$.

$$\delta Q = h_c \, .(T_s - T_f \,).dA.dt$$

4-2 Nature du coefficient de convection hc

Le coefficient h_c dépend de plusieurs paramètres et l'échange de chaleur est d'autant plus actif, (h plus grand) lorsque :

1- la vitesse **v** d'écoulement du fluide est plus grande ;

2- sa masse volumique ρ est plus grande ;

3- sa chaleur spécifique c_p est plus grande ;

4- sa conductivité thermique λ (ou sa diffusivité thermique **a**) est plus forte ;

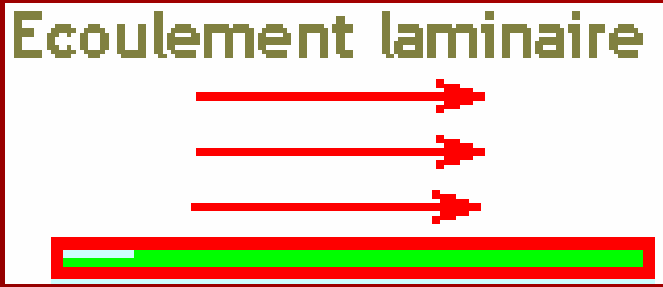
5- sa viscosité cinématique ν ($m^2.s^{-1}$) $= \mu/\rho$ est plus faible ;

h_c peut également dépendre des dimensions de la paroi, de sa nature et de sa forme.

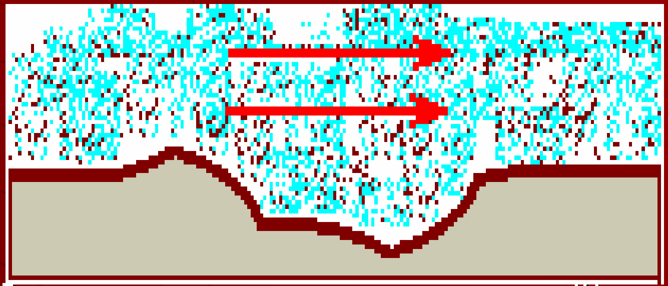
En première approximation on peut écrire :

$$h_c = h_c\,(c_p, \lambda, \mu, D, \rho, v)$$

La nature de l'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent) a beaucoup d'importance sur le transfert de chaleur.



L'écoulement turbulent est beaucoup plus favorable aux échanges convectifs car le transfert chaleur par transfert de masse se superpose au Transfert-chaleur par conduction.



Le grand nombre de facteurs influant sur le transfert de chaleur par convection explique la **difficulté de toute étude théorique, voire expérimentale**, surtout si les coefficients qui caractérisent la matière varient avec la pression et la température.

La grande variabilité des valeurs du coefficient de convection obtenues à partir des formules empiriques rendent leurs utilisation difficile voire impossible, sauf dans des domaines très limités et bien déterminés.

Convection libre	5 - 25
Convection forcée (gaz)	25 - 250
Convection forcée (liquide)	50 - 20 000
Conv. chang. de phase (condens. ébul.)	2 500 - 100 000

La méthode utilisant l'analyse dimensionnelle semble être la plus aisée dans sa mise en œuvre pour la détermination de l'expression du coefficient de convection h_c.

Elle ne permet cependant pas d'établir les lois, mais de prévoir leur allure.

4-3 Détermination de h_c par la méthode de l'analyse dimensionnelle

Supposons que h_c soit une fonction des variables :

- c : chaleur spécifique (J.kg^{-1}.K^{-1})
- λ : conductivité thermique (W.m^{-1}.K^{-1})
- μ : viscosité dynamique (kg.m^{-1}.s^{-1})
- v : vitesse (m.s^{-1})
- d : dimension caractéristique (m)

$\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$: viscosité cinématique : (m² / s)

$$h_c = h_c\,(c, \lambda, \mu, d, v)\ ;\quad (\mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}})$$

h_c est aussi fonction implicite de la température T puisque ρ, c et λ en dépendent.

Ces variables n'interviennent pas toutes en même temps.

Utilisons les équations aux dimensions de chaque terme

$$\left[\delta Q\right] = \left[\textbf{énergie}\right] = \left[\textbf{force}\right].\left[\textbf{déplacement}\right] = \mathbf{M.L^2.T^{-2}}$$

$$\left[\text{conductivité thermique } \lambda\right] = \frac{[\delta Q]}{L.T.\theta} = M.L.T^{-3}.\theta^{-1}$$

$$\left[\textbf{vitesse v}\right] = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{T}}$$

$$\left[\textbf{chaleur spécifique c}\right] = \frac{[\delta \mathbf{Q}]}{\mathbf{M}.\theta} = \mathbf{L^2.T^{-2}}.\theta^{-1}$$

$$\left[\textbf{viscosité dynamique } \mu\right] = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{L.T}}$$

L'équation aux dimensions de h_c est obtenue à partir de la loi de Newton :

$$\left[\mathbf{h_c}\right] = \frac{[\delta \mathbf{Q}]}{[(\mathbf{T_s} - \mathbf{T_f})].[\mathbf{dA}].[\mathbf{dt}]} = \mathbf{M.T^{-3}}.\theta^{-1}$$

En écrivant $[h_c]$ sous la forme :

$$[h_c] = [c]^a . [\lambda]^b . [\mu]^c . [d]^d . [v]^e$$

Ou encore :

$$[h_c] = \left(L^2.T^{-2}.\theta^{-1}\right)^a \left(M.L.T^{-3}.\theta^{-1}\right)^b \left(M.L^{-1}.T^{-1}\right)^c (L)^d \left(L.T^{-1}\right)^e = M.T^{-3}.\theta^{-1}$$

Les <u>grandeurs fondamentales</u> intervenant dans le calcul de h_c sont :

la masse M, le temps T, la longueur L, la température θ

L'identification des exposants dans l'équation aux dimensions de h_c fournit un système linéaire d'équations permettant de calculer a, b, c, d et e.

$$\left(L^{2}.T^{-2}.\theta^{-1}\right)^{a}\left(M.L.T^{-3}.\theta^{-1}\right)^{b}\left(M.L^{-1}.T^{-1}\right)^{c}\left(L\right)^{d}\left(L.T^{-1}\right)^{e}=M.T^{-3}.\theta^{-1}$$

Ainsi :

l'exposant de M → $b + c = 1$

l'exposant de θ → $a + b = 1$

l'exposant de L → $2a + b - c + d + e = 0$

l'exposant de T → $2a + 3b + c + e = 3$

La résolution des équations aux dimensions fait apparaître des nombres sans dimension très utiles dans l'étude de la mécanique des fluides et en particulier dans les phénomènes convectifs.

Ces nombres sont en particulier :

1 - *Le nombre de Reynolds*

2 - *Le nombre de Nusselt*

3 - *Le nombre d' Eckert*

4 - *Le nombre de Grashof*

5 - *Le nombre de Prandtl*

Le nombre de Reynolds

Le régime d'écoulement d'un fluide peut être laminaire ou turbulent. Le passage d'un régime à un autre est caractérisé par le nombre de Reynolds :

$$\mathrm{Re} = \frac{v.d}{\nu}$$

L'expérience montre que pour R_e inférieur à une valeur critique R_{ec}, l'écoulement dans une conduite est toujours laminaire

On peut admettre la valeur 2200 pour R_{ec}.

Le nombre de Nusselt

Il caractérise l'importance de la convection par rapport à la conduction :

C'est le rapport de la quantité de chaleur échangée par convection $h.S.\Delta T$ à une quantité de chaleur échangée par conduction $\lambda.S.\Delta T/d$:

$$\mathbf{Nu} = \frac{h.S.\Delta T}{\lambda.S.\frac{\Delta T}{d}} \Rightarrow \mathbf{Nu} = \frac{h.d}{\lambda}$$

Remarque:

Nu est fonction directe de h_c, sa connaissance permet de déterminer la valeur de h_c.

Le nombre d'Eckert :

Caractérise la dissipation d'énergie par frottement au sein du fluide (dégradation de l'énergie mécanique en chaleur).

$$\frac{v^2}{c_p \Delta T}$$

Le nombre de Grashof :

Caractérise la force de viscosité du fluide.

β_p : facteur de dilatation volumique du fluide

$$Gr = \frac{g d^3 \beta_p \Delta T}{\nu^2}$$

Le nombre de Prandtl :

Caractérise la distribution des vitesses par rapport à la distribution de la température.

$$\Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

4-4 Méthode pratique de calcul de hc

Avant de procéder au calcul de h_c il faut bien savoir :

- 1- si le fluide est liquide ou gaz
- 2- l'intervalle de température du fluide
- 3- s'il s'agit d'une convection naturelle ou forcée
- 4- si le régime d'écoulement est laminaire ou turbulent.
- 5- si le fluide est en contact avec une surface plane, circule entre deux surfaces planes ou circule dans un tube...

Les différentes phases de calcul

- Calculer R_e et le comparer à R_{ec} ;

- Si $R_e < R_{ec}$ le régime est dit laminaire,
  $R_e > R_{ec}$ le régime est dit turbulent ;

- Utiliser l'une des formules empiriques données pour déterminer h_c ;

- Calculer δ**Q** par la formule de Newton et intégrer pour avoir **Q**.

Formules utilisées

a - <u>Ecoulement tubulaire</u> :

Nombre de Reynolds critique : $R_{ec} = 2200$

Généralement les écoulements sont forcés et le régime est turbulent et

$$Nu = 0{,}023 \cdot Pr^{1/3} \cdot Re^{4/3}$$

Formule connue sous le nom 'formule de 'Colburn'

avec :

$$\boxed{Re = \frac{Vd}{\nu}} = \boxed{\frac{\rho V d}{\mu}}$$

d est le diamètre du tube

b - Ecoulement plan :

Nombre de Reynolds critique : $R_{ec} = 3.10^5$

Convection naturelle:

Ecoulement laminaire : $Nu = 0{,}479.Gr^{1/4}$, $Re < Rec$

Ecoulement turbulent : $Nu = 0{,}13.(Gr.Pr)^{1/3}$, $Re > Rec$

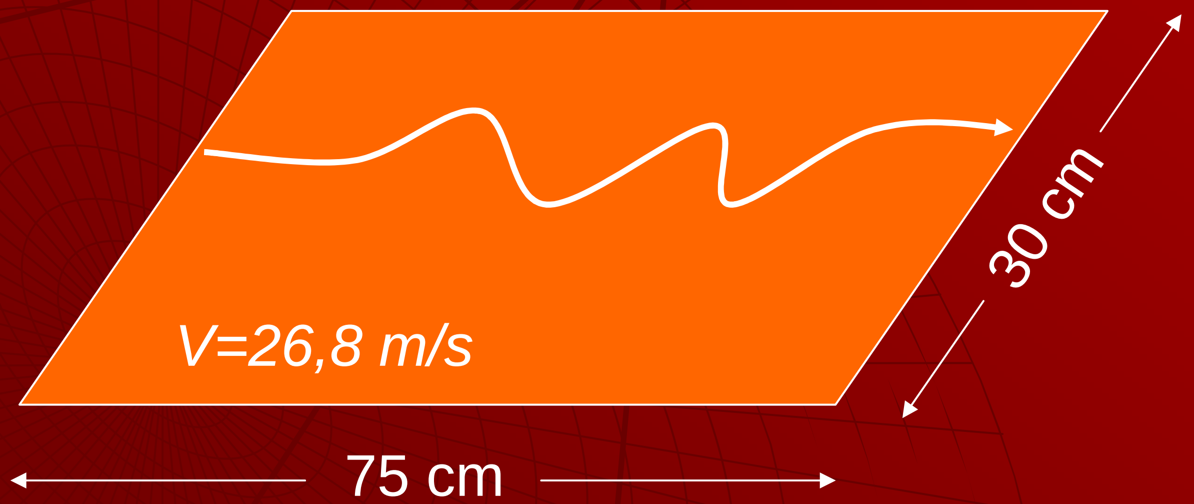
Convection forcée:

Ecoulement laminaire : $Nu = 0{,}66\ Pr^{1/3}\ Re^{1/2}$, $Re < Rec$

Ecoulement turbulent : $Nu = 0{,}036\ Pr^{1/3}\ Re^{4/5}$, $Re > Rec$

Exemple de calcul :

De l'air à 5 °C circule sur une surface plane de 75 cm de long et 30 cm de large à la température 71 °C, avec une vitesse moyenne de 26,8 m/s.



Calculer la puissance-chaleur échangée entre l'air et la surface.

Données :

Température de l'air : T_{air} **= 5 °C**

Masse volumique de l'air : ρ **= 1,136** kg/m^3

Chaleur spécifique isobare de l'air : c_p = **1** J.g^{-1}.K^{-1})

Viscosité dynamique de l'air : μ **= 1,91 10^{-5}** Poiseuille (kg.m^{-1}.s^{-1})

Conductivité de l'air : λ **= 0,027** W.m^{-1}.K^{-1}

Calcul du nombre de Reynolds

$$\mathbf{Re} = \frac{\mathbf{V.L}}{\nu} = \frac{\mathbf{V.L.}\rho}{\mu} = \frac{\mathbf{26{,}8x0{,}75x1{,}136}}{\mathbf{1{,}91x10^{-5}}} = \mathbf{1{,}2.10^{6}}$$

Re > 3.10^5 $\rightarrow$ le régime d'écoulement est turbulent

V = 26,8 m/s = 96,5 km/h $\rightarrow$ la convection est forcée

Nombre de Nusselt

$$\mathrm{Nu} = 0{,}036\ \mathrm{Pr}^{1/3}\ \mathrm{Re}^{4/5}$$

Nombre de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu . c_p}{\lambda} = \frac{1,91.10^{-5}.10^{3}}{0,027} = 0,711$$

$$Nu = 0,036.(0,711)^{1/3}.(1,2.10^{6})^{4/5} = 2346$$

$$h_c = \frac{\lambda . Nu}{L} = \frac{0,027.2346}{0,75} = 84,5\ W.m^{-2}.K^{-1}$$

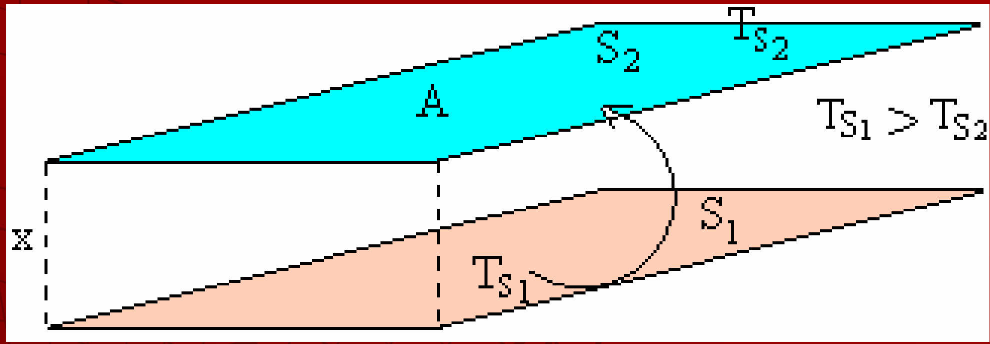
$$\dot{Q} = h_c.(T_s - T_{air}).S = 84,5.(71-5).0,75.0,3 = 1255\ W$$

4-5 Cas particuliers importants

1 - Convection entre deux plans à températures différentes.

2 - Cas des parois en contact avec l'air atmosphérique.

1 - Convection entre deux plans parallèles, à températures différentes:



La circulation d'un fluide entre deux plans, pour des volumes limités, se rencontre très fréquemment :

- vitre au dessus de la partie absorbant d'un capteur solaire,

- effet de serre en général, …

Si la distance entre S_1 et S_2 est suffisamment grande, il y a mise en circulation naturelle du fluide de S_1 vers S_2 si $T_{S1} > T_{S2}$

La puissance chaleur échangée par convection entre les deux plaques s'écrit :

$$\dot{Q}_v = h_{c1}.(T_{S1} - T_{f1}).A = h_{c2}.(T_{f2} - T_{S2}).A$$

T_{f1} et T_{f2} : températures du fluide au voisinage des surfaces S_1 et S_2.

Si $T_{f1} = T_{f2} = T_f$, on peut écrire :

$$\dot{Q}_v = h_{c1}.(T_{S1} - T_f).A = h_{c2}.(T_f - T_{S2}).A$$

$$h_{c1}.(T_{S1} - T_f) = h_{c2}.(T_f - T_{S2}) \longrightarrow \boxed{T_f = \frac{h_{c1}.T_{s1} + h_{c2}.T_{s2}}{h_{c1} + h_{c2}}}$$

On introduisant le coefficient de transfert chaleur :

$$h_c = \frac{h_{c1}.h_{c2}}{h_{c1} + h_{c2}}$$

On peut écrire :

$$\dot{Q}_v = \frac{h_{c1}.h_{c2}}{h_{c1} + h_{c2}}.(T_{s1} - T_{s2}).A$$

Si l'épaisseur x du fluide est petite, on peut admettre que le transfert par convection est négligeable devant le transfert par conduction. La puissance chaleur transmise par conduction serait alors :

$$\dot{Q}_d = \frac{\lambda_f}{x} . (T_{S1} - T_{S2}) . A$$

Le rapport de ces deux puissances est un nombre de Nusselt particulier :

$$\frac{\dot{Q}_v}{\dot{Q}_d} = \frac{h_c . x}{\lambda_f} = N_u^*$$

On constate que si x est petit, $\dot{Q}_v$ est petit par rapport à $\dot{Q}_d$.

Formules à utiliser : $Nu^* = K.(Gr.\ Pr)^n$

K et n sont des constantes dépendant de l'inclinaison des plans et de leur géométrie.

Pour des plans verticaux, $n = \frac{1}{4}$ et $K = 0{,}2\,.\left(\frac{L}{x}\right)^{-\frac{1}{9}}$

$$N_u^* = \frac{h_c x}{\lambda} = 0{,}2\,.\left(\frac{L}{x}\right)^{-\frac{1}{9}} .\left(\frac{g.x^3.\beta_p.\Delta T}{\nu^2}.\frac{\mu.c_p}{\lambda}\right)^{\frac{1}{4}}$$

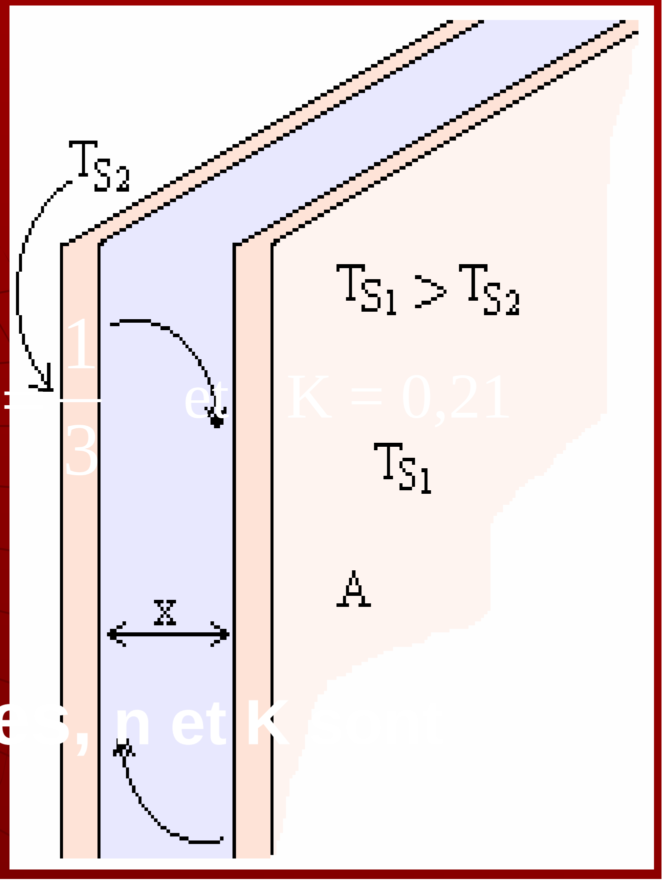
h_c étant déterminé, on déduit

$$Q = h_c.(T_{S1} - T_{S2}).A$$

Pour des plans horizontaux, $n = \frac{1}{3}$ et $K = 0{,}21$

$$N_u^* = \frac{h_c x}{\lambda} = 0{,}21\,.\left(\frac{g.x^3.\beta_p.\Delta T}{\nu^2}.\frac{\mu.c_p}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Pour des inclinaisons intermédiaires, n et K
différents.



2 - Cas des parois en contact avec l'air atmosphérique:

Pour traiter les problèmes de l'air atmosphérique au contact des parois, plusieurs formules empiriques sont utilisées.

La plus utilisée est : $\mathbf{h_c = 5.7 + 3.8\, v}$

v en (m/s) et $\mathbf{h_c}$ en ($W.m^{-2}.K^{-1}$)

Les tableaux suivants sont d'un emploi très Commode.

Convection naturelle

Position de la paroi	Valeur de h_c en $W.m^{-2}.K^{-1}$			
	Ecart de température Air-Paroi			
	10 °C	100 °C	200 °C	400 °C
Verticale	4	7	8	10
Horizontale	5	9	11	13

Convection forcée

Paroi verticale	Vitesse en $m.s^{-1}$	1	5	25
	h_c en $W.m^{-2}.K^{-1}$	9	23	81

Exemple : De l'air circule sur la face verticale externe d'un mur, avec une vitesse de **5 m/s**. La température de surface du mur est **20 °C**, celle de l'air est **10 °C**.

La convection étant forcée, la densité de flux de chaleur échangée par convection est, dans ce cas :

$$\varphi = h_c .(T_{s1} - T_{s2}) = 23.(20 - 10) = 230 \text{ W/m}^2$$

Pour le calcul des charges thermiques des bâtiments, on prend généralement :

$$\frac{1}{h_{ci}} = 0{,}11\,m^2.K.W^{-1}$$

Soit h_{ci} = 9,09 $W.m^{-2}.K^{-1}$ pour une paroi verticale en contact avec l'air intérieur d'une salle (conv. naturelle).

$$\frac{1}{h_{ce}} = 0{,}06\,m^2.K.W^{-1}$$

et h_{ce} = 16,67 $W.m^{-2}.K^{-1}$ comme valeur moyenne pour une paroi verticale en contact avec l'air extérieur.

Pour des sites très exposés au vent (immeuble de grande hauteur par exemple), on augmente la valeur de h_{ce}.

3 - Résistance Thermique superficielle :

Considérons un fluide de température T_1 qui circule au voisinage d'une paroi de température T_2. La densité de flux de chaleur échangée s'écrit :

$$\varphi = h_c(T_1 - T_2)$$

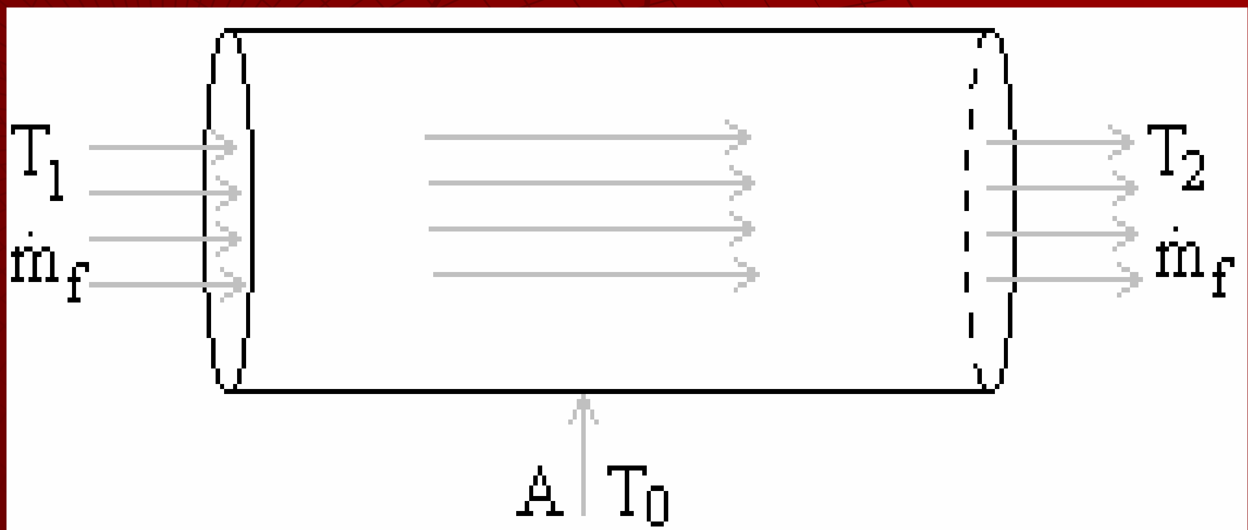
$$(T_1 - T_2) = \frac{1}{h_c}.\varphi = R_{th}.\varphi$$

L'analogie avec la loi d'Ohm permet de définir la résistance thermique superficielle R_{th}.

$$R_{th} = \frac{1}{h_c}$$ ($m^2.K.W^{-1}$)

4 - Détermination expérimentale de h_c:

On considère un écoulement laminaire d'un fluide dans un tube cylindrique. La surface latérale du cylindre est maintenue à température constante T_0 (chauffage à l'aide d'une résistance électrique intégrée dans la surface). On fixe le débit du fluide dans le tube et on mesure les températures d'entrée T_1 et de sortie T_2 du fluide.



L'équation qui régit les échanges de chaleur entre la surface A du cylindre et le fluide s'écrit:

$$\dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = h_c \cdot (T_0 - \overline{T}_f)$$

T_f est la température moyenne du fluide qui circule dans le tube :

$$\overline{T}_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

On obtient ainsi une valeur moyenne de h_c généralement suffisante pour les calculs des installations industrielles.

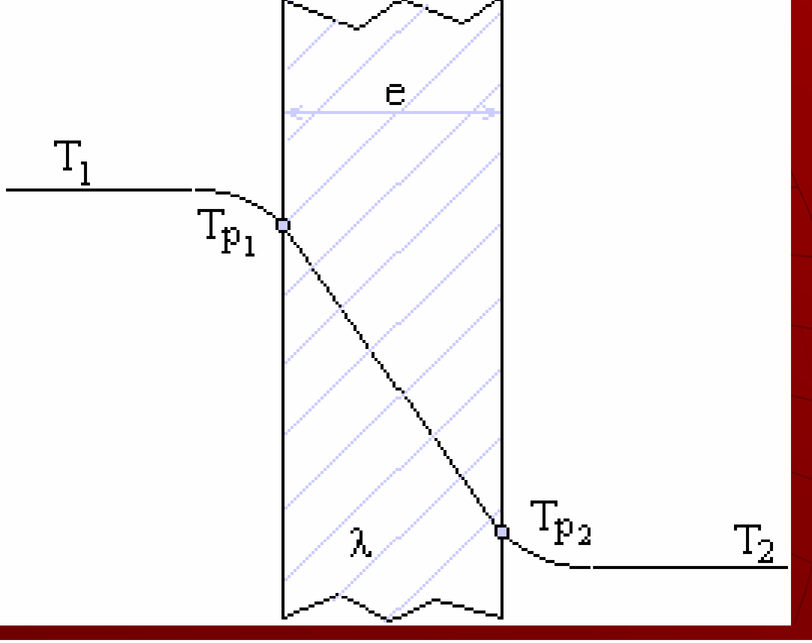
5 - Transfert de chaleur d'un fluide à un autre à travers une paroi

Ce problème se rencontre fréquemment dans les échangeurs de chaleur.

Paroi plane

En régime stationnaire, le flux de chaleur à travers une surface S donnée est conservatif. Il est donc aisé d'exprimer l'égalité des flux de chaleur :

$$\dot{Q} = h_{c1} . S . (T_1 - T_{p1}) = \frac{\lambda}{e} . S . (T_{p1} - T_{p2}) = h_{c2} . S . (T_{p2} - T_2)$$



d'où : $T_1 - T_{p1} = \frac{\dot{Q}}{h_{c1}.S}$ $T_{p1} - T_{p2} = \frac{\dot{Q}.e}{\lambda.S}$ $T_{p2} - T_2 = \frac{\dot{Q}}{h_{c2}.S}$

En ajoutant membre à membre ces équations, on obtient :

$$T_1 - T_2 = \frac{\dot{Q}}{S}.\left(\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}\right)$$

ou encore :

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}}.S.(T_1 - T_2)$$

Posons :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}}$$

l'équation précédente devient donc :

$$\dot{Q} = k.S.(T_1 - T_2)$$

k étant le coefficient de transfert global (en W.m^{-2}.k^{-1}),

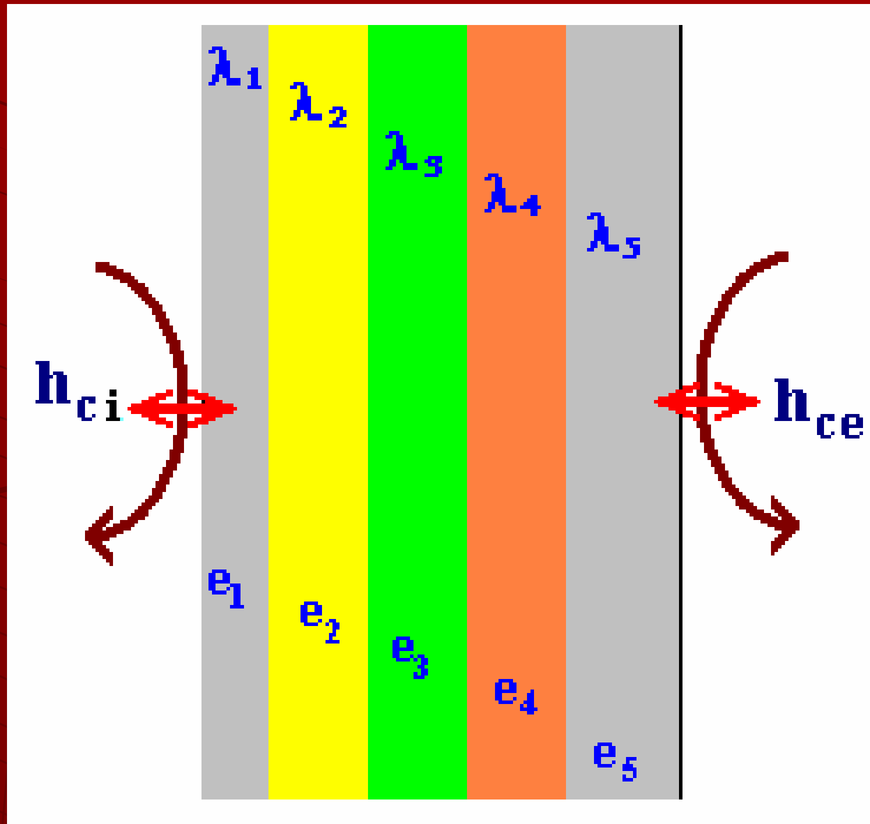
et $R = \dfrac{1}{k}$ est la résistance thermique globale.

Dans le cas d'une paroi plane composée (épaisseurs e_1, e_2, e_3 …et conductivités λ_1, λ_2, λ_3 …), le même calcul conduit à la résistance thermique globale :

soit :

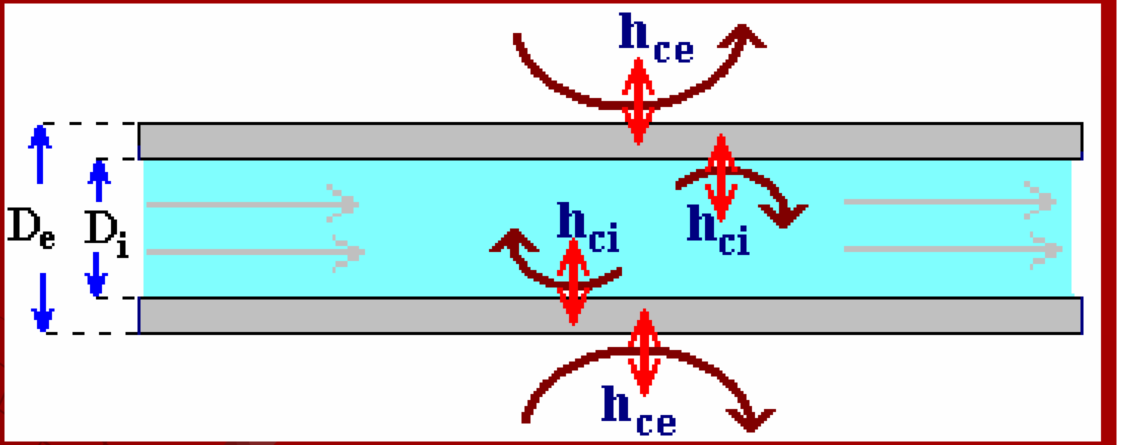
$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \ldots + \frac{1}{h_{c2}}\right)$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_{c1}} + \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_{c2}}$$



$$\frac{1}{K} = \left(\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \cdot \cdot \cdot + \frac{1}{h_{c2}} \right)$$

Paroi tubulaire



Rappel :

Mur :

$$\boxed{R_\lambda = \frac{e}{\lambda S}}$$

$$\dot{Q} = h_c S (T_2 - T_1)$$

Cylindre :

$$\boxed{R_\lambda = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\lambda L} |\Phi|}$$

$$\dot{Q} = 2\pi\lambda L \frac{(T_2 - T_1)}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

En régime stationnaire,
l'égalité des flux de chaleur donne :

$$\dot{Q} = h_{ce} D_e \pi L (T_e - T_{pe}) = \lambda \frac{2\pi L}{\ln \frac{D_e}{D_i}} (T_{pe} - T_{pi}) = h_{ci} D_i \pi L (T_{pi} - T_i)$$

Paroi tubulaire

$$\dot{Q} = h_{ce}.D_e.\pi.L.(T_e - T_{pe}) = \lambda.\frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right)}.(T_{pe} - T_{pi}) = h_{ci}.D_i.\pi.L.(T_{pi} - T_i)$$

Un calcul analogue à celui de la paroi plane conduit à :

$$\dot{Q} = \frac{\pi L}{\frac{1}{h_{ce}.D_e} + \frac{1}{2\lambda}.\ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_{ci}.D_i}}.(T_e - T_i)$$

$$\dot{Q} = k.L.(T_e - T_i)$$

Avec k le coefficient de transfert global (en $W.m^{-2}.K^{-1}$), et
1/k la résistance thermique globale.

Dans le cas d'un tube à paroi composée :

$$k = \frac{\pi}{\frac{1}{h_{ce}.D_e} + \sum_i \frac{1}{2\lambda_i}.\ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_{ci}.D_i}}$$

Application:

Calculer les températures des deux faces d'un mur d'épaisseur 0,4 m.

On donne:

- . λ = 0,813 $W.m^{-1}.K^{-1}$
- . Te = -15 °C
- . Ti = 20 °C
- . h_{ce} = 25 $W.m^{-2}.K^{-1}$
- . h_{ci} = 8,33 $W.m^{-2}.K^{-1}$

La résistance thermique globale :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_{ce}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{ci}} = \frac{1}{25} + \frac{0,4}{0,813} + \frac{1}{8,33} = 0,652$$

Soit : **$k = 1,534\ W.m^{-2}.K^{-1}$**

Avec $T_i - T_e = 35\ °C$, on a : $\dot{Q} = k.S.(T_i - T_e)$

et $\frac{\dot{Q}}{S} = k.(T_i - T_e) = 1,534 \times 35 = 53,69\ W/m^2$

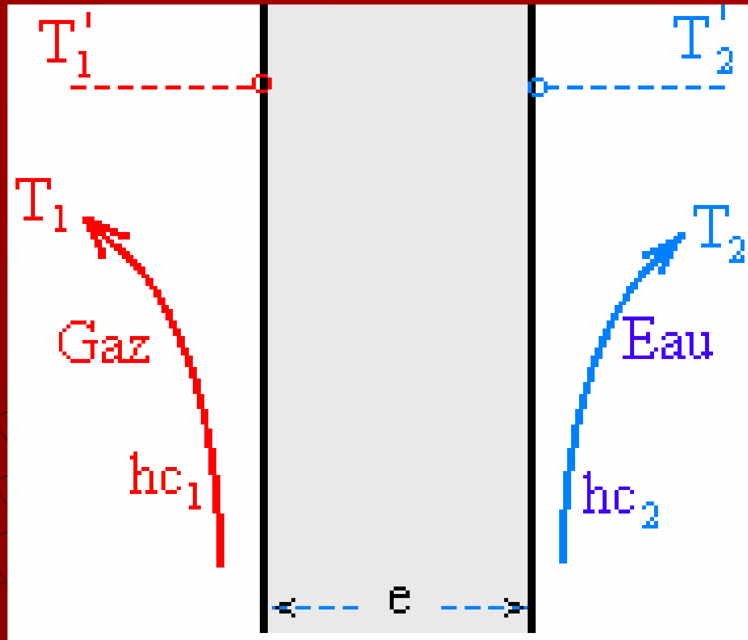
Or : $\frac{\dot{Q}}{S} = h_{ci}.(T_i - T_{pi}) = \frac{\lambda}{e}.(T_{pi} - T_{pe}) = h_{ce}.(T_{pe} - T_e)$

D'où : $(T_i - T_{pi}) = \frac{\dot{Q}}{h_{ci}.S} = 6,45\ °C$ → **$T_{pi} = 13,55\ °C$.**

$(T_{pi} - T_{pe}) = \frac{e}{\lambda}\frac{\dot{Q}}{S} = 26,42\ °C$ → **$T_{pe} = -12,87\ °C$**

C - Echange de chaleur à travers la paroi d'un tube de chaudière :

En désignant par h_{c1} et h_{c2} les coefficients de convection fluide-paroi de chaque côté de la paroi d'un tube de chaudière, la densité de flux de chaleur se conserve en régime permanent, et on a :

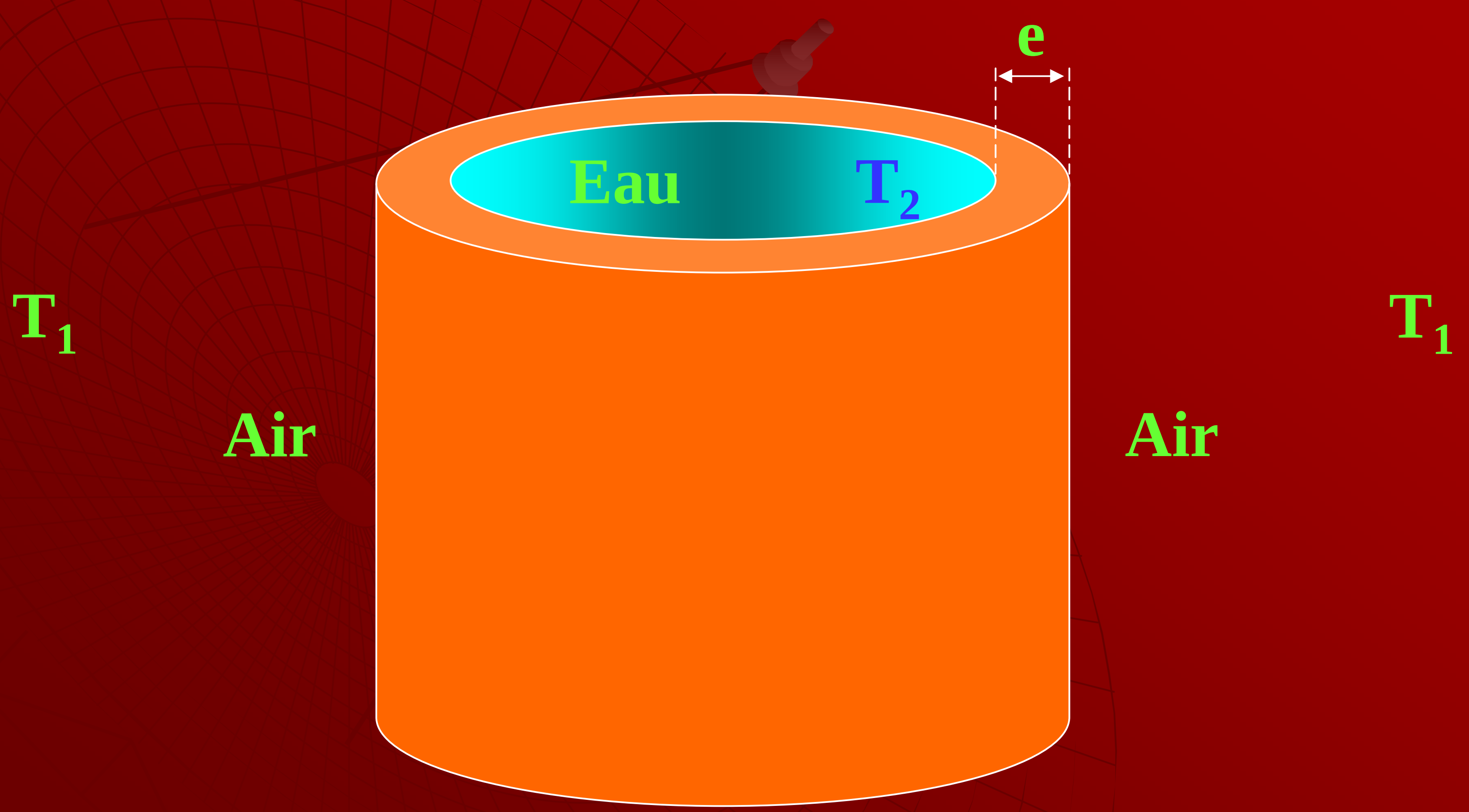


$$\varphi = h_{c1}.(T_1 - T_1') = \frac{\lambda}{e}.(T_1' - T_2') = h_{c2}.(T_2' - T_2)$$

Un tube de chaudière a en général une paroi très mince.
La densité de flux de chaleur qui la traverse a pour expression :

$$\varphi = k.(T_1 - T_2)$$

Pour $(T_1 - T_2)$ fixe, il faut avoir évidemment k aussi fort que possible afin de limiter le dimensionnement de l'installation.

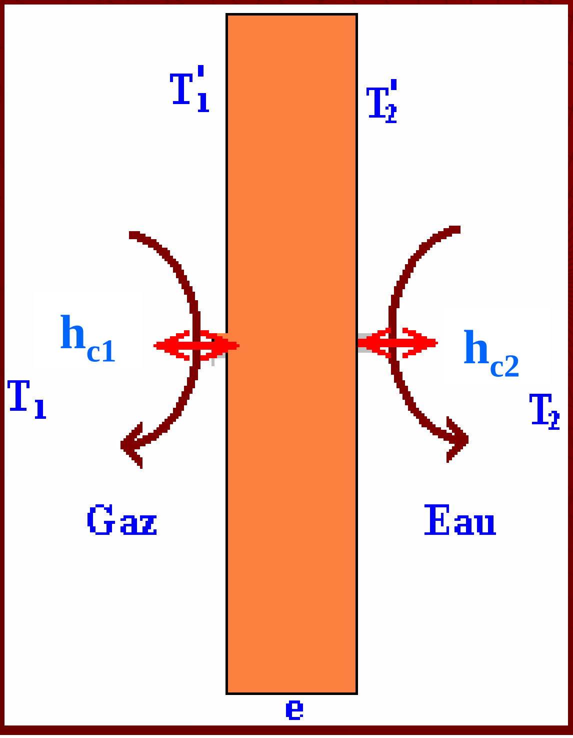


Pour que k soit fort, il faut que $1/h_{c1}$, $1/h_{c2}$ et particulièrement e/λ soient faibles (e faible, λ fort)

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}$$

Il faut tenir compte des contraintes mécaniques grâce à la formule :

$$e = \frac{PD}{\varepsilon R}$$



P est la pression interne,

D le diamètre du tube

R la charge de rupture du métal à la température ambiante

e un paramètre qui tient compte de la température du métal et d'un coefficient de sécurité.

En général, e/λ est très faible dans une chaudière

$h_{c1} \ll h_{c2}$ ⟷ l'eau est beaucoup plus convectif que le gaz.

Dans ce cas :

$$\varphi = k.(T_1 - T_2) = \frac{\lambda}{e}.(T_1' - T_2')$$

$$\rightarrow \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{k}} = \frac{(T_1' - T_2')}{\frac{e}{\lambda}} \rightarrow (T_1' - T_2') \ll (T_1 - T_2)$$

La température moyenne du tube est :

$$T_m = \frac{T_1' + T_2'}{2} \rightarrow T_1' \approx T_2' \approx T_m$$

D'autre part on a :

$$\frac{(T_2' - T_2)}{\frac{1}{h_{c2}}} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{k}} \rightarrow (T_2' - T_2) = \frac{k}{h_{c2}}(T_1 - T_2)$$

Mais : h_{c2}(eau) >> k, $\rightarrow$ $T'_2 - T_2 \ll T_1 - T_2$.

$\rightarrow$ $T'_2 \ll T_1$.

Et comme $T'_2 \approx T_m$, $\rightarrow$ $T_m \ll T_1$.

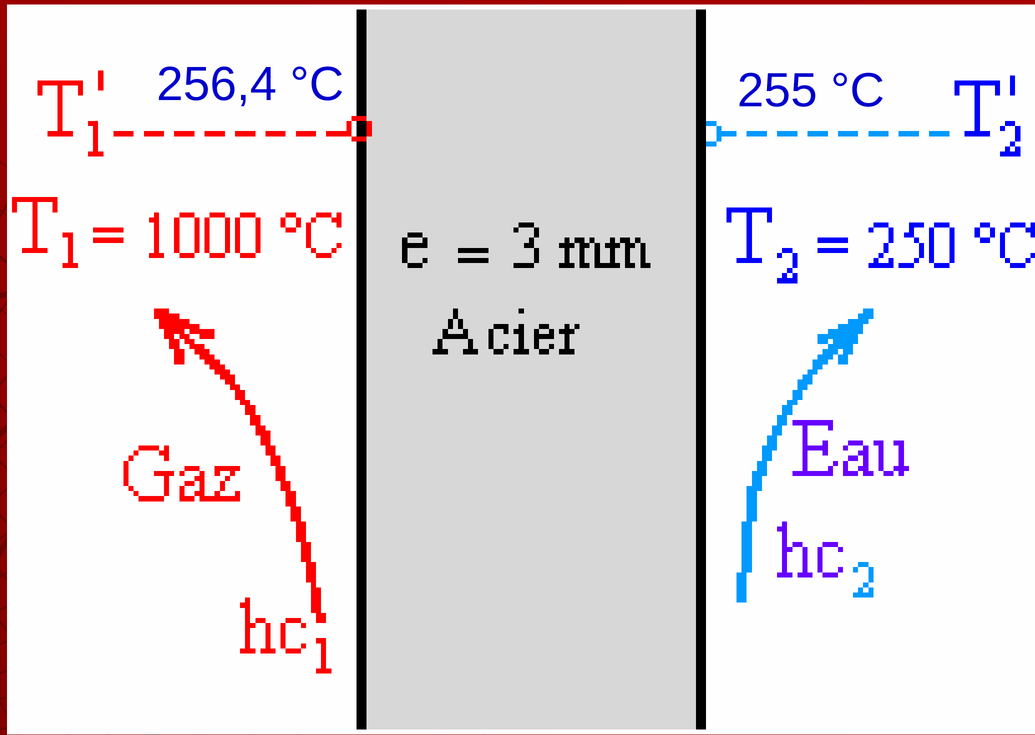
On peut donc écrire : $T'_1 \approx T'_2 \approx T_2 \approx T_m$

En résumé,

Dans un échangeur thermique où circulent un fluide très convectif et un fluide peu convectif, on peut admettre en première approximation, si l'épaisseur du tube est faible, une température moyenne pour la paroi du tube $T_m \approx T'_1 \approx T'_2$. Cette température est sensiblement égale à la température du fluide du coté le plus convectif.

Exemple : **Tubes de chaudière – transvasement avec changement d'état**

Considérons le tube d'une chaudière en acier alimenté par un fluide (eau) qui change d'état lors de son transvasement dans l'échangeur.



Prenons comme valeurs :

$h_{c1} = 30 \ W/m^2K$

$h_{c2} = 5000 \ W/m^2K$

$\lambda_{acier} = 50 \ W/mK$

La densité de flux de chaleur traversant la paroi est : $\varphi = k(T_1 - T_2)$ avec :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}$$

$\varphi = 0{,}033593$ et $k = 29{,}8\ W/m^2K$

et $k(T_1 - T_2) = h_{c1}(T_1 - T'_1) = h_{c2}(T'_2 - T_2)$

d'où la répartition des températures :

$T_1 - T'_1 = 743{,}4\ °C$

$T'_1 - T'_2 = 1{,}4\ °C$

$T'_2 - T_2 = 5\ °C$

Notons la grande différence de températures du coté du fluide chaud. Les températures de la paroi sont comme suit :

$T'_1 = 256{,}4\ °C$

$T'_2 = 255{,}0\ °C$

Autres exemples : voir TD

-------------- Fin du Chapitre 3 ---------------