Chapitre 5

Transfert chaleur par rayonnement

Sommaire :

1 - Nature du rayonnement

2 - Caractéristiques Energétiques

3 - Corps noir

4 - Flux solaire intercepté par la planète Terre

5 - Equilibre radiatif de la Terre

6 - Applications de l'énergie solaire

1. Nature du rayonnement

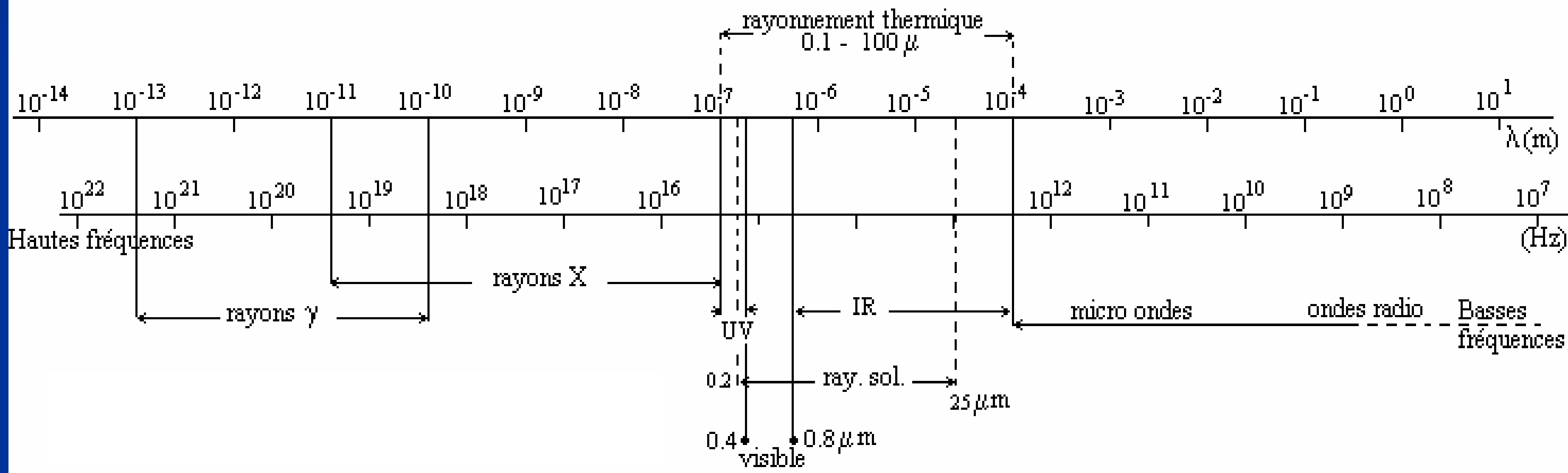
1.1 Rayonnement électromagnétique :

On appelle ainsi tout rayonnement provoqué par une excitation quelconque de la matière.

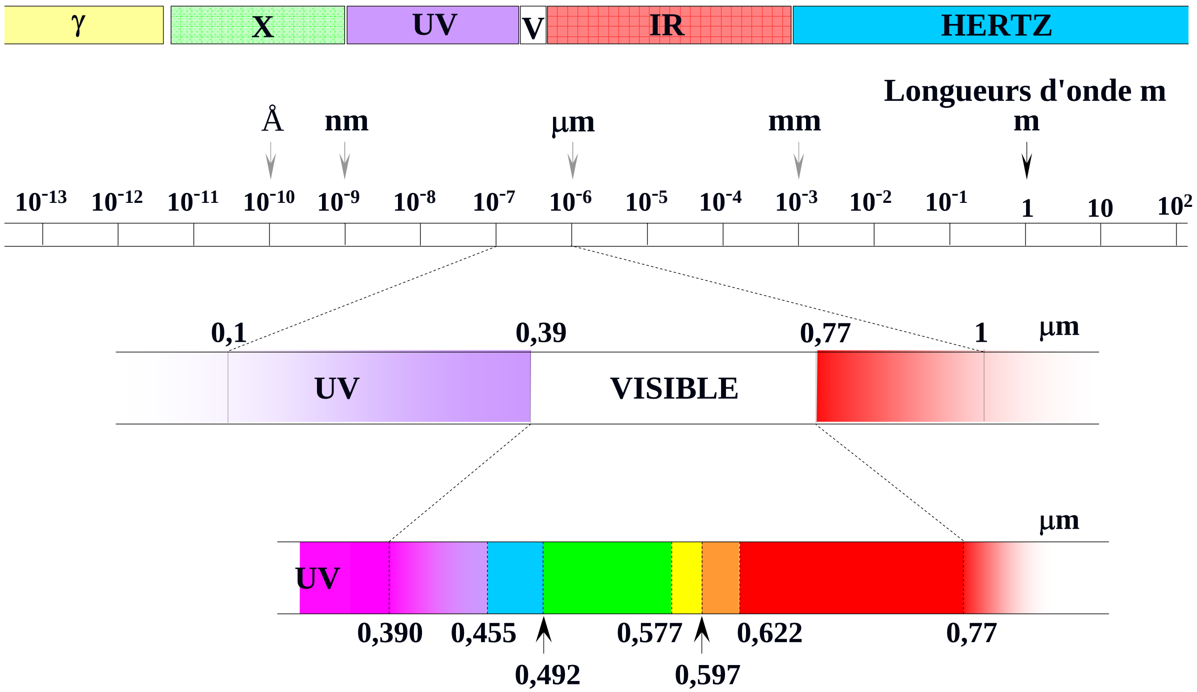
Sa vitesse est : dans le vide $C_0 = 299\ 850$ km/s,

dans un milieu d'indice n, $C = C_0/n$.

Le rayonnement électromagnétique est constitué de radiations monochromatiques caractérisées par une longueur d'onde λ ou fréquence ν tel que : $C = \lambda.\nu$.

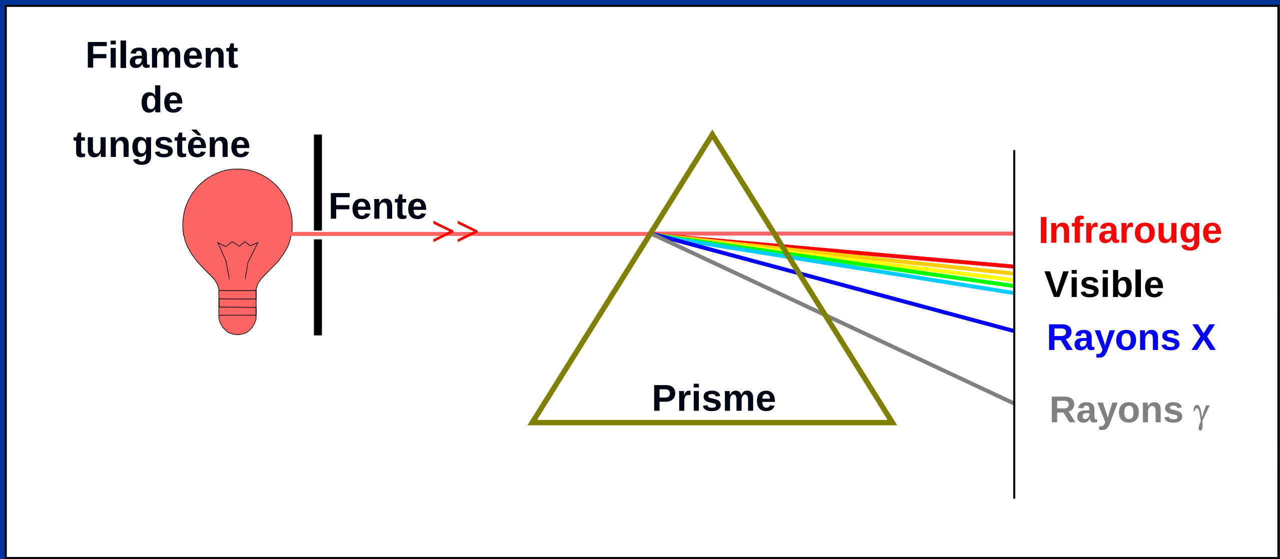


Spectre des ondes électromagnétiques



γ
X
UV
V
IR
HERTZ
Longueurs d'onde m
Å
nm
µm
mm
m
10-13
10-12
10-11
10-10
10-9
10-8
10-7
10-6
10-5
10-4
10-3
10-2
10-1
1
10
102
0,1
0,39
0,77
1
µm
UV
VISIBLE
µm
UV
0,390
0,455
0,492
0,577
0,597
0,622
0,77

On peut classer le rayonnement électromagnétique en fonction de la longueur d'onde mesurée :



1.2 Rayonnement thermique :

Correspond à l’émission due à une augmentation de température d’un corps composé de radiations de longueurs d’ondes

$$0{,}1\ \mu m \leq \lambda \leq 100\ \mu m$$

Le spectre solaire, en dehors de la couche atmosphérique, se répartit sur une bande allant de 0,2 à 25 µm, avec des radiations supplémentaires :

- **l’ UV extrême de longueur d’onde $\lambda = 0{,}1216\ \mu m$**
- **les rayons X de longueur d’onde $0{,}005\ nm \leq \lambda \leq 1\ nm$**
- **les rayons radioélectriques de longueur d’onde $10 \leq \lambda \leq 100\ cm$**

L’énergie de ces radiations est inférieure à 10^{-5} de l’ensemble du rayonnement solaire.

Remarque :

Les rayons lumineux ne sont pas tous d'origine thermique.

Exemple :

Fluorescence (de fluorine : minerai utilisé dans des opérations métallurgiques), sa durée de vie est courte.

Phosphorescence (cristaux de sulfure de zinc dans lesquels on introduit des traces d'un autre métal tel que l'argent), sa durée de vie est longue.

Décharge électrique dans les gaz raréfiés (flash d'un appareil photo par exemple).

1.3 Le rayonnement solaire :

Situé à environs 150 millions de kilomètres de notre planète, le Soleil nous procure de l'énergie sans laquelle aucune vie sur Terre ne serait possible.

Le soleil est constitué de gaz extrêmement chauds, les éléments qui le composent sont bien connus sur notre planète :
hélium, hydrogène, calcium, sodium, magnésium, fer ... en proportions différentes.

Quelques caractéristiques :

- **Diamètre** : environ **1,4** millions de kilomètres,
- **Distance** : **150** millions de km de la terre,
- **Masse** : **300 000** fois la masse de la Terre,
- **Age** : **4,5** milliards d'années,
- **Température de surface** : **5780** Kelvin,
- **Température interne** : **plusieurs** millions Kelvin.

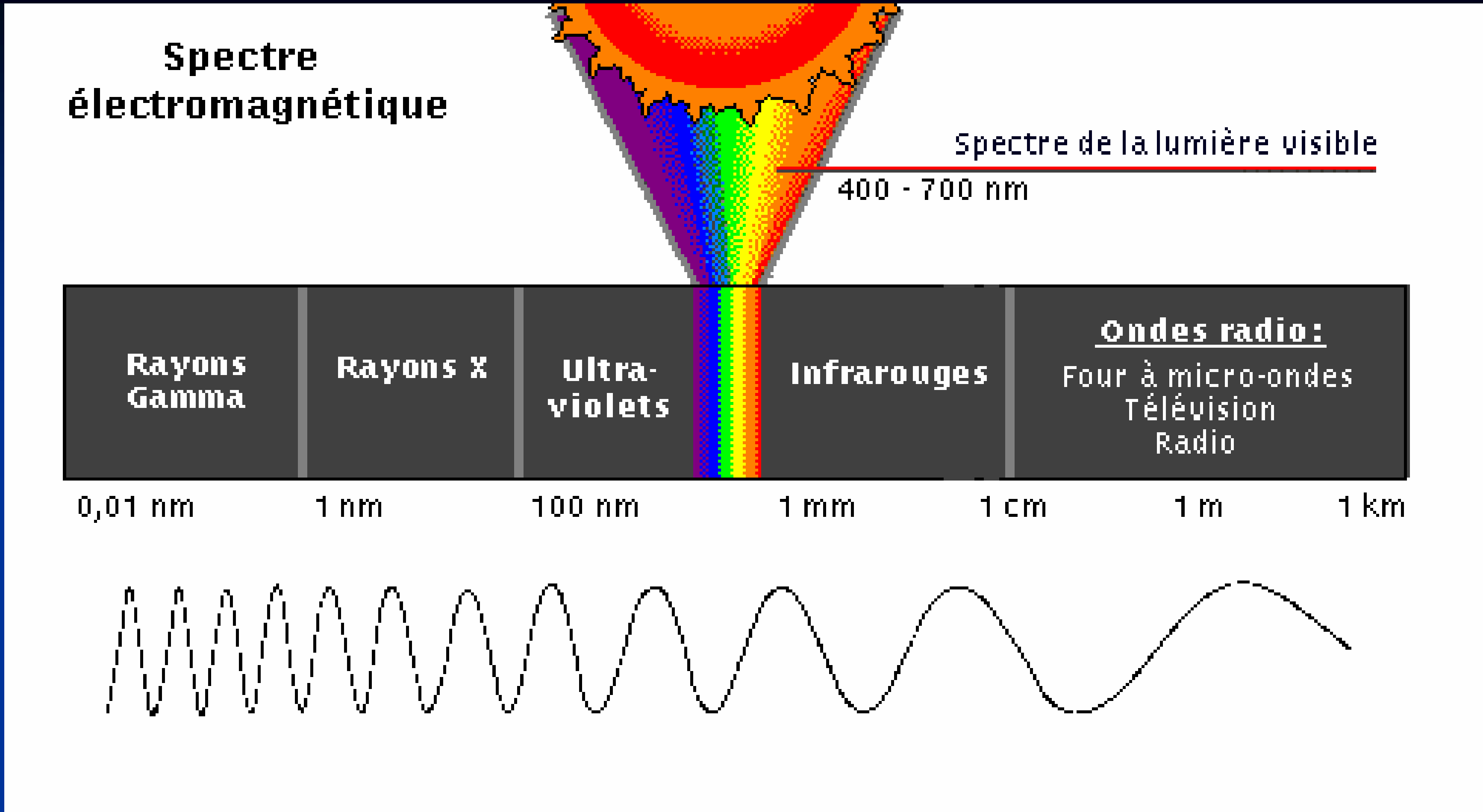
Le rayonnement solaire :

Le soleil est une étoile parfaitement standard comme les milliards d'autres étoiles dont est constitué l'univers.

Son importance pour nous c'est qu'il est à la base de notre vie.

Le rayonnement solaire recouvre une gamme assez large de longueurs d'onde, depuis les ondes radio (grande longueur d'onde) jusqu'aux rayons X (petite longueur d'onde). Il présente un maximum vers 410 nm.

L'œil humain n'est cependant sensible qu'à une petite partie du spectre solaire : le rayonnement visible est compris entre 400 et 800 nm (du violet au rouge).



La lumière visible est une fenêtre étroite (0,4 à 0,8 µm)

Encadrée par les rayons thermiques U.V (0,1 à 0,4 µm)

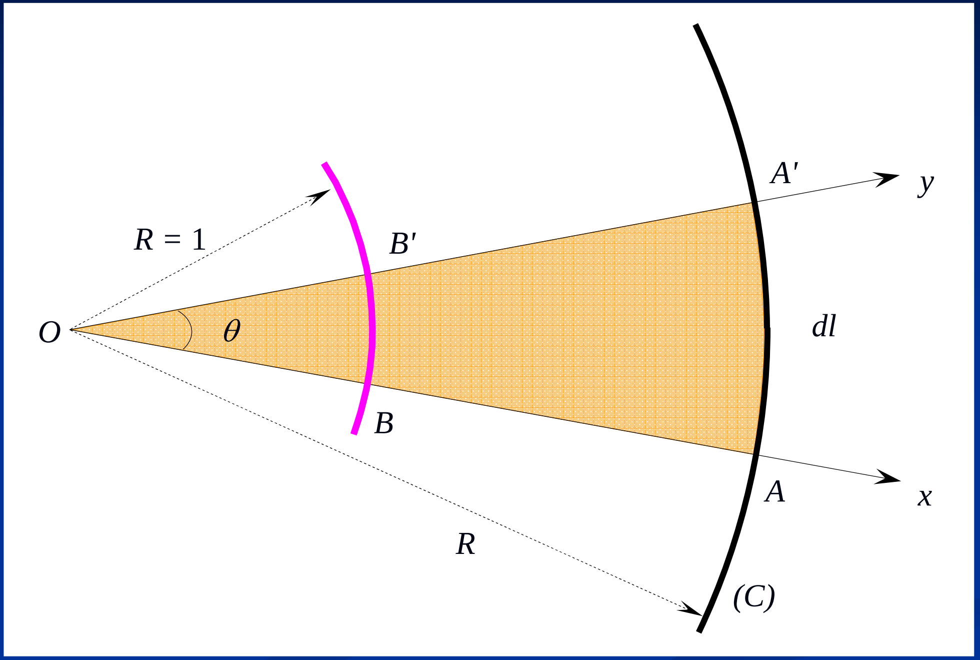
Et le rayonnement infrarouge (0,8 à 100 µm)

2. Grandeurs énergétiques liées au rayonnement

Dans un **milieu transparent et homogène**, le rayonnement se propage en **ligne droite**.

Nous considérons qu'une **quantité d'énergie Q** se propage sous forme de **rayonnement électromagnétique**, selon des **rayons de propagation**.

2.1 Angle solide Ω : en géométrie plane, on caractérise la portion de plan comprise entre deux demi-droites Ox et Oy par l'angle :



$$\theta = \frac{d\ell}{R}$$

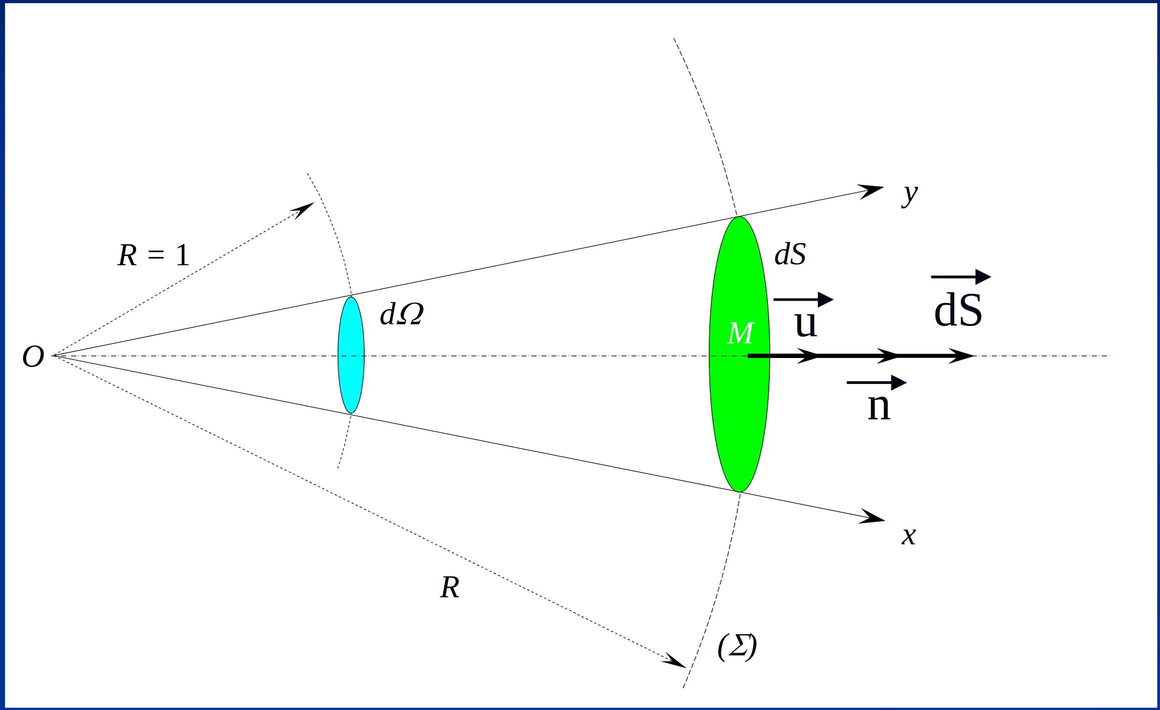
tel que :

dl = $\overset{\frown}{AA'}$ est l'arc de cercle découpé sur le cercle (C) de rayon R

La mesure de θ est encore égale à la longueur $\overset{\frown}{BB'}$ de l'arc découpé sur le cercle de rayon 1.

L'angle θ est sans dimension.

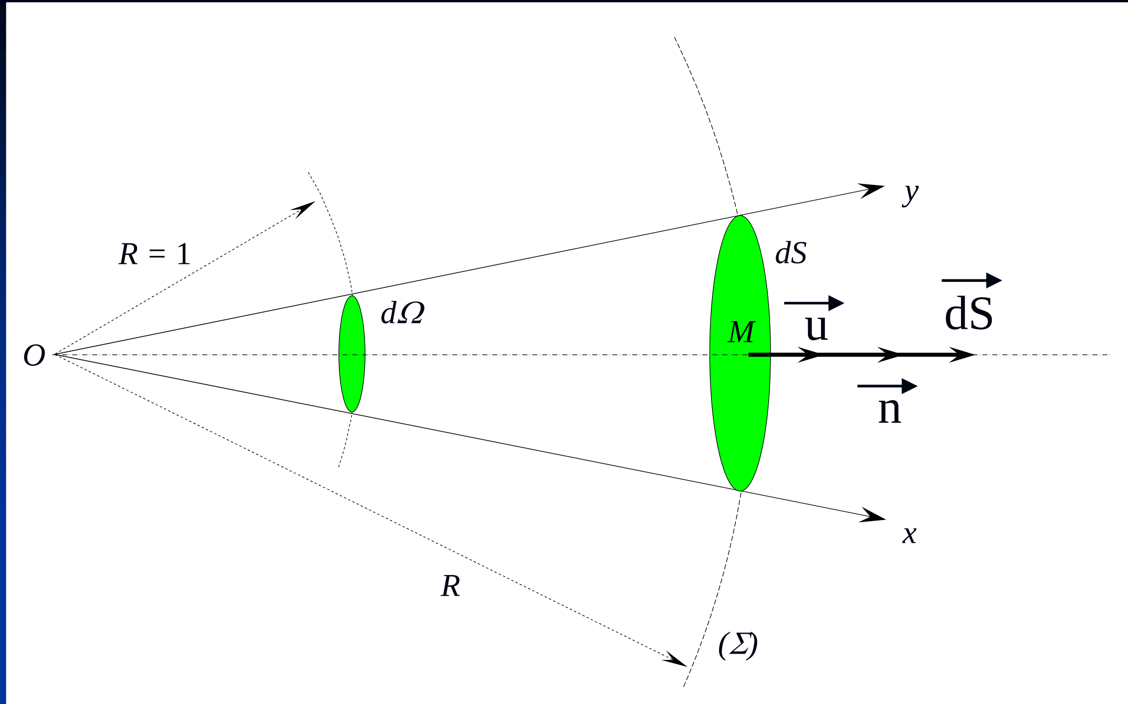
De manière analogue, on caractérise la portion de l'espace intérieure à un cône par un angle solide dont la mesure sera :



Soit l'aire dΩ découpée sur une sphère de rayon R = 1

Soit le rapport entre l'aire dS découpée sur une sphère (Σ) et le carré de son rayon R

L'angle solide élémentaire dΩ sous lequel, du point O, on voit un élément de surface dS de la sphère (Σ) est défini par la relation :



$$\frac{d\Omega}{1^2} = d\Omega = \frac{d\vec{S}\,.\,\vec{u}}{R^2} = \frac{dS.\,\vec{n}\,.\,\vec{u}}{R^2}$$

$$= \frac{dS\cos(\alpha)}{R^2} = \frac{d\Sigma}{R^2}$$

$d\vec{S}$: vecteur élément de surface ;

$\vec{u}$: vecteur unitaire du rayon vecteur $\vec{OM}$: $\vec{u} = \frac{\vec{OM}}{R}$;

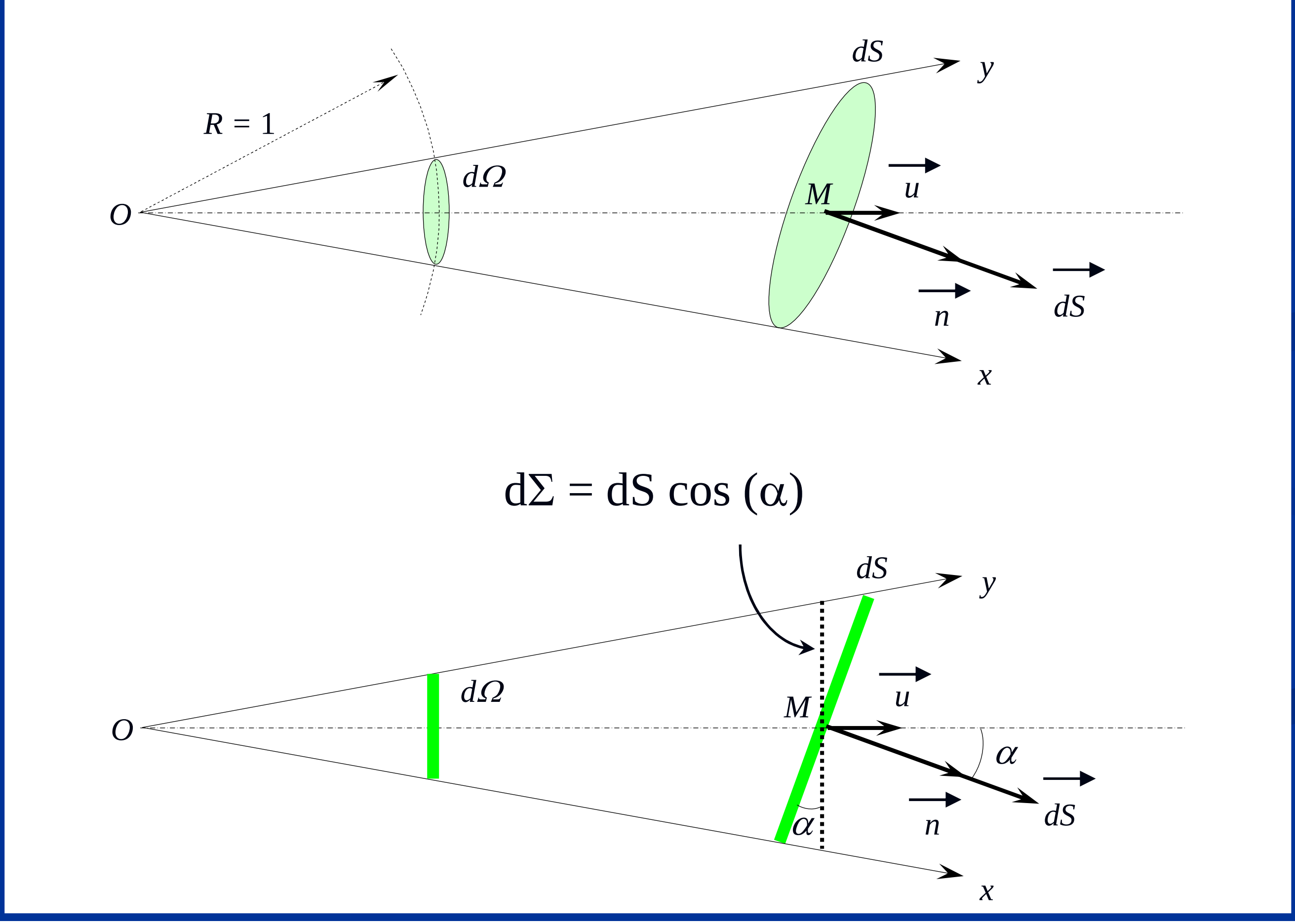
$\vec{n}$: vecteur unitaire normal à dS ;

$\alpha = (\vec{u}, \vec{n})$;

$d\Sigma = dS\cos(\alpha)$: élément d'aire projetée.

D'une manière générale, l'angle solide élémentaire dΩ sous lequel, d'un point O, on voit un élément de surface dS centré sur M est défini par la relation :

$$d\Omega = \frac{d\vec{S}.\vec{u}}{R^2} = \frac{dS\cos(\alpha)}{R^2} = \frac{d\Sigma}{R^2}$$

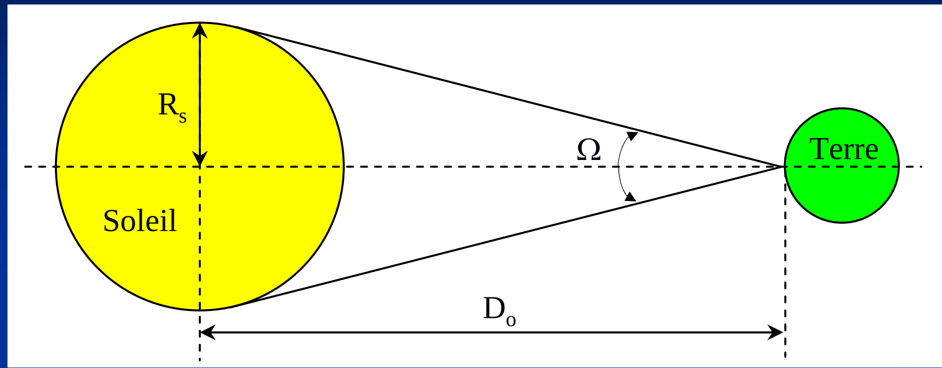


Exemple : Quel est l'angle solide Ω sous lequel de la terre on voit le soleil, sachant que :

- la distance moyenne terre-soleil est :

$D_o = 149{,}6.10^6$ km ;

- le rayon du soleil est : $R_s = 0{,}7.10^6$ km.



Solution :

L'angle solide sous lequel le soleil est vu de la terre est :

$$\Omega = \int_{S_S} d\Omega = \int_{S_S} \frac{dS \cos(\alpha)}{D^2}$$

En supposant que le soleil est au zénith du lieu d'observation :

$\alpha = 0$, et $\cos(\alpha) = 1$

$$\Omega = \pi \frac{R_s^2}{D_o^2} = \pi \frac{(0{,}7.10^6)^2}{(149{,}6.10^6)^2} = 0{,}6878.10^{-4} \text{ stéradians}$$

2.2 Flux énergétique ϕ :

le flux énergétique de rayonnement, c'est la puissance émise par une source, transportée par un faisceau ou reçue par une surface sous forme de rayonnement, et on l'exprime en Watts (W) :

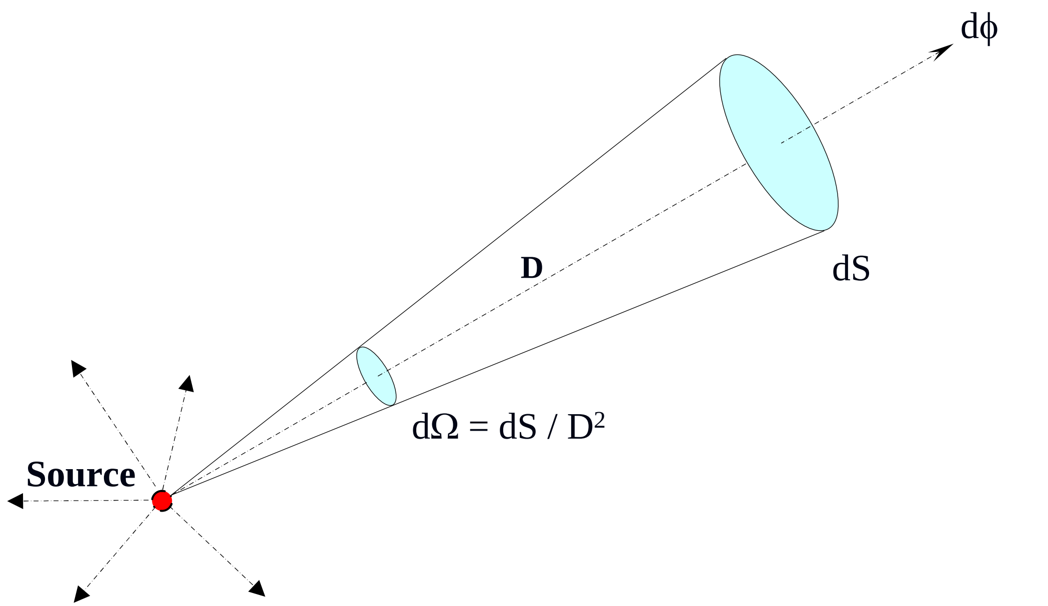
$$\boxed{\phi = \frac{dQ}{dt}}$$

2.3 Intensité énergétique : I

L'intensité I d'un faisceau ou d'une source dans une direction donnée est le quotient d'une portion $d\phi$ du flux émis par la source dans une direction considérée, dans un cône infiniment petit, axé sur cette direction, par l'angle solide élémentaire $d\Omega$ déterminé par ce cône :

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega}$$

($W.sr^{-1}$)



2.4 Emittance énergétique : M

L'émittance énergétique M d'une source, en un point d'une surface émissive, est le quotient du flux $d\phi$ à partir d'un élément infiniment petit entourant le point, par l'aire dS de cet élément :

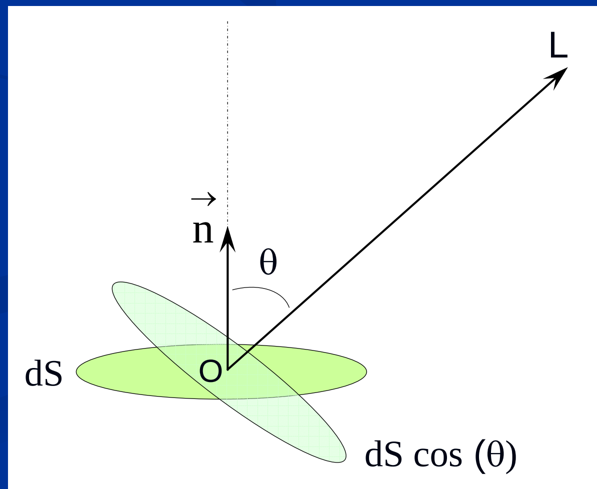
$$\boxed{M = \frac{d\phi}{dS}}$$

($W.m^{-2}$)

2.5 Luminance énergétique : L

La luminance du point O situé dans un élément dS d'une source, dans une direction faisant un angle θ avec la normale à dS est égale au quotient de l'intensité dI en ce point par l'aire de la projection de dS perpendiculairement à cette direction :

$$L = \frac{dI}{dS\cos(\theta)} = \frac{d^2\phi}{d\Omega\, dS\cos(\theta)}$$



($W.m^{-2}.sr^{-1}$)

2.6 Eclairement énergétique : E (ou Irradiance)

L'éclairement énergétique E en un point d'une surface réceptrice est le quotient du flux reçu par un élément infiniment petit entourant le point, par l'aire de cet élément :

$$E = \frac{d\phi}{dS}$$

$(W.m^{-2})$

Application : Flux solaire total intercepté par la terre

Le flux total rayonné par le soleil de rayon r_s dans toutes les directions est : $\phi = M \, . \, S_{Soleil} = M \, . \, 4 \, \pi \, r_s^2$

Ce flux est intercepté par la surface interne de la sphère de centre le soleil, de rayon d_o et de surface : $S_{Sphère} = 4 \, \pi \, d_o^2$

L'éclairement total de cette sphère est : $E = \dfrac{\phi}{S_{Sphère}} = M \, . \, \dfrac{S_{Soleil}}{S_{Sphère}}$

La surface apparente de la terre est le disque de surface : $S_t = \pi \, . \, r_t^2$

L'éclairement de la surface S_t est : $E_{Terre} = E_{Total} \, . \, S_t = M \, . \, \dfrac{S_{Soleil}}{S_{Sphère}} \, . \, S_t$

$$E_{Terre} = M \, . \, \frac{4.\pi.r_s^2}{4.\pi.d_o^2} \, . \, \pi.r_t^2 = \left(\frac{M}{\pi}\right) . \left(\pi \, . \, r_s^2\right) . \left(\frac{\pi \, . \, r_t^2}{d_o^2}\right) \Rightarrow E_{Terre} = L \, . \, S \, . \, \Omega$$

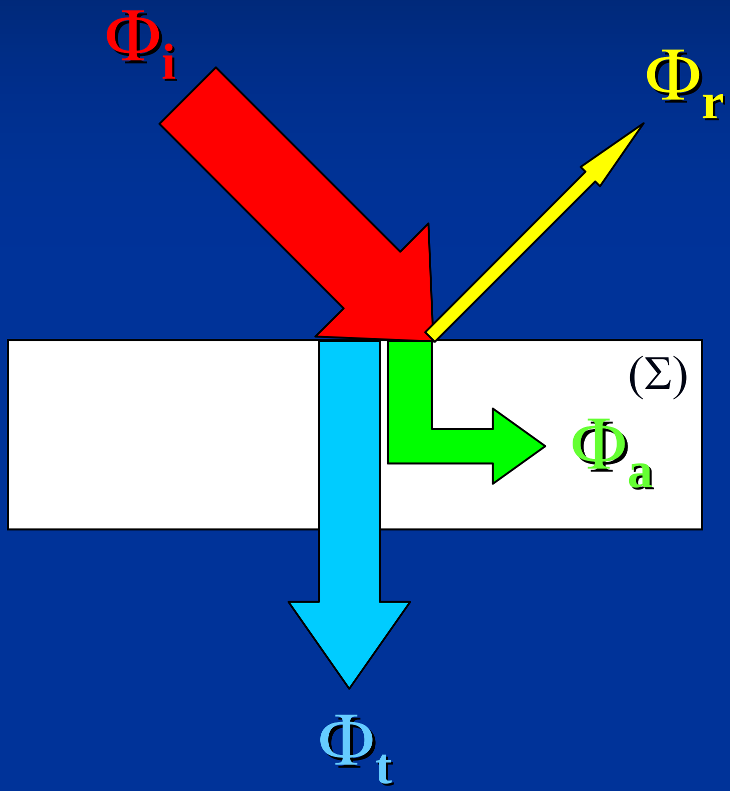
Luminance du soleil en $W.m^{-2}.sr^{-1}$

Surface apparente du soleil en m^{-2}

Angle solide sous lequel la terre est vue, en sr

3. Réflexion, absorption et transmission

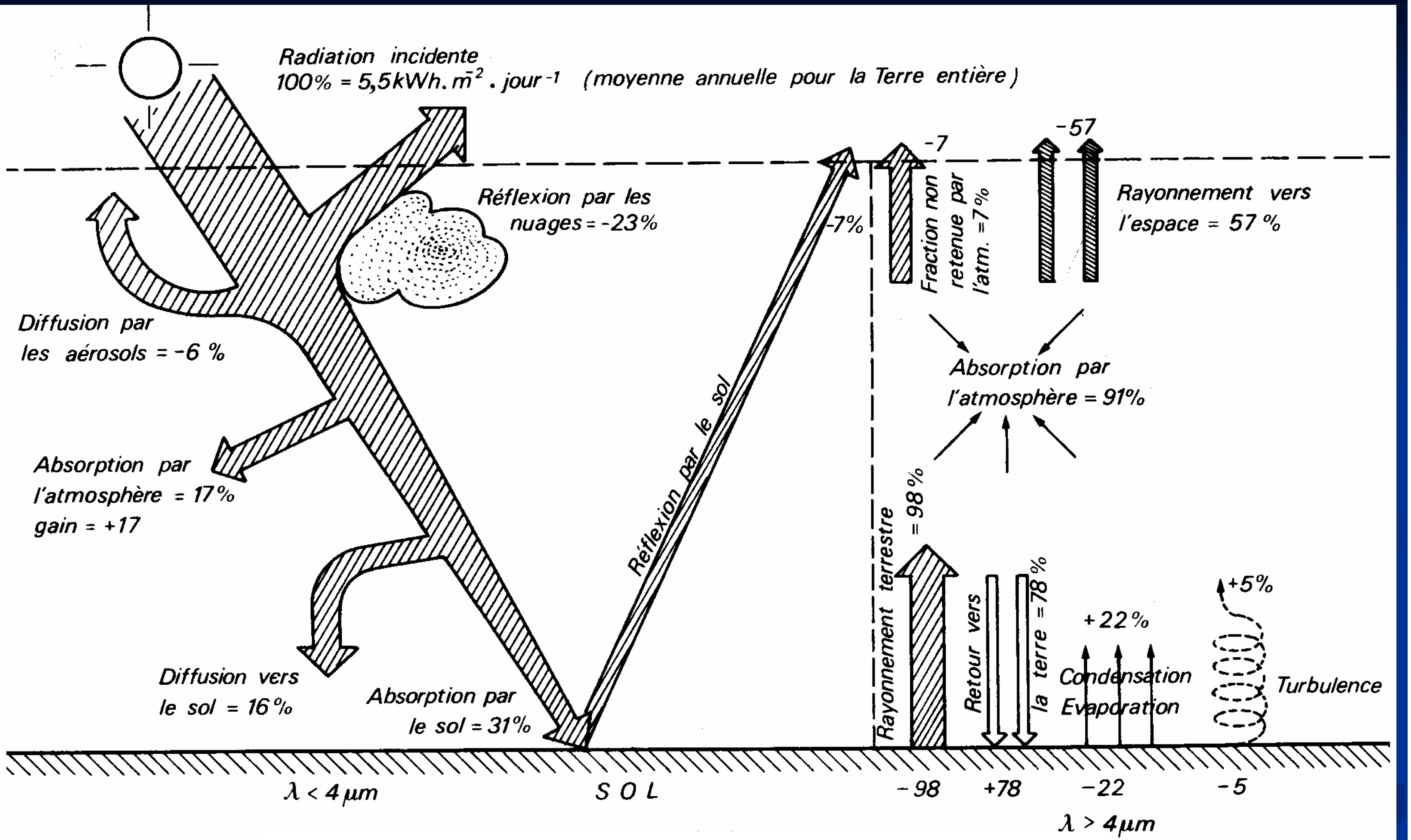
Considérons un flux total Φ_i incident sur une surface (Σ)



$$\Phi_i = \Phi_r + \Phi_a + \Phi_t$$

$$1 = \frac{\Phi_r}{\Phi_i} + \frac{\Phi_a}{\Phi_i} + \frac{\Phi_t}{\Phi_i}$$

$$1 = \rho + \alpha + \tau$$



Bilan du rayonnement solaire et du rayonnement terrestre.

4. Corps noir

4.1 Définition :

C'est un corps qui absorbe tout le rayonnement incident :

$$\alpha_\lambda = 1$$

Sans en réfléchir ni transmettre aucune fraction :

$$\rho_\lambda = 0 , \quad \tau_\lambda = 0$$

Quelque soient les longueurs d'onde et les directions de propagation

A une température donnée, un corps noir rayonne le maximum d'énergie pour chaque longueur d'onde.

4.2. Loi de PLANCK

Cette loi relie l'émittance monochromatique M° du corps noir à la longueur d'onde λ, et à sa température absolue T.

Elle s'exprime sous la forme :

$$M_{\lambda}^{o} = \frac{2\pi h C^{2} \lambda^{-5}}{e^{\frac{hC}{k\lambda T}} - 1} \quad (\mathrm{W.m^{-3}})$$

$C = C_o / n$: vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le milieu où se propage le rayonnement.

n : indice de réfraction du milieu.

$C_o = 2{,}9979 \,.\, 10^{8}$ m/s : vitesse de propagation de la lumière dans le vide.

$h = 6{,}6255.10^{-34}$ J.s : la constante de PLANCK.

$k = 1{,}3805.10^{-23}$ J/K : la constante de BOLTZMANN.

4.3 Loi de Planck appliquée au rayonnement dans le vide ou dans l'air

Lorsque le rayonnement se propage dans le vide (indice de réfraction n = 1)

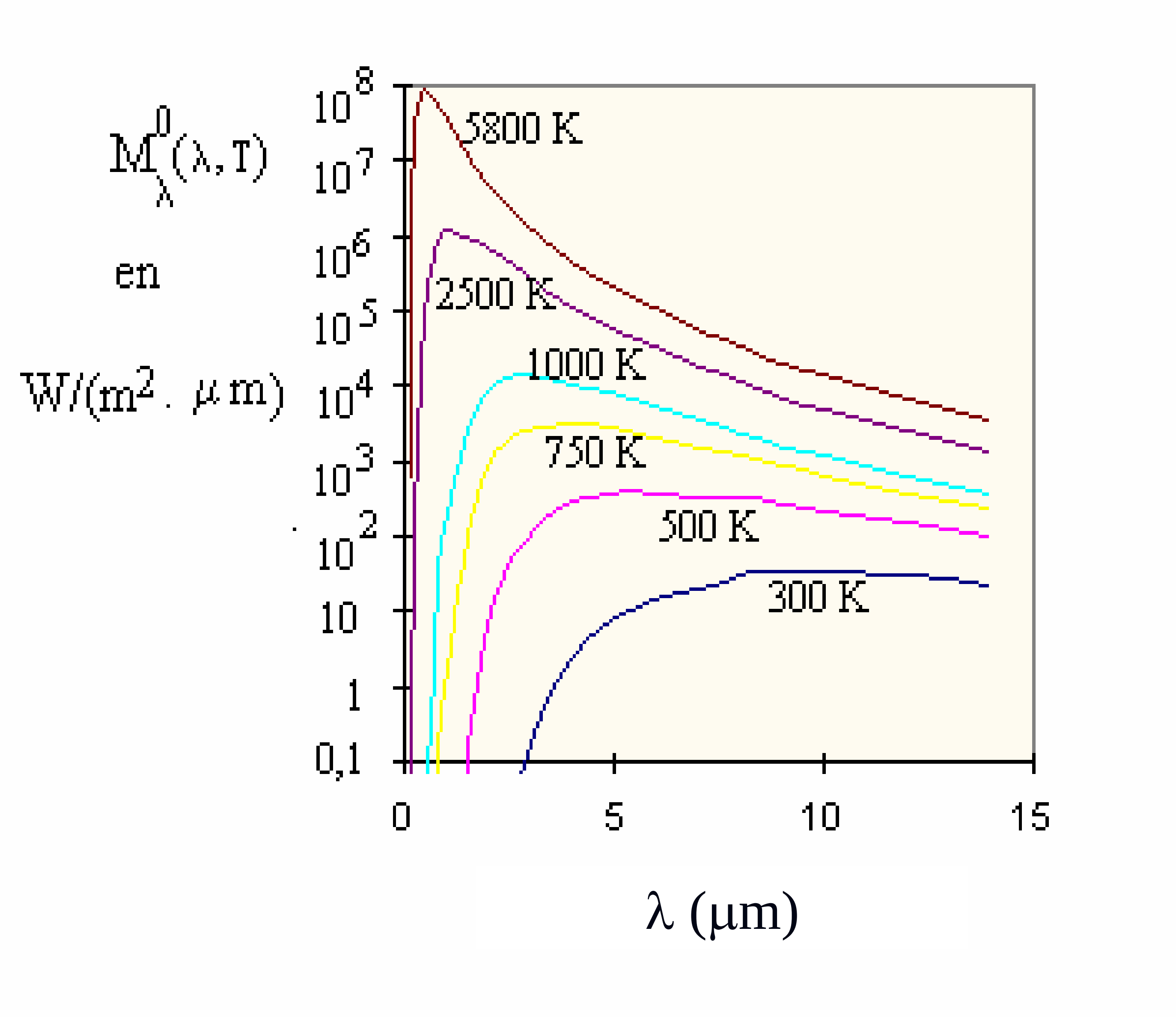
$$M_\lambda^o = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\mathrm{Exp}\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1}$$

$C_1 = 2\,\pi\,h\,C_o^2 = 3{,}741.10^{-16}$ W.m^2

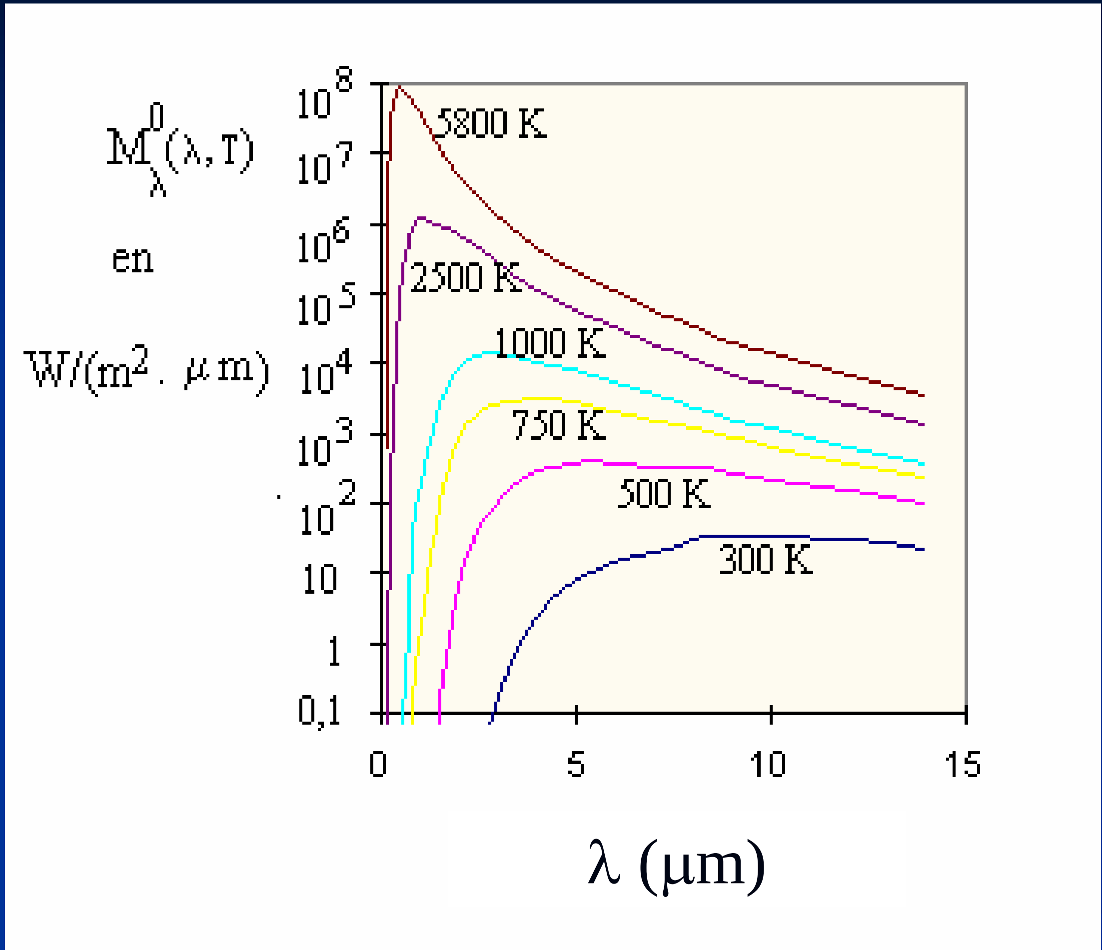
$C_2 = hC_o/k = 0{,}014388$ m.K

λ en m, T en K, M_λ^o en W/m^3

4.4 Emittance monochromatique du corps noir



5. Lois de WIEN



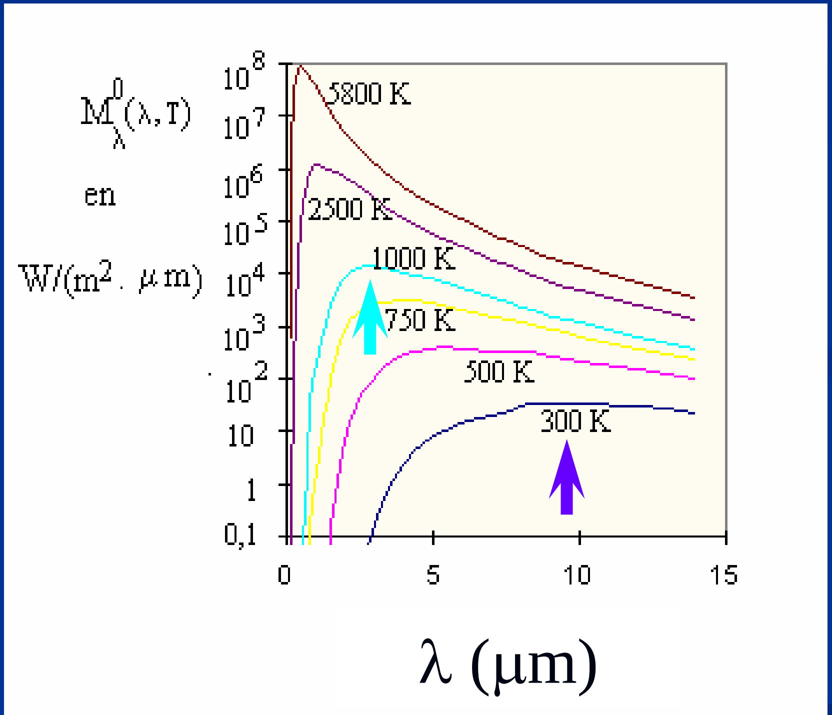
Deux lois fournissent respectivement l'abscisse λ_m et l'ordonnée du maximum d'émittance monochromatique du corps noir à chaque température.

5.1 1ère loi de WIEN, ou loi du déplacement

La « loi du déplacement » de WIEN :

$$\lambda_m \,.\, T = 2898\ \mu m.K$$

Exprime le fait que l'abscisse λ_m du maximum de M^0_λ se déplace vers les courtes longueurs d'onde lorsque la température T croît.



Exemples :

T = 300 K (17 °C)

λ_m = 2898/300 = 9,66 µm

T = 1000 K (727 °C)

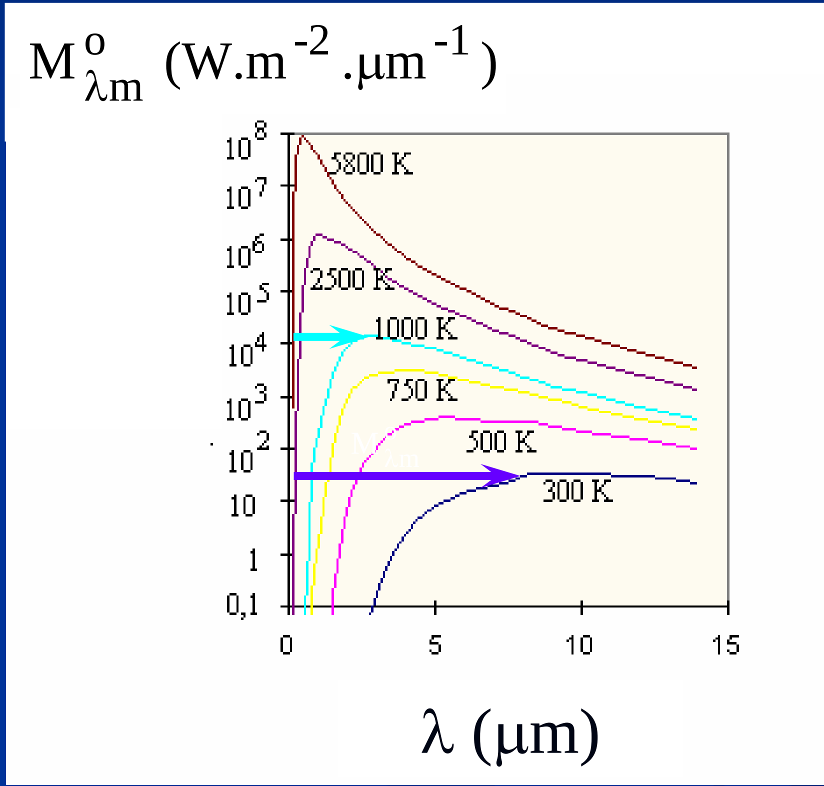
λ_m = 2898/1000 = 2,898 µm

5.2 2ème loi de WIEN

La 2ème loi de WIEN fournit la valeur du maximum $M^{o}_{\lambda m}$ en fonction de la température T :

$$M^{o}_{\lambda m} = B.T^{5}$$

$B = 1{,}287.10^{-11}$ W/(m^2.µm.K^5)



Exemples :

T = 300 K (17 °C)

$$M^{o}_{\lambda m} = 31{,}3 \text{ W.m}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}$$

T = 1000 K (727 °C)

$$M^{o}_{\lambda m} = 1{,}287.10^{4} \text{ W.m}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}$$

6. Loi de STEFAN-BOLTZMANN

Emittance totale du rayonnement du corps noir en fonction de sa température absolue

$$M^{o} = \sigma T^{4}$$

en Wm^{-2}

T en K

Constante de BOLTZMANN

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$

Emittance du soleil

$$\boxed{M^0 = \sigma T^4}$$

en W/m²

En K

constante de BOLTZMANN

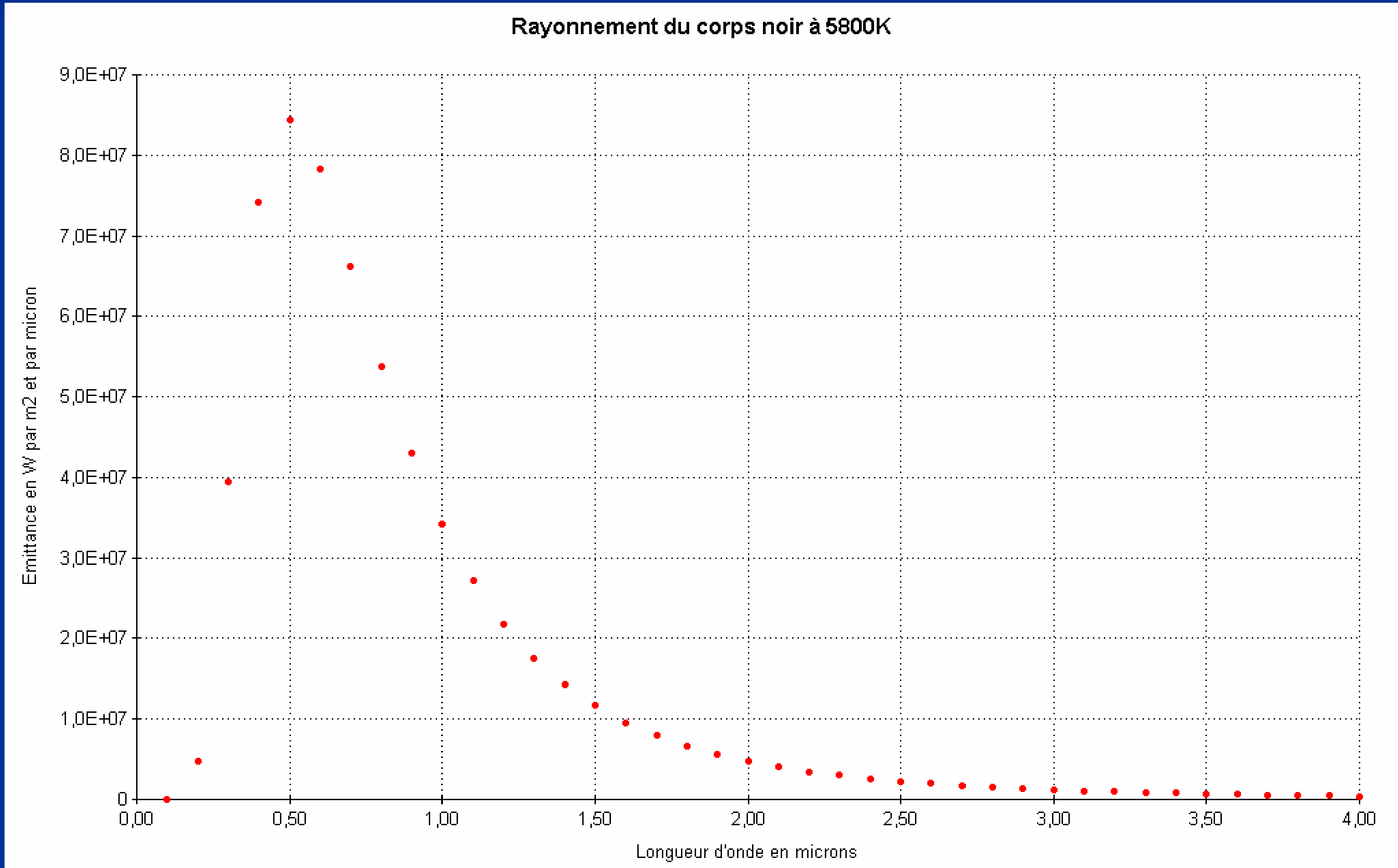
σ = 5,67 . 10^{-8} $Wm^{-2}.K^{-4}$

$M^0 = \sigma\ T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (5{,}8 \cdot 10^3)^4 = 6{,}4 \cdot 10^7\ W.m^{-2}$

$\boxed{M^0 = 64\ MWm^{-2}}$

Calcul direct de l'émittance du soleil

$$M_\lambda^o = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\mathrm{Exp}\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1}$$



Flux Φ rayonné par le soleil

$$\Phi = M^o \,.\, S_{soleil}$$

Rayon du soleil : $R_s = 696\,000$ km

Surface du soleil : $S = 4\pi R_s^{\,2} = 4\pi(6{,}96\,.\,10^8)^2 = 6{,}08\,.\,10^{18}\ m^2$

d'où le Flux :

$$\Phi = M^o \,.\, S_{soleil} = 6{,}4\,.\,10^7\,.\,6{,}08\,.\,10^{18} = 3{,}9\,.\,10^{26}\ W$$

$$\boxed{\Phi = 3{,}9.10^{20}\ MW}$$

Densité de Flux à la distance d du soleil

A la distance $d = 150$ millions de km du Soleil, l'aire de la surface réceptrice vaut $4\pi d^2 = 4\pi (1{,}5.10^{11})^2$ (m²)

La densité de Flux reçue à cette distance d est :

$$\varphi = \frac{\Phi}{4\pi d^2} = \frac{3{,}9.10^{26}}{4\pi (1{,}5.10^{11})^2} = 1380 \text{ W.m}^{-2}$$

$$\boxed{\varphi = 1380 \text{ W.m}^{-2}}$$

Flux solaire intercepté par la Terre

Surface du disque terrestre : $\pi R_t^2 = \pi (6{,}38 . 10^6)^2 = 1{,}28 . 10^{14}$ m²

Surface du soleil : $4 \pi R_s^2 = 4 \pi (6{,}96 . 10^8)^2 = 6{,}08 . 10^{18}$ m²

Flux solaire total intercepté par la terre:

$$\Phi_i = \left[(M^o . 4 \pi R_s^2) / 4\pi d^2\right] . (\pi R_t^2) \quad \text{(watt)}$$

Avec $M^o = 6{,}4 . 10^7$ W/m²

$$\Phi_i = 1{,}76 . 10^{17} \text{ W}$$

Φ_i **est répartit sur une surface moyenne de** $1{,}28 . 10^{14}$ m²

soit : 1380 W/m²

Equilibre radiatif de la Terre

La Terre est en moyenne à une température d'équilibre $\mathbf{T_o}$

Le flux rayonné par la Terre est égal à : σT_o^4 (W/m^2)

Le flux effectivement absorbé par la Terre est

seulement une fraction des **1380 W/m^2** incidents

soit environ : **400 W/m^2**

(le reste étant absorbé par l'atmosphère ou réfléchi par les océans)

Ce qui exige l'égalité entre les flux radiatifs reçus et émis.

Equilibre radiatif de la Terre

$$\sigma\, T_0^{\ 4} = 400 \ \ (W/m^2)$$

$$T_0^{\ 4} = 400 / 5{,}67 \,.\, 10^{-8}$$

$$T_0^{\ 4} = 70 \,.\, 10^8 \ K^4$$

$$T_0^{\ 2} = 8{,}4 \,.\, 10^4 \ K^2$$

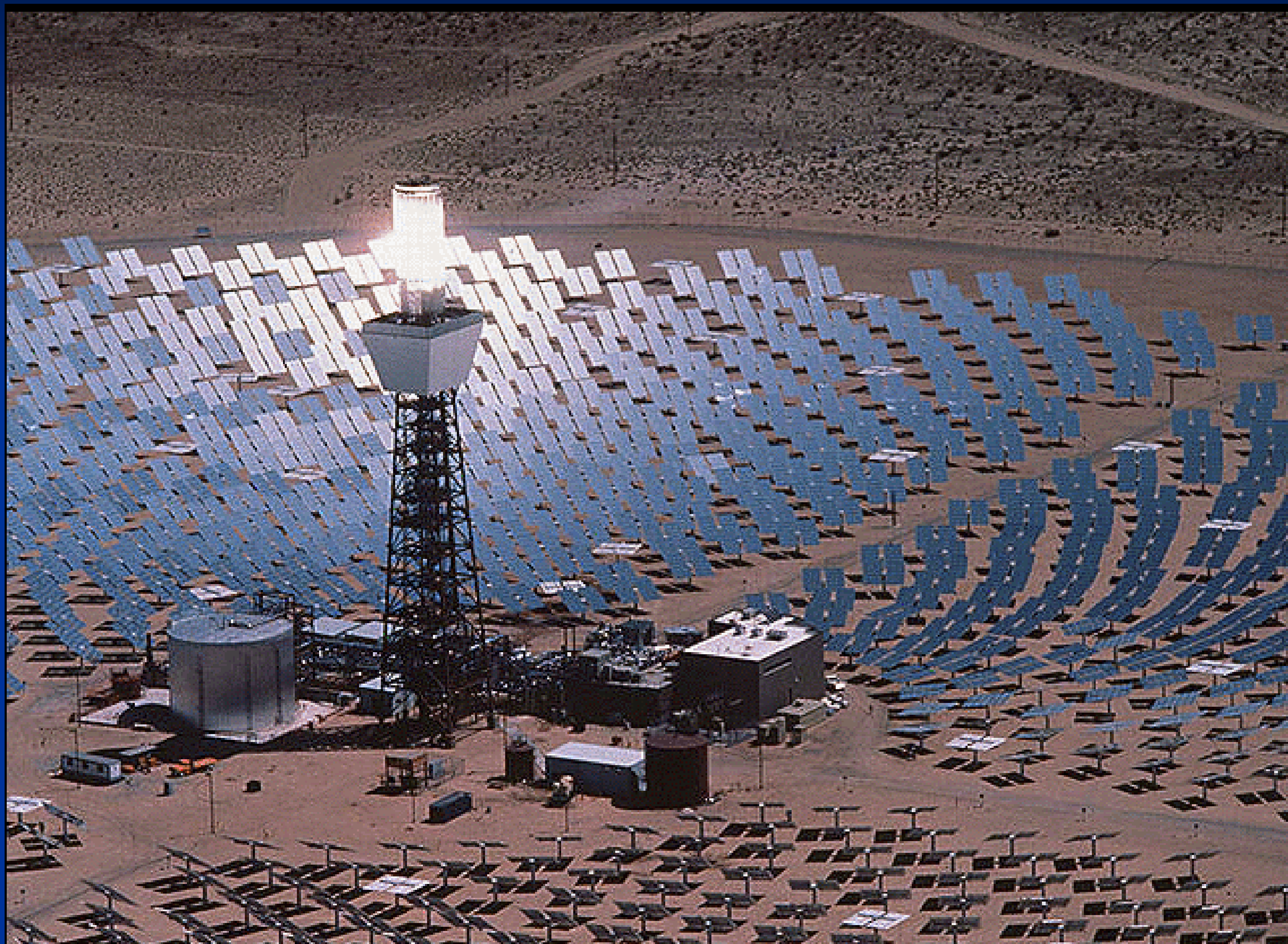
$$T_0 = 290 \ K$$

$$\boxed{T_0 = 17\ °C}$$

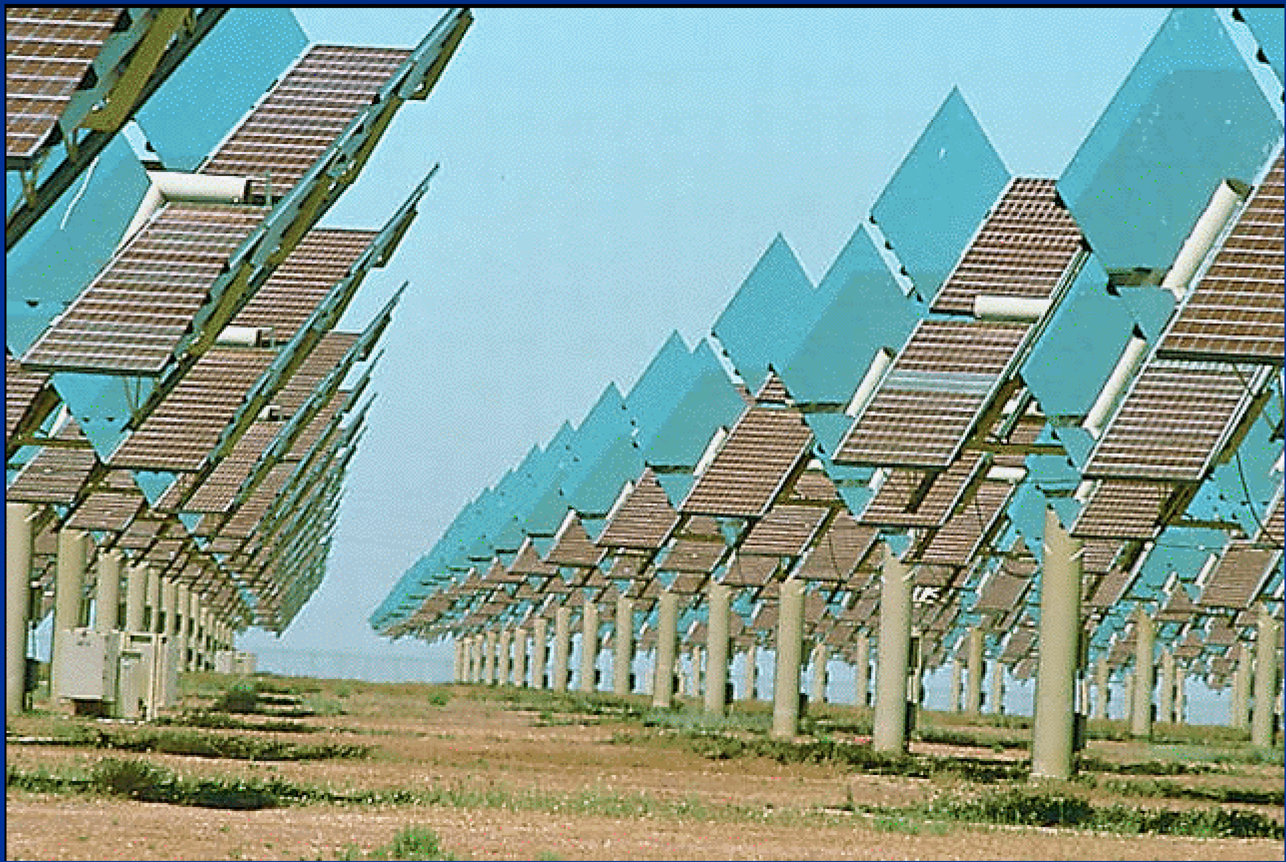
7. Applications de l'Energie solaire

- Centrales thermiques solaires
- Chauffage solaire dans l'habitat
- Production d'eau chaude

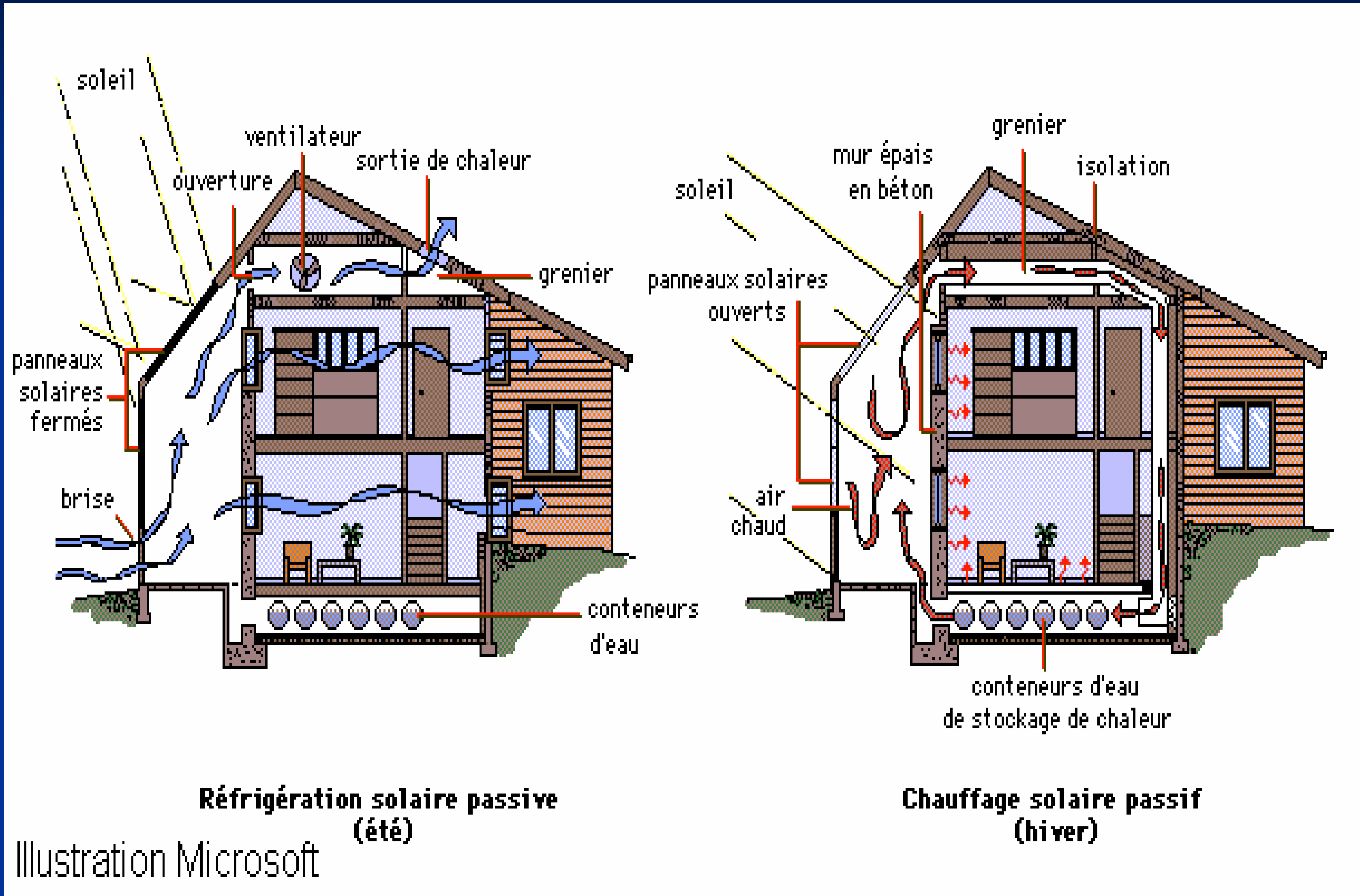
Centrales thermiques solaires

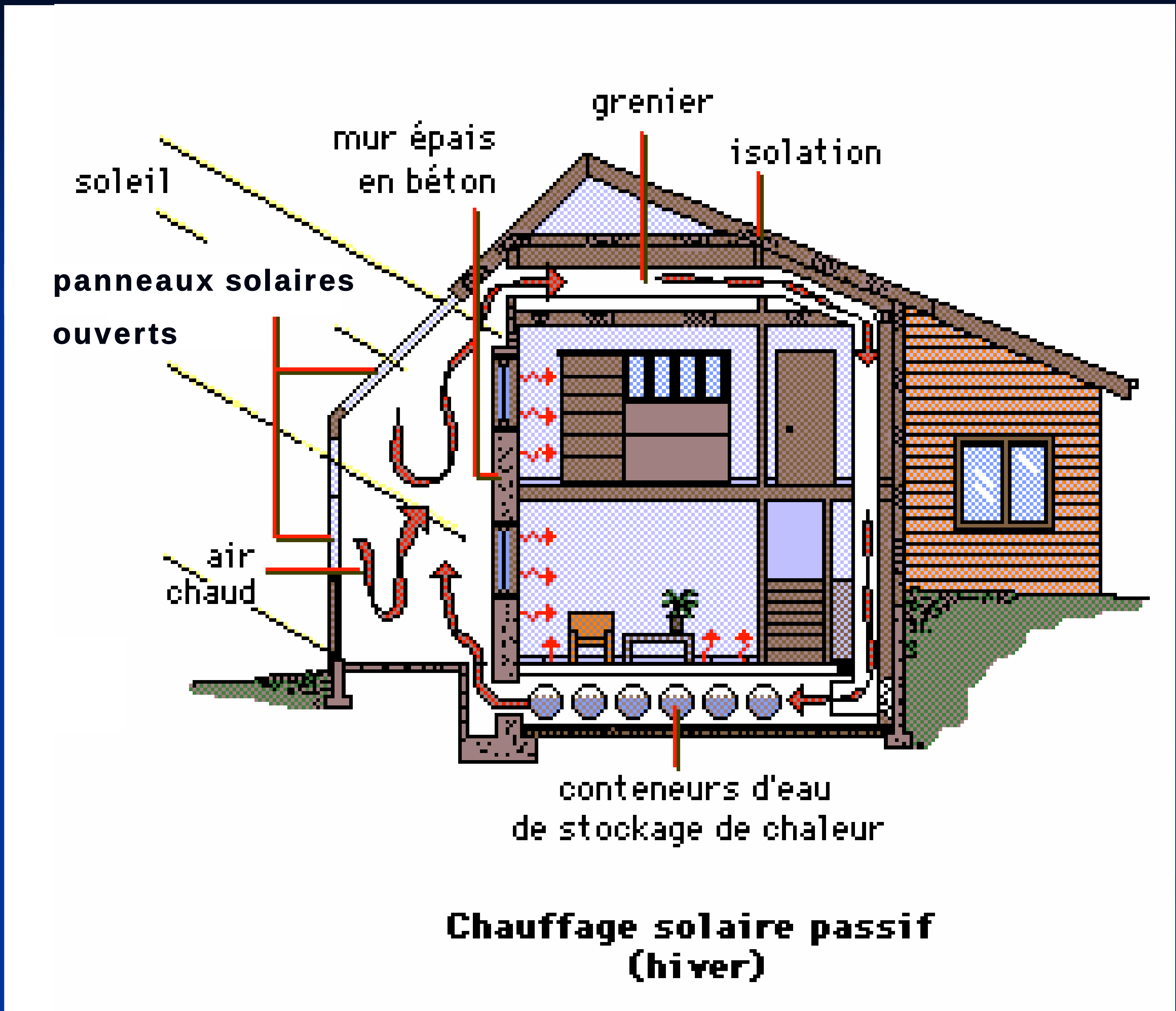


Champ d'héliostats

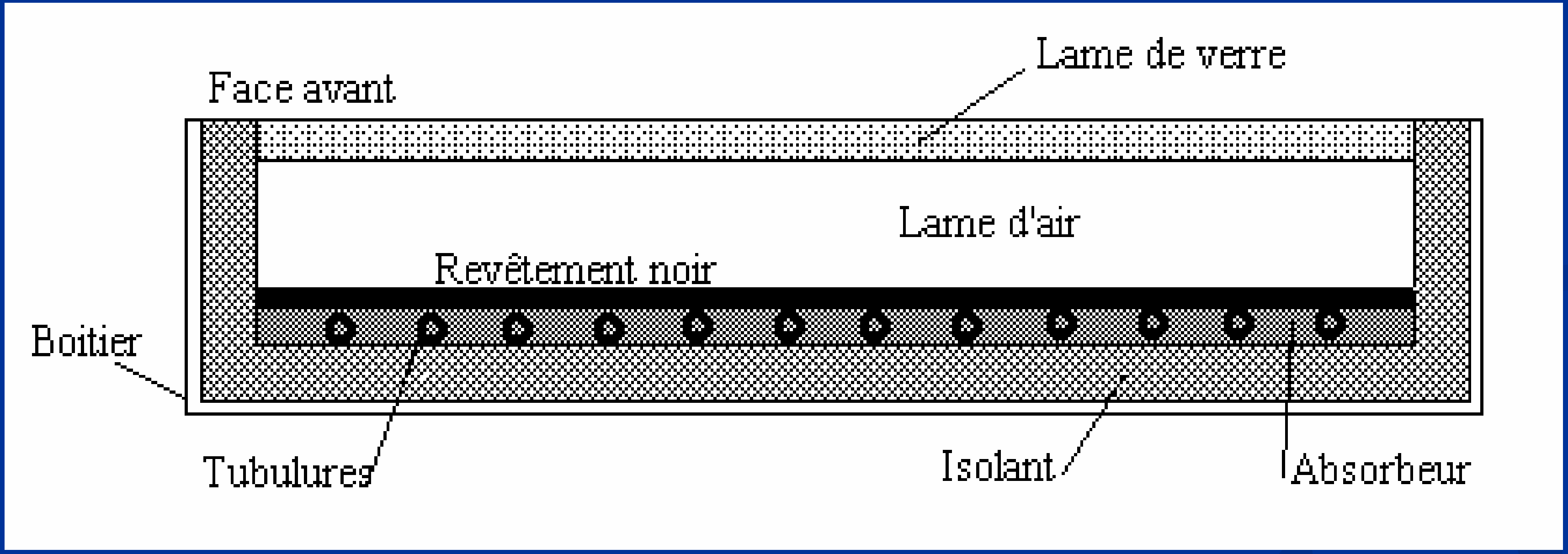


Chauffage solaire

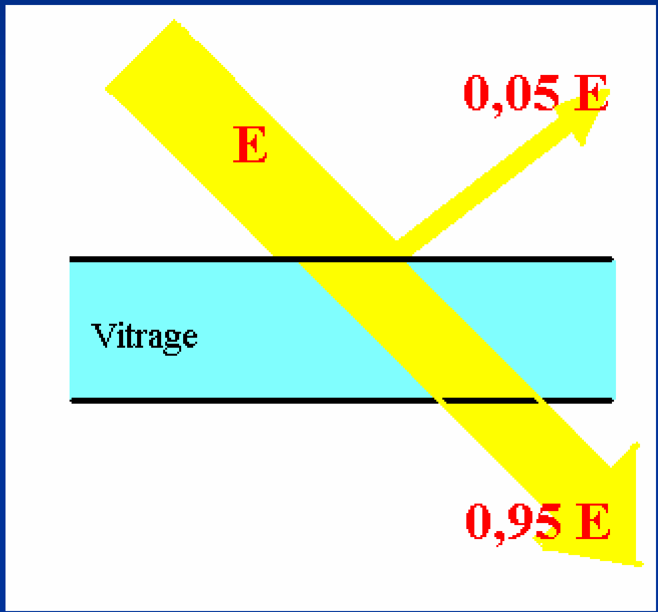



grenier
mur épais
en béton
isolation
soleil
panneaux solaires
ouverts
air
chaud
conteneurs d'eau
de stockage de chaleur
Chauffage solaire passif
(hiver)

Capteur solaire plan
pour la production d'eau chaude



Interaction du rayonnement solaire avec un vitrage



$$\Phi_i = \Phi_r + \Phi_a + \Phi_t$$

$$1 = \rho + \alpha + \tau$$

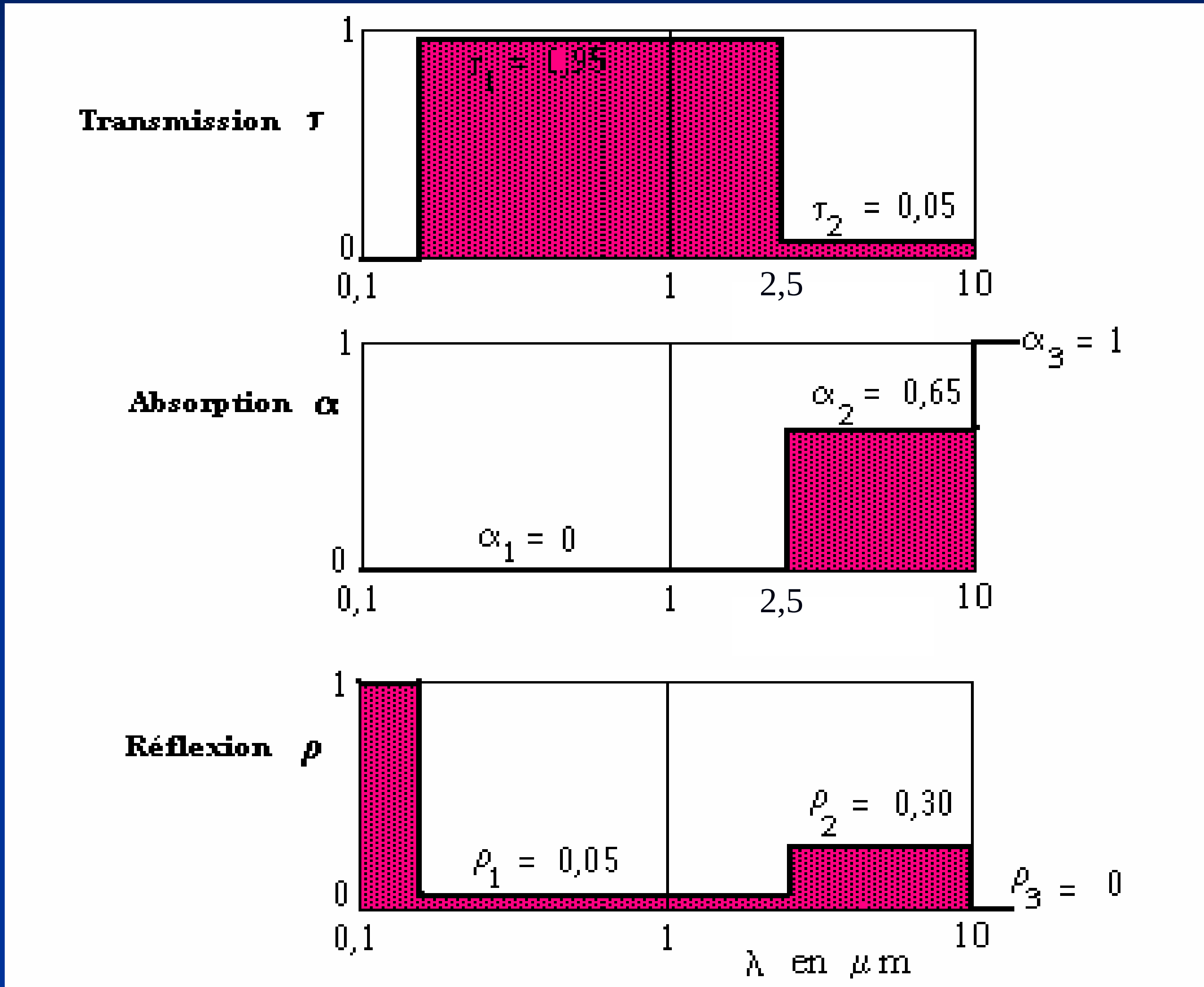
$$1 = \rho + \alpha + \tau$$

$$= 0{,}05 + 0 + 0{,}95$$

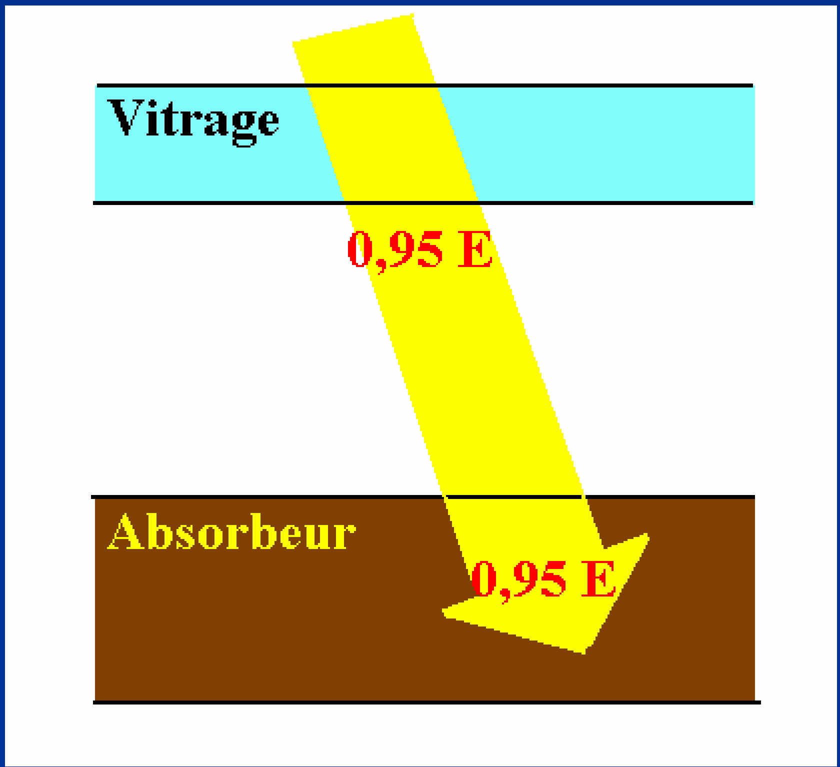
95 % de l'énergie solaire traverse le vitrage.

Celui-ci ne s'échauffe absolument pas.

Caractéristiques typiques d'un vitrage

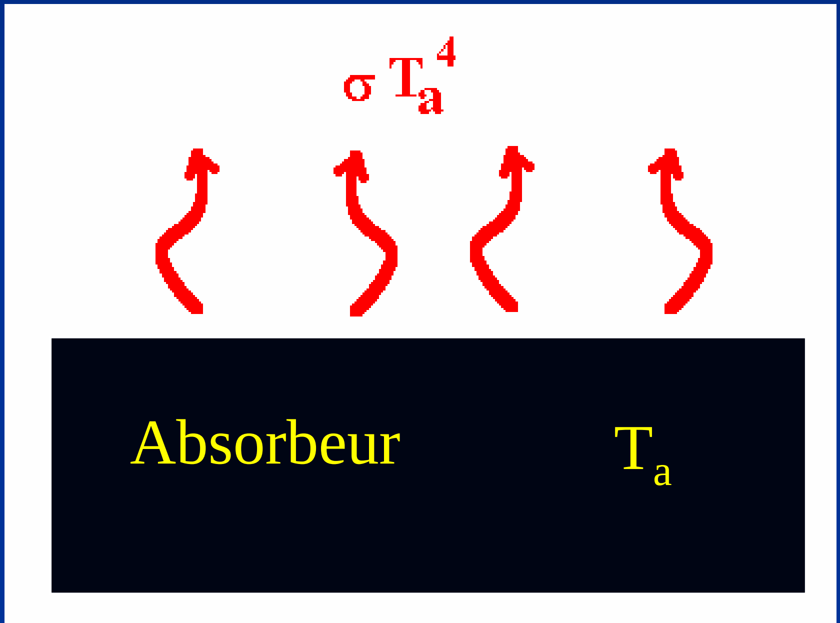


Rôle de l'absorbeur



Toute l'énergie transmise par le vitrage est absorbée par l'absorbeur

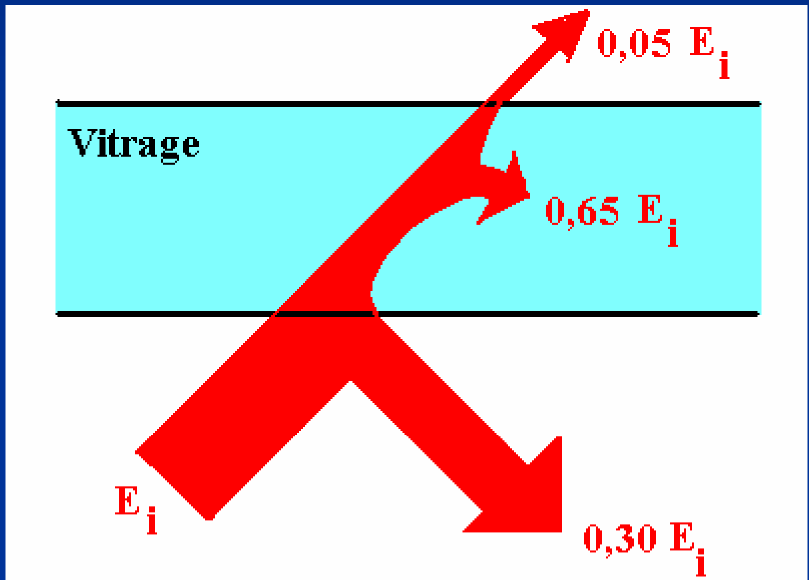
Rayonnement de l'absorbeur



L'absorbeur, à la température T_a , émet un rayonnement dont l'émittance est fournie par la loi de STEFAN-BOLTZMANN

$$M^o = \sigma T_a^4$$

Interaction du rayonnement de l'absorbeur avec le vitrage



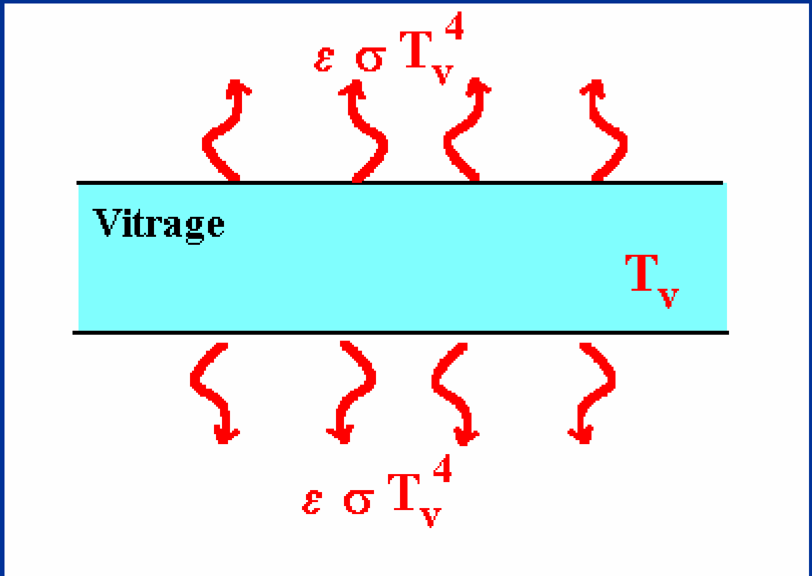
$$\Phi_i = \Phi_r + \Phi_a + \Phi_t$$

$$1 = \rho + \alpha + \tau$$

$$= 0{,}30 + 0{,}65 + 0{,}05$$

Dans l'IR (10 μ), le vitrage réfléchit 30% , absorbe 65% , et transmet 5% . C'est l'effet de serre.

Rayonnement du vitrage



Le vitrage, en équilibre thermique à la température T_v , émet un rayonnement

$$2\ \varepsilon\ \sigma\ T_v^{4}$$

Bilan thermique du vitrage

$$2\,\varepsilon\,\sigma\,T_v^{\,4} \;=\; \mathbf{0{,}65}\,\sigma\,T_a^{\,4}$$

Pertes d'énergie rayonnée par les 2 faces (ε = 0,88)

Absorption de l'énergie émise par l'absorbeur

Bilan thermique de l'absorbeur

$$\sigma T_a^{\,4} = 0{,}95\,E + 0{,}30\,\sigma T_a^{\,4} + \varepsilon\,\sigma T_v^{\,4}$$

perte d'énergie rayonnée

énergie solaire absorbée
E = 400 W/m2

absorption de l'énergie réfléchie par le vitrage

absorption de l'énergie rayonnée par le vitrage

Résolution

$$\begin{cases} 2\,\varepsilon\,\sigma\,T_v^{\,4} = 0{,}65\,\sigma\,T_a^{\,4} & (1) \\ \sigma\,T_a^{\,4} = 0{,}95\,E + 0{,}30\,\sigma\,T_a^{\,4} + \varepsilon\,\sigma\,T_v^{\,4} & (2) \end{cases}$$

En posant: $X = \sigma\,T_v^{\,4}$ $\quad$ $Y = \sigma\,T_a^{\,4}$

$$\begin{cases} 1{,}76\,X = 0{,}65\,Y & (1) \\ 0{,}70\,Y = 380 + 0{,}88\,X & (2) \end{cases}$$

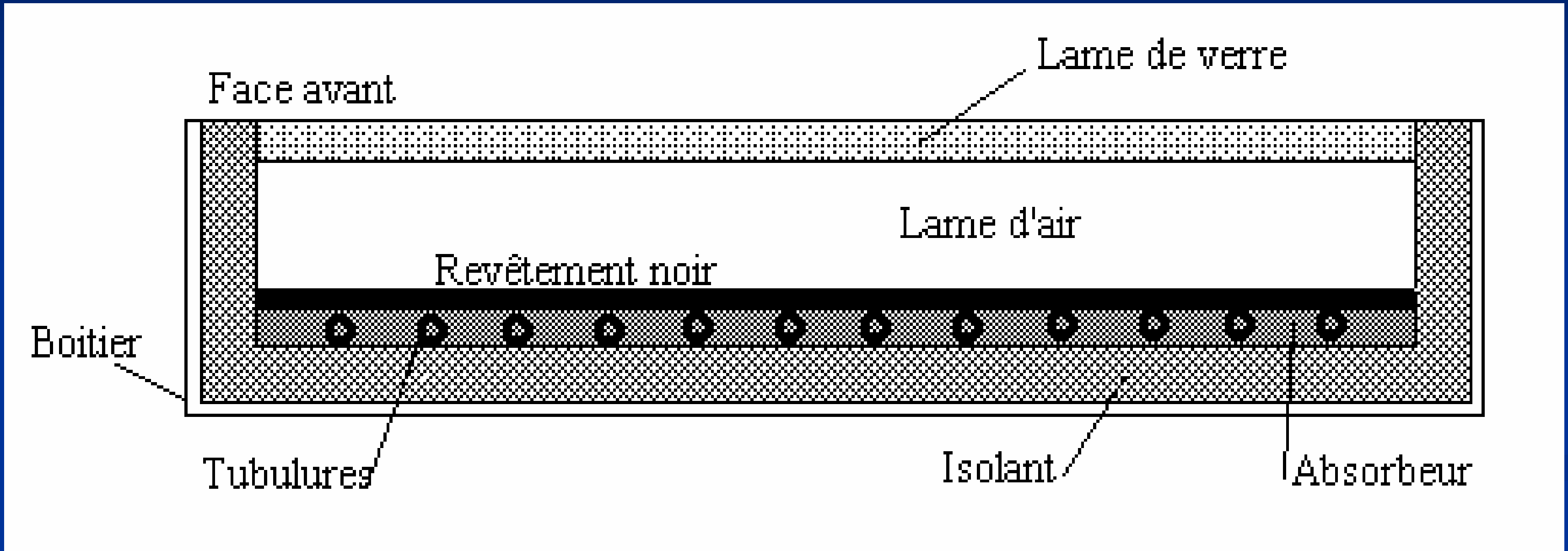
$X = 374$ $\quad$ $Y = 1013$

$\sigma\,T_v^{4} = 374$ $\quad$ $\sigma\,T_a^{4} = 1013$

$T_v = 285$ K (12°C) $\quad$ $T_a = 366$ K (93°C)

Le vitrage a une température légèrement supérieure à celle de l'ambiance.

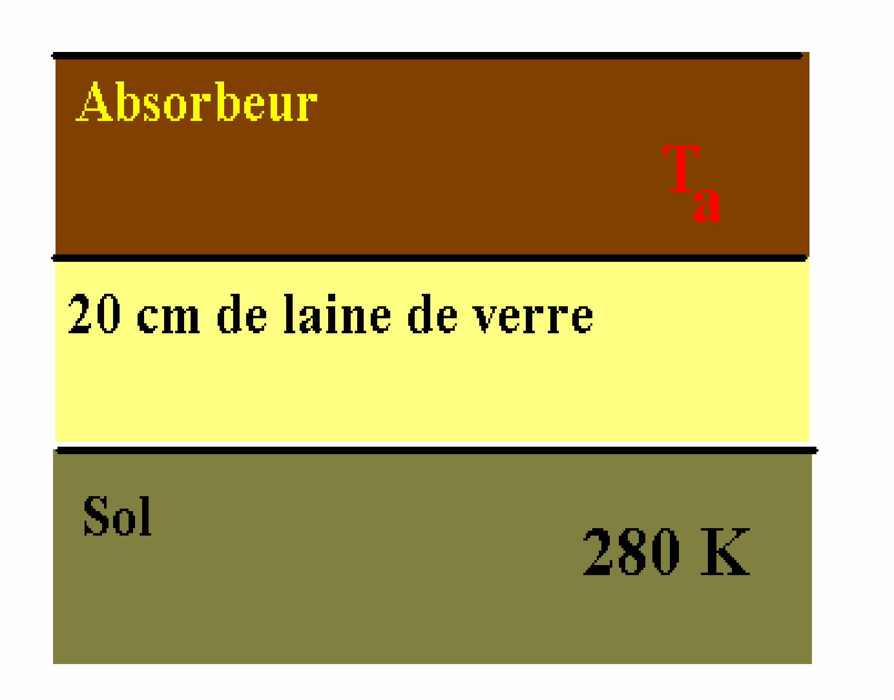
Prise en compte des pertes par conduction



On a négligé les pertes par conduction, en admettant que le boîtier est bien isolé.

<u>Peut-on estimer ces pertes ?</u>

Résistance thermique de fuite



$\Delta T = (T_a - 280) = R\,\Phi$

avec : $R = e / (\lambda\ S)$

$e = 0{,}20$ m

$\lambda = 0{,}04$ W /(m.K)

$S = 1$ m^2

$R = 5$ K/W

Le flux thermique perdu par conduction est :

$$\Phi = (T_a - 280) / 5 \text{ en W/m}^2$$

Nouveau bilan de l'absorbeur

$$\sigma T_a^{\,4} + (T_a - 280)/5 = 0{,}95\, E + 0{,}30\, \sigma T_a^{\,4} + \varepsilon\, \sigma T_v^{\,4}$$

- perte d'énergie rayonnée
- perte d'énergie par conduction
- énergie solaire absorbée

  E = 400 W/m²
- absorption de l'énergie réfléchie par le vitrage
- absorption de l'énergie rayonnée par le vitrage

Système à résoudre

$$\begin{cases} 2\,\varepsilon\,\sigma\,T_v^{\,4} = 0{,}65\,\sigma\,T_a^{\,4} \\ \sigma\,T_a^{\,4} + (T_a - 280)/5 = 0{,}95\,E + 0{,}30\,\sigma\,T_a^{\,4} + \varepsilon\,\sigma T_v^{\,4} \end{cases}$$

Par élimination de T_v entre les deux équations on obtient

$$2{,}13\,.\,10^{-8}\,T_a^{\,4} + (T_a - 280)/5 = 380$$

Résolution numérique à l'aide d'un tableur

T	2,13E-08*T*T*T*T	(T-280)/5	2,13E-08*T*T*T*T+(T-280)/5
360,00	357,758	16,000	373,76
361,00	361,750	16,200	377,95
361,50	**363,758**	**16,300**	**380,06**
362,00	365,775	16,400	382,17
365,00	378,052	17,000	395,05
370,00	399,196	18,000	417,20
en K	en W/m2	en W/m2	en W/m2

T_a = 361,5 K = 88 °C

soit 5 °C de moins qu'en négligeant la conduction

Fin du cour de thermique

Merci de votre attention