Chapitre 2

ETUDE DES SUBSTANCES RADIOACTIVES

1. INTRODUCTION

Une substance radioactive est de la matière simple, composée ou bien un mélange dont les atomes sont tous ou en partie radioactifs.

Exemple :

L'eau tritiée est une matière composée radioactive de formule moléculaire $^{3}H_2O$ ou bien $^{3}H^{1}HO$

$^{3}H_2O$ contient deux atomes ^{3}H radioactifs

$^{3}H^{1}HO$ contient un atome ^{3}H radioactif et un atome ^{1}H stable

^{3}H est émetteur β^- :

$$^{3}_{1}H \downarrow \beta^- + \overline{\nu} + \,^{3}_{2}He$$

Rappelons que l'étude de l'écriture des désintégrations nucléaires et celle des conditions d'instabilités nucléaires sont traitées respectivement aux paragraphes 7.4.3 et du chapitre1.

Dans la suite de ce cours, nous désignerons par espèce nucléaire radioactive l'ensemble des radionucléides identiques $^{A}_{Z}X$ de même numéro atomique Z et de même nombre de masse A, représenté par ^{A}X.

Exemple :

l'espèce nucléaire ^{3}H comporte uniquement des radionucléides $^{3}_{1}H$

l'espèce nucléaire ^{14}C ne comporte que des radionucléides $^{14}_{6}C$

Une espèce nucléaire radioactive se transforme vers une autre espèce nucléaire stable

- soit par désintégration simple : $^{A}_{Z}X \xrightarrow{R} Y$ stable.
- soit par filiation : $^{A}_{Z}X \rightarrow Y_1 \rightarrow Y_2 \rightarrow Y_3 ..... \rightarrow Y_n$ stable .

Dans une filiation radioactive :

$^{A}_{Z}X$ est le précurseur (ou père).

$Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_{n-1}$: sont des descendants radioactifs (ou fils)

Y_n est le dernier descendant stable.

Le précurseur $^{A}_{Z}X$ et ses descendants Y_i forment une famille radioactive.

Exemple :

Les familles radioactives naturelles:

L'analyse de la matière terrestre montre l'existence de trois familles radioactives naturelles à savoir :

- Famille de l'uranium 238 : $^{238}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}Th \rightarrow ..... \rightarrow {}^{206}_{82}Pb$
- Famille de l'uranium 235 : $^{235}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{231}_{90}Th \rightarrow ..... \rightarrow {}^{207}_{82}Pb$
- Famille du thorium 232 : $^{232}_{90}Th \xrightarrow{\alpha} {}^{228}_{88}Ra \rightarrow ..... \rightarrow {}^{208}_{82}Pb$

Dans ces trois familles radioactives, les isotopes du plomb sont tous stables.

Une substance radioactive, se transforme donc, par désintégration simple, ou bien par filiation, pour donner une autre substance parfois d'état différent.

<u>Exemple :</u>

$$\underset{\text{solide}}{^{226}Ra} \xrightarrow{\alpha} \underset{\text{gaz}}{^{222}Rn} \xrightarrow{\alpha} \underset{\text{solide}}{^{218}Po} \rightarrow ....$$

Le radium 226, solide, se transforme par désintégration alpha, en radon 222 à l'état gazeux ; Le radon 222 donne par désintégration alpha du polonium 218 à l'état solide.

Dans tous les cas une substance radioactive finit par disparaître au cours du temps au profit d'une substance stable. Il s'agit alors de savoir quelle est la loi d'évolution, dans le temps, du nombre de radionucléides et quelles sont les grandeurs physiques mises en jeu dans l'expression mathématique de cette loi.
La formulation d'une telle loi résulte d'expériences répétées sur un grand nombre de radionucléides d'une même espèce nucléaire. Ces expériences montrent que les radionucléides d'une espèce nucléaire ^{A}X, ne se désintègrent pas tous en même temps dès leur formation, mais les uns après les autres, suivant un certain rythme décrit par une loi statistique.
La nécessité de disposer d'un grand nombre de radionucléides est liée au fait que la radioactivité étant un phénomène aléatoire, donc relevant de hasard, il est impossible de prévoir le devenir d'un seul radionucléide en particulier et l'instant de sa désintégration car un tel radionucléide peut se désintégrer dès sa formation ou bien avoir une vie infinie (ceci à l'instar d'un individu d'une population humaine : un individu peut mourir dès sa naissance ou bien avoir une vie très longue). Par contre se qu'il est possible de prévoir c'est le devenir d'un nombre N de radionucléides statistiquement élevé.
La loi d'évolution d'une espèce nucléaire radioactive est une expression mathématique qui permet de calculer le nombre de radionucléides présent à chaque instant dans une substance radioactive quelconque.

2. EXPRESSION DE LA LOI DECROISSANCE DES RADIONUCLEIDES PRECURSEURS $^{A}_{Z}X$

Soit une substance radioactive dont les noyaux $^{A}_{Z}X$ se transforment par désintégration simple : $^{A}_{Z}X \rightarrow R + Y$

R : rayonnement émis, Y : noyau résiduel considéré stable
L'expérience montre que le nombre de noyaux $^{A}_{Z}X$ décroît tandis que le nombre de noyaux Y croit car les Y étant stables vont s'accumulés au cours du temps.

Soit $N_0(t_0)$, le nombre de radionucléides ${}^{A}_{Z}X$ présents à l'instant origine t_0 et N(t) ceux présents à un instant ultérieur t loin de t_0 pour avoir suffisamment de noyaux Y formés.
La formulation de la loi de décroissance consiste à trouver la relation entre N_0, N(t), t_0 et t.
Etudions la décroissance du nombre de noyaux N(t) pendant un temps élémentaire dt voisin de l'instant t.
Quand le temps t croit de dt, N(t) décroît de dN (tableau1).

Tableau 1

Temps de décroissance	Nombre de noyaux présents
Instant initial : t_0	$N_0(t_0)=N_o$
Instant quelconque $t > t_0$	$N(t) = N$
Instant t+dt	$N(t+dt) = N-dN$

dN étant le nombre de noyaux qui se désintègre pendant dt, le nombre de noyaux qui se désintègre par seconde est donc : $\frac{dN}{dt}$

L'expérience montre que le nombre de noyaux qui se désintègrent par seconde : $(\frac{dN}{dt})$ est proportionnel au nombre de noyaux N présents à l'instant t. En d'autres termes plus le nombre N de radionucléides présents est grand, plus ceux qui vont se désintégrer parmi les N présent est grand.
Si on note par λ, la constante de proportionnalité on a donc :

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N \qquad (1)$$

En tenant compte du fait que dN est une diminution par rapport à N, diminution représentée par un signe moins dans l'expression (1), la loi de décroissance est obtenue par intégration de l'équation différentielle $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$

$$\Rightarrow \int_{N_0(t_0)}^{N(t)} \frac{dN}{N} = \int_{t_0}^{t} -\lambda dt \Leftrightarrow \ln \frac{N(t)}{N_0(t_0)} = -\lambda(t-t_0)$$

En posant $N(t) = N$ et $N(t_0) = N_0$, la loi de décroissance d'une espèce radioactive constituée de précurseurs a donc pour expression :

$$N = N_0 e^{-\lambda(t-t_0)} \qquad (2)$$

N(t) : nombre de radionucléides ${}^{A}_{Z}X$ présents au temps t
$N_0(t_0)$: nombre de radionucléides ${}^{A}_{Z}X$ présents à l'instant initial t_0
λ est appelée constante radioactive d'une espèce nucléaire ; λ est en s^{-1}. La relation (1) montre que $\lambda = \frac{dN}{N} \cdot \frac{1}{dt}$ est la probabilité de désintégration d'un noyau par seconde.

La constant radioactive λ est une caractéristique d'une espèce nucléaire radioactive : plus λ est grande plus cette espèce disparaît rapidement au profit d'une autre espèce nucléaire stable ou bien radioactive.

2.1. Détermination des nombres de noyaux ${}_{Z}^{A}X$ désintégrés et Y accumulés

Sachant que N_0 est le nombre de noyaux ${}_{Z}^{A}X$ présents à l'instant origine t_0 et N ceux présents à l'instant t, le nombre N' de noyaux ${}_{Z}^{A}X$ désintégré pendant la durée $(t - t_0)$ est donc :

$$N' = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda(t-t_0)}\right)$$

Les Y étant stable, le nombre N' représente à la fois le nombre N_R de rayonnements R émis et le nombre N_Y de noyaux résiduels Y accumulés (car 1 ${}_{Z}^{A}X$ désintégré donne 1 R et 1 Y).

$$N' = N_R = N_Y = N_0\left(1 - e^{-\lambda(t-t_0)}\right) \qquad (3)$$

<u>Cas particulier</u>

En prenant comme temps origine $t_0 = 0$, il vient :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad \text{et} \qquad N' = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

2.2. Courbes d'évolution de N et N' entre $t_0 = 0$ et $t \to \infty$ (figure 1)

Tableau 2.

Temps de décroissance	Nombre de noyaux présents	Nombre de noyaux désintégrés
$t_0 = 0$	$N = N_0$	$N' = 0$
$t \to \infty$	$N \to 0$	$N' \to N_0$

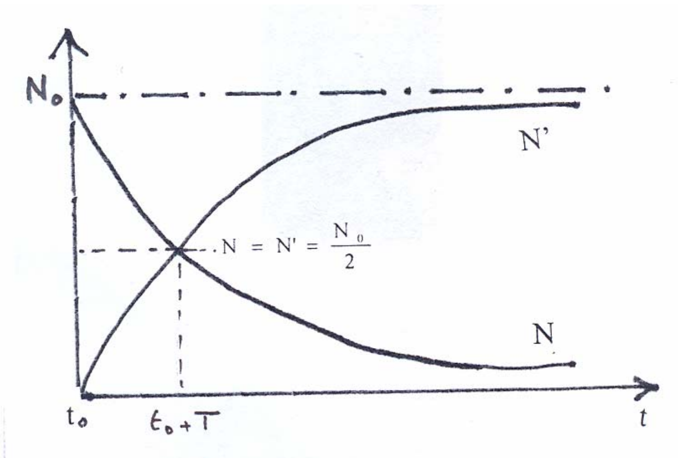

Figure 1

2.3. Définition de l'activité d'une substance radioactive

L'activité d'une substance est le nombre de noyaux qui se désintègre par seconde.

En notant par **a** l'activité et sachant que dN/dt est le nombre de noyaux qui se désintègrent par seconde, il vient d'après (1) :

$$a = \frac{dN}{dt} = \lambda N$$

L'activité d'une substance radioactive est proportionnelle au nombre N de noyaux radioactifs présents à chaque instant t. En remplaçant N par son expression (2), il vient :

$$a = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda(t-t_0)}$$

$a = \lambda N$ est l'activité de la substance à l'instant t

$a_0 = \lambda N_0$ est l'activité initiale à l'instant t_0.

D'où :

$$a = a_0 e^{-\lambda(t-t_0)}$$

si $t_0 = 0$; $\Rightarrow$ $a = a_0 e^{-\lambda t}$

L'activité diminue au cours du temps suivant une exponentielle décroissante, il en est de même du nombre de rayonnement émis par seconde par une substance radioactive. (Figure 2).

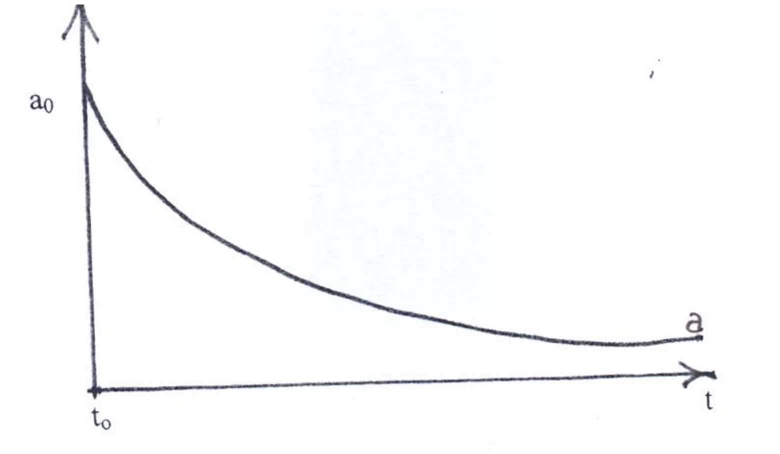

Figure 2

Unité d'activité (SI) : le Becquerel (Bq).

Un Becquerel est l'activité d'une substance qui donne une désintégration par seconde (un noyau qui se désintègre en une seconde) : $1Bq = 1$ désin.s^{-1}

Autres unités :

Le Curie : $1Ci = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq

Les sous multiples du Curie : le milliCurie $1mCi = 10^{-3}$ Ci

le microCurie $1\mu Ci = 10^{-6}$ Ci

Coups par minute (cpm) = nombre de désintégrations par minute (désint mn^{-1})

2.4. Activité spécifique a_s d'une substance radioactive

Pour une substance radioactive d'activité a, de masse m, de volume V et de nombre de moles n, l'activité spécifique est définie comme étant l'activité : par unité de matière $a_s = \frac{a}{m}$, ou bien par unité de volume $a_s = \frac{a}{V}$, ou bien par mole $a_s = \frac{a}{n}$.

Exemples d'unités d'activité spécifique :

Si a est en Becquerel et m en gramme, a_s est en $Bq.g^{-1}$.

Si a est en Curie et m en mole, a_s est en $Ci.mol^{-1}$.

Si a est en Becquerel et V en litre, a_s est en $Bq.l^{-1}$.

2.5. Définition de la période d'un radionucléide

La période (notée T) d'un radionucléide est le temps (ou durée) pour que la moitié des noyaux initialement présents se désintègre.

Pour une durée : $t-t_0 = T = 1$ période, le nombre de noyaux encore présents au temps t est : $N = \frac{N_0}{2}$ et le nombre de ceux désintégrés est : $N' = \frac{N_0}{2}$

d'après (2) et (3)

$$\left.\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2} \\ N' &= N_0\left(1-e^{-\lambda T}\right) = \frac{N_0}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Au bout d'une période, l'activité diminue également de moitié. En effet pour une durée $\left(t-t_0\right) = T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ on a :

$$a = a_0 e^{-\lambda T} = a_0 e^{-\lambda\frac{\ln 2}{\lambda}} = \frac{a_0}{2}$$

Unités de période :

T est en seconde, si λ est en s^{-1}. La période peut être exprimée également en microseconde, minute, heure, jour, an …

Exemples de périodes de quelques radionucléides :

${}^{3}_{1}H$ (β^-)	${}^{14}_{6}C$ (β^-)	${}^{238}_{92}U$ (α)	${}^{99}_{43}Tc^m$ (γ)
12 ans	5600 ans	$4{,}5 \cdot 10^9$ ans	6 h

2.6. Définition de la vie moyenne d'un radionucléide

La vie moyenne, τ, est le temps pour que le nombre de noyaux radioactifs initialement présents soit divisé par e = 2,718.

Si à l'instant t_0, il y a N_0 noyaux présents, après une durée $(t-t_0) = \tau$, il reste :

$$N = \frac{N_0}{e} = N_0 e^{-\lambda\tau} \qquad \Rightarrow \quad \tau = \frac{1}{\lambda}$$

τ en seconde si λ est en s^{-1}.

3. LOI D'EVOLUTION D'UNE FILIATION RADIOACTIVE

Une filiation radioactive se compose du radionucléide précurseur ${}^{A}_{Z}X$, de plusieurs descendants radioactifs et d'un dernier descendant stable.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow Y_1 \rightarrow Y_2 \rightarrow Y_3 ..... \rightarrow Y_n \text{ stable}$$

Dans l'étude d'une filiation radioactive, il s'agit de déterminer l'expression mathématique de la loi d'évolution de chaque espèce de la filiation afin de pouvoir calculer le nombre de radionucléides présents à chaque instant. Cette étude étant complexe, lorsque la filiation comporte plusieurs descendants, nous allons donc considérer le cas simple d'une filiation à trois espèces nucléaires : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow Y \rightarrow Z(\text{stable})$.

Pour simplifier l'écriture nous allons noter par (1), (2), (3) les espèces nucléaires, respectivement, X, Y et Z. La filiation s'écrit alors :

$$(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3(\text{stable}))$$

3.1. Détermination du nombre de noyaux présents de chaque espèce nucléaire de la filiation radioactive $(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3)$

Considérons le cas simple où l'espèce (1) est initialement pure au temps t_0 : à cet instant t_0, il y a un nombre N_{01} de noyaux présents de l'espèce (1) et ceux des espèces (2) et (3) ne sont pas encore formées $N_{02} = 0$ et $N_{03} = 0$.

Les paramètres utilisés dans l'étude de cette filiation sont consignés dans le tableau 3

Tableau 3 :

Filiation	$(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3)$ stable		
Constantes radioactives	λ_1	λ_2	$\lambda_3 = 0$
Nombre de noyaux présents et activité au temps t_0	N_{01} $a_{01}=\lambda \cdot N_{01}$	$N_{02} = 0$ $a_{02}=0$	$N_{03} = 0$ $a_{03}=0$
Nombre de noyaux présents et activité au temps t	N_1 $a_1=\lambda \cdot N_1$	N_2 $a_2=\lambda \cdot N_2$	N_3 $a_3=0$
Variation élémentaire du nombre de noyaux entre t et t+dt	dN_1	dN_2	dN_3
Variation du nombre de noyaux par unité de temps	$\frac{dN_1}{dt}$	$\frac{dN_2}{dt}$	$\frac{dN_3}{dt}$

Signification des variations $\frac{dN_1}{dt}$, $\frac{dN_2}{dt}$ et $\frac{dN_3}{dt}$

- **L'espèce (1)** étant composée des précurseurs $^{A}_{Z}X$, $\frac{dN_1}{dt}$ est le nombre de noyaux qui se désintègre par unité de temps parmi les N_1 présents . En tenant compte de la relation (1) et du fait que dN_1 est une diminution par rapport à N_1 il vient :

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \qquad (3)$$

L'espèce (1) étant initialement pure l'intégration de (3) donne :

$$\int_{N_{01}}^{N_1} \frac{dN_1}{N_1} = \int_{t_0}^{t} -\lambda_1 dt \qquad \Rightarrow \qquad N_1 = N_{01} e^{-\lambda_1(t-t_0)} \qquad (4)$$

- **L'espèce (2) :** est le siège de deux événements différents qui ont lieu simultanément à savoir :

pendant la même unité de temps il y a à la fois formation de noyaux de l'espèce (2) par désintégration de (1) et disparition d'un certain nombre de noyaux parmi les N_2 présents, puisque l'espèce (2) est radioactive. La variation $\frac{dN_2}{dt}$ du nombre de noyaux N_2 par seconde résulte donc du nombre de noyaux formés par seconde ($\lambda_1 N_1$) et du nombre de noyaux désintégrés pendant la même seconde ($-\lambda_2 N_2$) :

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \qquad (5)$$

En remplaçant N_1 par son expression (4) et en tenant compte des conditions initiales de l'espèce (2) à savoir, $N_{02}=0$ au temps t_0 puisque l'espèce (1) est initialement pure, il vient après intégration de (5) :

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} \left[e^{-\lambda_1(t-t_0)} - e^{-\lambda_2(t-t_0)} \right] \qquad (6)$$

L'espèce (3) étant stable et alimentée par désintégration de l'espèce (2) augmente au cours du temps ; $\frac{dN_3}{dt}$ est donc le nombre de noyaux de l'espèce (3) formés par seconde à partir de l'espèce (2).

$$\frac{dN_3}{dt} = +\lambda_2 N_2 \qquad (7)$$

En remplaçant N_2 par son expression (6), en tenant compte de conditions initiales, à savoir $N_{03}=0$ au temps t_0, on obtient par intégration de (7) l'expression de N_3.

$$N_3 = N_{01}[1 + \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2(t-t_0)} - \lambda_2 e^{-\lambda_1(t-t_0)}}{\lambda_2 - \lambda_1}] \qquad (8)$$

Remarque :

La notation $\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$ représente l'activité de l'espèce (1) constituée de radionucléides précurseurs, par contre les notations $\frac{dN_2}{dt}$ et $\frac{dN_3}{dt}$ ne sont pas des activités mais des variations par seconde respectivement de N_2 et de N_3.

Le mot variation est un terme général qui indique aussi bien une diminution, une augmentation ou les deux à la fois

3.2. Expression des activités des espèces (1) et (2) :

$$a_1 = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 (t-t_0)} = a_{01} e^{-\lambda_1 (t-t_0)}$$

$$a_2 = \lambda_2 N_2 = \lambda_2 \frac{a_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[e^{-\lambda_1 (t-t_0)} - e^{-\lambda_2 (t-t_0)} \right]$$

3.3. Courbes d'évolution des espèces (1), (2) et (3) entre t_0 et $t \to \infty$ lorsque l'espèce (1) est initialement pure. (Figure 3)

Tableau 4 :

Temps de décroissance / Nombre de noyaux présents	$t_0 = 0$	$t \to \infty$
Espèce (1)	N_{01}	$N_1 \to 0$
Espèce (2)	$N_{02} = 0$	$N_2 \to 0$
Espèce (3)	$N_{03} = 0$	$N_3 \to N_{01}$

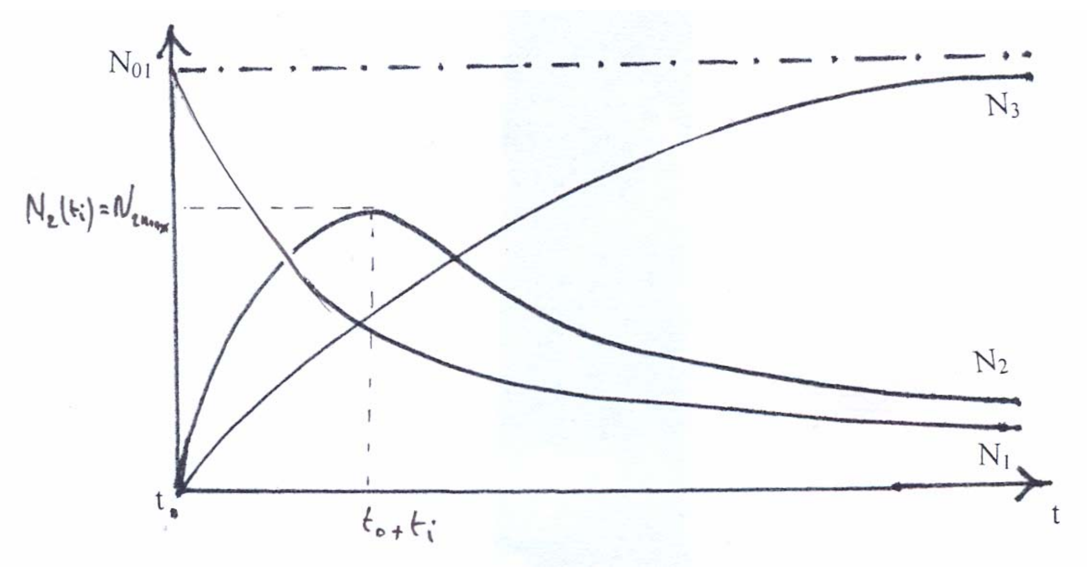

Figure 3

3.4. Détermination de l'instant $t = t_0 + t_i$, où espèce (2) est maximum ($N_2 = N_{2max}$)

Le tableau 5 montre que l'espèce (2) passe deux fois par zéro : elle atteint donc un maximum à un instant $t = t_0 + t_i$ situé entre $t_0 = 0$ et $t \rightarrow \infty$. Les coordonnées de ce maximum correspondent mathématiquement à une pente nulle. Cette pente étant la dérivée $\frac{dN_2}{dt}$ de la fonction N_2, cette dérivée est donc :

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}[-\lambda_1 e^{-\lambda_1(t-t_0)} + \lambda_2 e^{-\lambda_2(t-t_0)}] = 0$$

D'où : $$t - t_0 = t_i = \frac{\ln\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

t_i est donc **la durée** pour que l'espèce 2 atteigne son maximum.

Puisque $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$, t_i s'écrit en fonction des périodes :

$$t_i = \frac{T_1 T_2}{\ln 2} \cdot \frac{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}{(T_1 - T_2)} \qquad (9)$$

avec ln2=0,693

Le temps au bout duquel l'espèce (2) atteint son maximum est constant car il dépend uniquement des périodes T_1 et T_2 qui sont elles mêmes des constantes.

Remarque :

On obtient les mêmes expressions pour t_i en remplaçant N_1 par (4) et N_2 par (6) dans : $\frac{dN_2}{dt} = 0 = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$.

3.5. Définition de l'équilibre idéal

Les espèces (1) et (2) en filiation sont en équilibre idéal lorsque leurs activités sont égales quand l'espèce (2) atteint son maximum à l'instant $t = t_0 + ti$ telle que la variation $\frac{dN_2}{dt} = 0 = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \Rightarrow \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$

D'où $$a_1(t) = a_2(t) = a_{2max}$$

Si $t_0 = 0$ alors $t = ti$ et $a_1(t_i) = a_{01} e^{-\lambda_1 ti} = a_2(t_i)$

A l'équilibre idéal les activités des espèces (1) et (2) sont égales mais celles de (2) est maximum et décroît a partir de l'instant $t = t_0 + t_i$ tandis que celle de l'espèce (1) continue à décroître entre t_0 et $t \rightarrow \infty$ (figure 4)

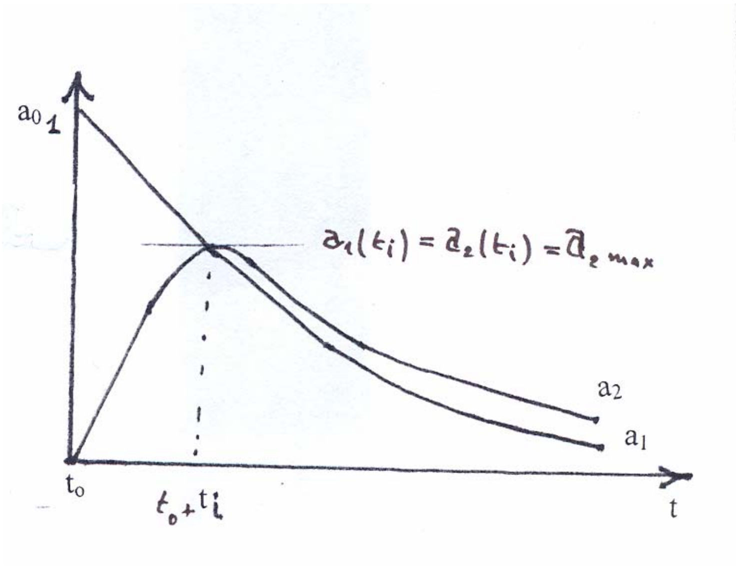

figure 4

Remarque :
A l'équilibre idéal seules les activités des espèces (1) et (2) sont égales : $\lambda_1 N1=\lambda_2 N_2$ mais les nombres de noyaux N_1 et N_2 sont différents.
Dans le cas particulier où $T_1 >> T_2$ et $(t-t_0) \rightarrow \infty$ on montre que le rapport des activités $a_2/a_1= 1- e^{-\lambda 2(t-t0)} \rightarrow 1$ on dit alors que les espèces (1) et (2) sont en équilibre séculaire.

4. DOMAINES D'APPLICATION DES RADIOELEMENTS

4.1. INTRODUCTION

Les rayonnements émis par les radioéléments naturels ou artificiels sont facilement détectables à l'aide de dispositifs spécifiques et identifiables grâce, notamment, à leur spectre en énergie. Les nombreuses utilisations des radionucléides dans les divers domaines de la recherche scientifique fondamentale et appliquée et dans les travaux de routine qui font usage des techniques nucléaires sont facilitées par le fait que dans un échantillon à analyser, la présence de radioéléments, même à l'état de trace, peut être décelée grâce au rayonnement de radioactivité émis, ceci, sans détruire l'échantillon par des procédés chimiques ou physiques.
La détermination du nombre N_X de radionucléides ${}^{A}_{Z}X$ présents dans une unité de matière de l'échantillon est effectuée par comptage du nombre N_R de rayonnements émis pendant la durée de comptage Δt_c
Les notations adoptées pour exprimer la relation qui permet de déterminer N_x à partir des facteurs expérimentaux sont les suivantes :
Instant de début du comptage : t_d et $N(t_d)$ nombre de radionucléides présent dans l'échantillon.
Instant à la fin du comptage t_f et $N(t_f)$ nombre de radionucléides présent à la fin du comptage.
Relation entre les nombres de noyaux présents respectivement à la fin et au début du comptage $N(t_f)=N(t_d)e^{-\lambda(t_f - t_d)}$
avec $N(t_d)=N_x$= nombre de noyaux présents par unité de matière de l'échantillon au début du comptage.

Si $\Delta t_c = t_f - t_d$ est la durée du comptage et N_{Rc} le nombre de rayonnements comptés pendant Δt_c, le nombre de rayonnement émis $N_R=N(t_d)-N(t_f)$ est tel que $N_R=F\ N_{Rc}$

F est un facteur de correction qui dépend des caractéristiques des rayonnements et du dispositif de comptage.

D'où $N_R = N_X\left[1-e^{-\lambda\cdot\Delta t_c}\right] \Rightarrow N_X = \dfrac{N_R}{1-e^{-\lambda\cdot\Delta t_c}}$ (10)

Avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T} = \dfrac{0{,}693}{T}$; où T est la période du radionucléide ${}^{A}_{Z}X$

N_R, T, Δt_c étant connus, la relation 10 permet de calculer N_X.

4.2. DATATION A L'AIDE DES RADIOELEMENTS

4.2.1. Datation au carbone 14.

${}^{14}C$: émetteur β^-, T = 5730 ans, formé par réaction nucléaire ${}^{14}N(n,p){}^{14}C$ dans l'atmosphère, par irradiation des noyaux ${}^{14}N$ avec des neutrons cosmiques

${}^{14}C$ est assimilé sous forme de ${}^{14}CO_2$ par les plantes lors de la photosynthèse.

Le radiocarbone 14 permet de dater les objets contenant de la matière végétale (objet en bois, tissu, peinture, momies…etc.).

Exemple : datation d'un objet en bois (sarcophage lit etc.)

L'objet à dater a été fabriqué avec du bois d'un arbre d'une espèce végétale connue et qui existe encore à notre époque.

Lorsqu' un tel arbre est vivant il assimile lors de la photosynthèse du ${}^{12}CO_2$ stable et de ${}^{14}CO_2$ radioactif. Le nombre N_{014} de radionucléides ${}^{14}C$ présents par unité de matière est constant tant que l'arbre est vivant car il y a équilibre entre les ${}^{14}C$ désintégrés et ceux assimilés par photosynthèse.

- Quant l'arbre est coupé à l'instant t_0, il y a arrêt de la photosynthèse et les N_{014} commencent à décroître.
- A l'instant t de la datation de l'objet l'unité de matière prélevée sur cet objet ne contient plus qu'un nombre N_{14} de ${}^{14}C$ tel que : $N_{14} = N_{014}e^{-\lambda(t-t_0)}$

L'age de l'objet est donc $(t-t_0) = \dfrac{1}{\lambda}\ln\left(\dfrac{N_{014}}{N_{14}}\right) \Rightarrow (t-t_0) = \dfrac{5700}{0{,}693}\ln\left(\dfrac{N_{014}}{N_{14}}\right)$ (an)

N_{014} est déterminé par comptage du nombre $(N_{\beta^-})_c$ des β^- émis pendant la durée de comptage Δt_c.et N_{14} déterminé par comptage du nombre $(N'_{\beta^-})_c$ pendant la durée de comptage $\Delta t'_c$.

Donc d'après 10 :

$$\begin{cases} N_{014} = \dfrac{N_{\beta^-}}{1-e^{-\lambda\cdot\Delta t_c}} \\ N_{14} = \dfrac{N'_{\beta^-}}{1-e^{-\lambda\cdot\Delta t'_c}} \end{cases}$$

Avec N_{β^-} et N'_{β^-} émis respectivement pendent les durées Δt_c et $\Delta t'_c$

4.2.2. Datation de l'eau d'une nappe phréatique à l'aide de l'hydrogène 3 (^3H)

^3H : émetteur β^- ; T = 12 ans, formé par réaction $^{14}N\left(n,{}^3H\right){}^{12}C$ dans l'atmosphère ; se trouve dans l'eau de pluie sous forme de ^3H_2O (eau tritiée)

- Quand la nappe phréatique est régulièrement alimentée par l'eau de pluie provenant de différentes sources, le nombre N_{03} de ^3H présents dans l'unité de matière reste constant.
- Quant la nappe n'est plus alimentée à un instant t_0 (par suite d'un phénomène géologique qui isole la nappe), les N_{03} commencent à décroître et l'eau à stagner.
- A l'instant t de la datation de l'eau de la nappe, l'unité de matière ne contient plus qu'un nombre N_3 de radionucléides ^3H tel que : $N_3 = N_{03}e^{-\lambda\left(t-t_0\right)}$
- L'eau a donc stagnée pendant la durée $\Rightarrow$ $\left(t-t_0\right) = \dfrac{12}{0{,}693}\ln\left(\dfrac{N_{03}}{N_3}\right)$(année)

N_{03} et N_3 sont déterminés par comptage des β^-.comme dans le cas précédent du ^{14}C.

Remarque :

La datation à l'aide des radioéléments ^A_ZX reste valable tant que l'age (t-t_0) des objets contenant ces radionucléides est inférieure à 10 périodes du radionucléide. Lorsque (t-t_0) > 10T les radionucléides finissent par disparaître et le nombre N_R de rayonnements comptés se réduit au bruit de fond. De ce fait la datation au 14C est limitée à un âge de l'ordre de 57300 ans et celle au ^3H à 120 ans.

4.2.4. Géochronologie : datation d'une formation géologique à l'aide de l'uranium 238

^{238}U est émetteur α, de période $T = 4{,}5\cdot10^9$ ans ; précurseur d'une filiation dont le dernier descendant stable est ^{206}Pb.

On considère qu'à l'instant t_0 de la formation géologique seuls les radionucléides ^{238}U existent sans leurs descendants ; le nombre de noyaux ^{238}U présents par unité de matière est alors N_{0238} .

A l'instant t de la datation le nombre N_{238} de radionucléides encore présents par unité de matière est, d'après la loi de décroissance des précurseurs : $N_{238} = N_{0238}e^{-\lambda\left(t-t_0\right)}$

D'autres parts les périodes des descendants instables étant courtes par rapport à la période de leur précurseur ^{238}U on peut donc considéré que la formation de ^{206}Pb stable s'effectue par la désintégration simple $^{238}U \rightarrow {}^{206}Pb$.

Dans ce cas pendant la durée (t-t_0) le nombre N_{206} de noyaux ^{206}Pb formés par unité de matière est :

$N_{206}=N_{0238}-N_{238}$ -----→ $N_{206} = N_{0238}\left[1-e^{-\lambda\left(t-t_0\right)}\right]$

L'âge de la formation géologique est d'après le rapport : $\frac{N_{206}}{N_{238}} = e^{\lambda(t-t_0)}-1$:

$$\left(t\text{-}t_0\right)=\frac{1}{\lambda}\ln\left[1+\frac{N_{206}}{N_{238}}\right] \Rightarrow \left(t\text{-}t_0\right)=\frac{4{,}5\cdot 10^9}{0{,}693}\ln\left[1+\frac{N_{206}}{N_{238}}\right] \quad \text{(ans)}$$

Les nombres N_{206} et N_{238} sont déterminés par spectrométrie de masse : le spectromètre de masse permet la séparation et le comptage des ions atomiques de masses différentes.

4.3. Radiodiagnostic des maladies

Les substances radioactives utilisées sous forme d'injections ou de comprimés dans le diagnostic de certaines maladies contiennent des radionucléides ayant des périodes et des activités choisies pour que les rayonnements de radioactivité ne produise aucune irradiation nocive sur les patients et que la substance injectée ou ingérée disparaisse de l'organisme du patient à la fois par décroissance radioactive avec une période physique T_p et par élimination biologique (sels, urine, transpiration) avec une période biologique T_b.

Pour tenir compte de ces deux périodes on définit la période d'élimination effective T_e de la substance radioactive telle que : $\frac{1}{T_e} = \frac{1}{T_p} + \frac{1}{T_b}$

$$T_e = \frac{T_p \cdot T_b}{T_p + T_b}$$

T_p : période radioactive, est la durée pour que le nombre de radionucléides présents diminue de moitié.

T_b : période biologique, est la durée pour que la moitié de la substance soit éliminée par différents processus biologiques

T_e : période effective : est la durée pour que la moitié de la substance radioactive soit éliminée par désintégration et par des processus biologiques.

4.2.3. Diagnostic des maladies cardiovasculaires à l'aide du $^{99}Tc^m$

$^{99}Tc^m$: émetteur γ ; T = 6 h, généré par désintégration β^- du ^{99}Mo précurseur de la filiation

$$^{99}Mo \xrightarrow{\beta^-} {}^{99}_{43}Tc^m \xrightarrow{\gamma} {}^{99}Tc \xrightarrow{\beta^-}$$

La période du ^{99}Mo étant T_1 = 66 h et partant d'un nombre N_{01} de ^{99}Mo initialement pur à l'instant t_0=0 , la quantité maximum de $^{99}Tc^m$ est atteinte à l'instant t=t_i tel que (d'après 10)

$$t_i = \frac{T_1T_2}{\ln 2}\frac{\ln\frac{T_1}{T_2}}{(T_1 - T_2)} \Rightarrow t_i = \frac{66.6}{0{,}693}\frac{\ln\frac{66}{6}}{(66-6)} = 22{,}8\text{heures}$$

L'extraction d'une grande quantité de $^{99}Tc^m$ permet de procéder au diagnostic du système cardiovasculaire de plusieurs patients à la fois. Cette quantité devant décroître avec une période T_2 = 6h, le temps d'utilisation du technétium métastable doit être planifié afin que les patients puissent bénéficier de la bonne dose au bon moment.

Les gammas du $^{99}Tc^m$ injectés au patient sont détectés et comptés à l'aide d'un dispositif informatisé qui analyse le nombre de gammas et affiche les résultats permettant de faire le diagnostic de la maladie.

4.3.2. Diagnostic des maladies de la thyroïde à l'aide de l'iode 131

^{131}I : émetteur β^- et γ , $T = 8$ j ; utilisé comme traceur radioactif mélangé à ^{127}I stable qui se fixe naturellement au niveau de la thyroïde.

^{131}I ingéré sous forme de comprimés contenant comme élément majeur ^{127}I, émet un nombre N_γ compté au niveau de la thyroïde ; N_γ est comparé au nombre $N_{\gamma s}$ relatif à une thyroïde saine.

Selon que $N\gamma < N_{\gamma s}$, $N\gamma > N_{\gamma s}$ ou bien $N\gamma = 0$, le médecin doit adapter le traitement adéquat répondant à l'un de ces trois cas.
