

1<sup>ère</sup> partieChapitre V

## Equilibre électrostatique des conducteurs chargés

I. DéfinitionsI.1 Définition d'un conducteur

C'est un milieu dont les porteurs de charges libres peuvent se mettre en mouvement sous l'action d'une force .

I.2 Définition d'un conducteur en équilibre

Un conducteur est dit en équilibre, si toutes ses charges libres sont immobiles.

II. Propriétés d'un conducteur en équilibre

- **Le champ électrostatique** : Le Champ intérieur est nul  $\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$ , en effet toute

charge  $q$  est au repos, donc :  $\vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{0}$ ,

- **Le potentiel est constant**  $V = \text{cte}$  :  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = \vec{0} \rightarrow V = \text{cte}$

- **La distribution des charges** électriques ne peut être que surfacique :

Considérons un conducteur chargé en équilibre. Appliquons le théorème de

Gauss en un point  $M$  du conducteur :  $\text{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ , puisque  $\vec{E} = \vec{0} \rightarrow \rho = 0$

Donc la charge du conducteur ne peut être que surfacique, avec une densité  $\sigma$ .

III. Champ au voisinage d'un conducteur en équilibreIII.1 Théorème de Coulomb

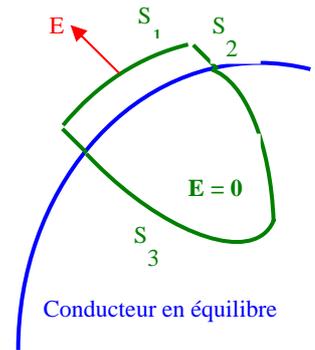
Soit un conducteur en équilibre chargé avec une densité  $\sigma$ .

$M$  un point très près de la surface du conducteur.

Constituons une surface fermée  $S$  formée par :  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ .

Appliquons le théorème de Gauss :

$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \phi_{S_1}(\vec{E}) + \phi_{S_2}(\vec{E}) + \phi_{S_3}(\vec{E}) = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$



Puisque,  $E=0$  à l'intérieur du conducteur  $\rightarrow \phi_{S_3}(\vec{E}) = 0$ ,

$S_2$  tangente à  $E \rightarrow \phi_{S_2}(\vec{E}) = 0$

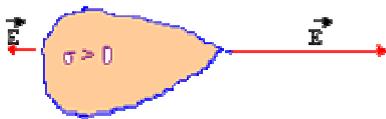
$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \phi_{S_1}(\vec{E}) = E \cdot S_1 = \frac{\sum q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S_1}{\epsilon_0} \rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$

Théorème de Coulomb

$\vec{n}$  étant le vecteur unitaire normal à la surface.

### III.2 Pouvoir des pointes

L'expérience montre que la densité de charge  $\sigma$  varie en sens inverse du rayon de courbure  $R$  de la surface du conducteur.



Si le conducteur présente une pointe,  $R$  est faible donc  $\sigma$  élevé, d'où  $E = \sigma/\epsilon_0$  sera intense et provoquera, au voisinage de la pointe, l'ionisation de l'air qui déchargera la pointe.

Il est donc impossible de conserver la charge d'un conducteur muni de pointes.

Application : paratonnère.

### III.3 Pression électrostatique

Soit  $dS$  un élément de surface d'un conducteur en équilibre.

Cherchons la force  $dF$  appliquée à la charge  $dq$  portée par  $dS$  :

$$dF = E_1 \cdot dq = E_1 \sigma \cdot dS, \quad E_1 \text{ champ créé par } Q - \sigma dS$$

$E_2$  : champ créé par  $\sigma dS$  : puisque  $dS$  est circulaire le champ créé par un disque circulaire en un point très voisin de la surface est :  $E_2 = \sigma / 2 \cdot \epsilon_0$  (série 1, Ex 5)

$$\text{Champ total : } E = E_1 + E_2 \rightarrow E_1 = E - E_2 = \sigma / \epsilon_0 - \sigma / 2 \epsilon_0 = \sigma / 2 \epsilon_0$$

$$\text{Donc : } dF = \sigma / 2 \epsilon_0 \cdot \sigma \cdot dS = \sigma^2 / 2 \epsilon_0 \cdot dS \rightarrow d\vec{F} = \frac{\sigma^2 \cdot dS}{2 \epsilon_0} \cdot \vec{n}$$

On définit la pression électrostatique en un point du conducteur par :

$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0}$$

#### IV. Capacité d'un conducteur en équilibre

Lorsqu'un conducteur en équilibre est seul dans l'espace, sa charge est proportionnelle à son potentiel. Le coefficient de proportionnalité noté C est

$$\text{appelé capacité du condensateur.} \quad C = \frac{Q}{V}$$

La capacité C caractérise le conducteur, elle dépend de la forme et des dimensions géométrique du conducteur.

#### Unités :

Dans le SI , C s'exprime en Farad : le Farad est une unité très grande on utilise plutôt des sous multiple :

le microfarad:  $1 \mu F = 10^{-6} F$ , le nanofarad:  $1 nF = 10^{-9} F$ , le picofarad:  $1 pF = 10^{-12} F$

#### Exemple :

Expression de la capacité d'une sphère conductrice de centre O et de rayon R :

Considérons une sphère conductrice en équilibre portant une charge totale Q.

Q est réparti sur la surface avec une densité constante  $\sigma$ .

Le potentiel est constant à l'intérieur et sur la surface de la sphère.

Calculons V au centre de la sphère :

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \iint \frac{\sigma \cdot dS}{R} = \frac{1}{4 \pi R \epsilon_0} \iint \sigma \cdot dS = \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 R} \rightarrow C = \frac{Q}{V} = 4 \pi \epsilon_0 R$$